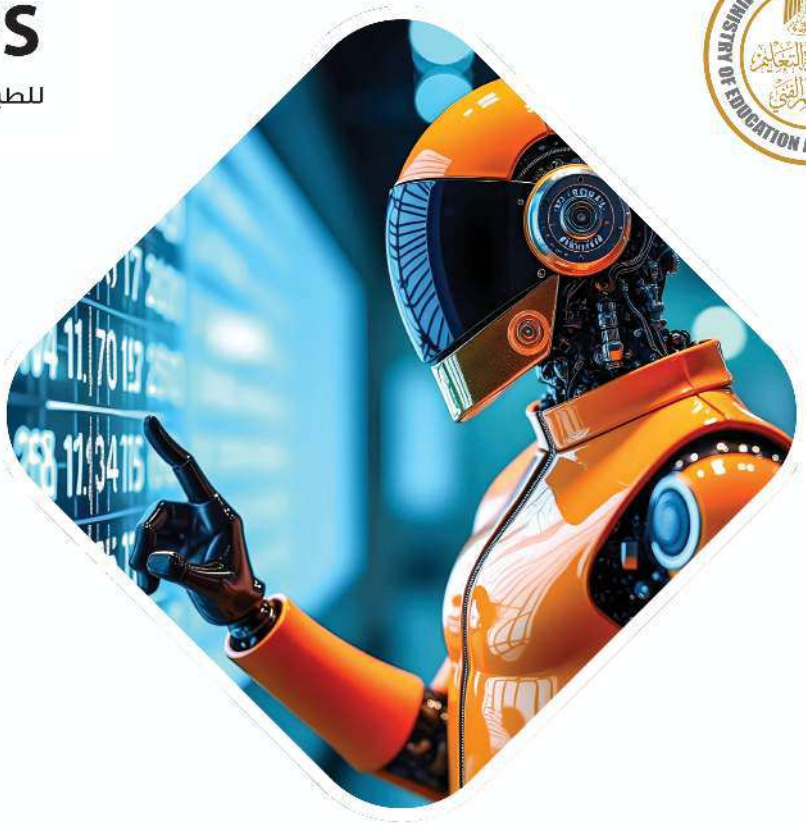
GPS
للطبع والنشر والتوزيع



الرياضيات

للصف الأول الإعدادى - الفصل الدراسى الثانى 2024 - 2025

كتاب الطالب

إعداد

أ. أسامة زيد شريف أ. د. سمر عبد الفتاح لاشين أ. م. د. أمل الشحات حافظ

أ. مجدى عبد الفتاح الصفتى أ. إبراهيم عبد اللطيف الصغير

أ. باسم مجدى رشدى أ. إسلام محمد إبراهيم أ. سامح لبيب عطية

الاســـم : .....

الفصـــل : .....

المدرسة : .....

تقديم

فى إطار التطوير المستمر لمنظومة التعليم، واستكمالًا لمنظومة التطوير التى بدأت خططها من مرحلة رياض الأطفال والمستمرة إلى نهاية المرحلة الثانوية وفقًا لرؤية مصر (2030) ، وخطة الوزارة لتطوير التعليم - فقد تم إعداد هذا الكتاب لاستكمال وتنفيذ عمليات تطوير مناهج المرحلة الإعدادية لإحداث نقلة نوعية فى طريقة إعداد طلاب مصر لمواجهة تحديات المستقبل.

يسعدنا أن نقدم هذا الكتاب لمقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادى للفصل الدراسى الثانى، والذى يتضمن مجموعة من المهام والأداءات التى تساعد الطلاب على حل المشكلات الرياضية ، وذلك لتحقيق نواتج التعلم لمواجهة تحديات القرن الحادى والعشرين، والذى واكبت بدايته ثورة متسارعة فى المعلومات وتكنولوچيا الاتصالات.

يهدف المنهج الحالى إلى إحداث نقلة نوعية فى تعليم الرياضيات وتعلُّمها، كما يهدف أيضًا إلى توفير وسيلة فعالة لتحقيق أهداف نهج التعليم على نحو تكاملى عن طريق الآتي:

- التأكيد على الدور الإيجابى للطالب فى عملية التعلم.
- تضمين المنهج المعارف والمهارات والقيم والاتجاهات الإيجابية اللازمة للتعلم وللمواطنة الصالحة والعمل المنتج والمشاركة الفاعلة فى تحقيق برامج التنمية المستدامة.
- تضمين المنهج التوجهات الإيجابية الحديثة فى بناء المناهج، مثل مهارات التفكير ومهارات حل المشكلات ومهارات التعلم الذاتى والتعلم التعاونى والتواصل الجيد مع مصادر المعرفة.
- تنمية المهارات الأدائية من خلال التركيز على التعلم الذاتى والعمل التعاونى.
- تحقيق التكامل بين الرياضيات والمواد الدراسية عبر المراحل المختلفة.
- إتاحة الفرصة للطلاب لاختيار الأنشطة المناسبة لقدراتهم وميولهم وحاجاتهم.

ونسأل الله عز وجل أن تعم الفائدة من هذا الكتاب، ونتمنى أن يكون جزءًا من مجهود وطنى كبير ومتواصل للارتقاء بمصر إلى مصاف الدول المتقدمة لضمان مستقبل عظيم لجميع طلابها، كما نتمنى لكم عامًا دراسيًا جديدًا مليئًا بالنجاحات والتوفيق.

والله وليّ التوفيق،،،

المعدون

محتويات الكتاب (الفصل الدراسى الثانى)

القوى والأسس والجذور

1-1 القوى والأسس 2

1-2 الصيغة العلمية 8

1-3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية 13

الجبـــر

2-1 المتباينات 21

2-2 ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى 27

2-3 ضرب المقادير الجبرية 32

2-4 قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى 38

2-5 قسمة المقادير الجبرية 43

الهندسة والقياس

3-1 المساحات 50

3-2 الإنشاءات الهندسية 56

3-3 التحويلات الهندسية 61

3-4 تركيب التحويلات الهندسية 69

الاحتمـالات

4-1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث 76

4-2 الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى 82

الوحدة 1

القوى والأسس والجذور

دروس الوحدة

1-1 القوى والأسس
1-2 الصيغة العلمية
1-3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

يُستخدم الذكاء الاصطناعى (AI) فى تطوير تطبيقات تفاعلية لتحسين عمليات التعليم والتعلم.

◀ **فهل يمكن تطوير آليات الذكاء الاصطناعى (AI) لإجراء عمليات حسابية معقدة تتضمن الأسس والجذور؟**

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- الفهم الرياضى
- تكنولوجيا المعلومات
- التفكير الإبداعى
- التفكير الناقد

القيـــم

- الاحترام
- المسئولية
- المثابرة
- الانتماء
- العـدالة

الدرس

1 - 1

القوى والأسس
(Powers and Exponents)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الضرب المتكرر والصورة الأسية
- تميز بين مفهوم القوة والأس
- توظف قوانين الأسس فى حل التمارين
- تستخدم قوانين الأسس فى تبسيط تعبيرات رياضية
- تستخدم الأسس الموجبة والسالبة والصفرية فى حل التمارين

■ المفردات

- الضرب المتكرر Repeated Multiplication
- أس Exponent
- قوة Power
- أساس Base

■ فكر مع زملائك

- هل $2^5 = 5^2$ ؟
- هل $2^5 = 2 \times 5$ ؟

■ لاحظ أن

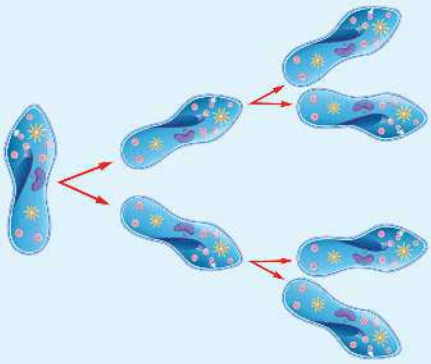
$2^5 = 32$

2^5 هى الصورة الأسية للعدد 32

استعد!

اليوجلينا كائن حى وحيد الخلية، يتكاثر بالانشطار مكونًا فى الانشطار الأول خليتين، تكونان بدورهما 4 خلايا فى الانشطار الثانى، وهكذا.

ما عدد الخلايا الناتجة بعد حدوث 8 انشطارات؟



الانشطار الأول والثانى فى اليوجلينا

في هذا الدرس، سوف تتعلم مفهوم الأس وكيفية حساب قوى العدد، واستخدام قوانين الأسس فى حل التمارين؛ مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

كم يساوى $2^7 \times 2^5$ ؟

قام كل من مروان ومريم ومحمد بالإجابة عن السؤال السابق وكانت إجاباتهم كالتالى :

مروان	مريم	محمد
$2^7 \times 2^5 = 4^{35}$	$2^7 \times 2^5 = 2^{35}$	$2^7 \times 2^5 = 2^{12}$

أى منهم إجابته صحيحة؟ ناقش.

تعلم!

الضرب المتكرر والصورة الأسية

يمكن التعبير عن ناتج ضرب العوامل المتكررة بالقوى أو الصورة الأسية، أى باستخدام أس وأساس.

مثال :

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{عامل مكرر 5 مرات}} = 2^5$$

الأس يوضح عدد مرات استخدام الأساس كعامل.

الأساس هو العامل المتكرر

2^5 تُقرأ "2 مرفوعة إلى الأس 5" أو "2 أس 5" ، وتعنى "2 مضروبة فى نفسها 5 مرات"

بصفة عامة :

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنه لأى عدد a يكون : $\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{عامل مكرر n من المرات}} = a^n$

مثال 1

اكتب كلًا مما يأتى باستخدام الأسس :

1) $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$
2) $(-x)\times(-x)\times(-x)\times(-x)$
3) $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$
4) $3\times3\times a\times a\times a\times3\times3$

✓ 1) $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=2^7$

2) $(-x)\times(-x)\times(-x)\times(-x)=(-x)^4$

3) $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=(\frac{2}{3})^5$

4) $3\times3\times a\times a\times a\times3\times3=3\times3\times3\times3\times a\times a\times a=3^4\times a^3$

■ **تقييم ذاتى ①**

اكتب كلًا مما يأتى باستخدام الأسس

1) $(-7)\times(-7)\times(-7)$
2) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$
3) $5\times b\times b\times5\times b$

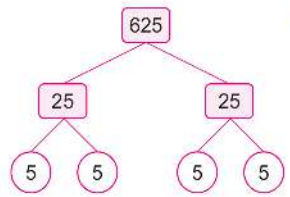
مثال 2

اكتب كلًا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًا :

1) 625
2) 72

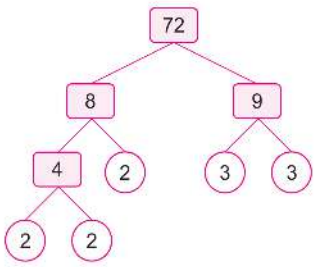
✓ حلل كل عدد إلى عوامله الأولية كالتالى :

1)



$625=5\times5\times5\times5=5^4$

2)



$72=2\times2\times2\times3\times3=2^3\times3^2$

■ **تقييم ذاتى ②**

اكتب كلًا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًا:

1) 81
2) 216

مثال 3

إذا كانت $a=2$ ، $b=-5$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى :

1) $3b^2$
2) $(3b)^2$
3) a^3+b^3
4) $(a+b)^3$

✓ 1) $3b^2=3\times(-5)^2=3\times25=75$

2) $(3b)^2=(3\times(-5))^2=(-15)^2=225$

3) $a^3+b^3=2^3+(-5)^3=8+(-125)=-117$

4) $(a+b)^3=(2+(-5))^3=(-3)^3=-27$

■ **تكنولوجيا**

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة فى إجراء العمليات الحسابية للتأكد من صحة إجاباتك.

■ **تقييم ذاتى ③**

إذا كانت $x=-3$ ، $y=4$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى :

1) x^y
2) $-y^2$
3) $(-x)^3$
4) x^2+y^2
5) $(x+y)^2$

الأس الزوجى والأس الفردى للأساس السالب

لاحظ أن :

- $(-5)^2=(-5)\times(-5)=25>0$
- $(-5)^3=(-5)\times(-5)\times(-5)=-125<0$

بصفة عامة :

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا زوجيًا، يكون الناتج عددًا موجبًا.
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا فرديًا، يكون الناتج عددًا سالبًا.

■ **تفكير ناقد**

إذا كان a عددًا صحيحًا لا يساوى الصفر، فهل $(-a)^2=-a^2$ ؟ ومتى تكون هذه العبارة صحيحة ؟

ضرب وقسمة القوى التى لها نفس الأساس

أولا قانون الضرب

$$2^3 \times 2^4 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{\text{3 عوامل}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{\text{4 عوامل}} = 2^7$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{7 عوامل}}$$

لضرب القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس.

بصفة عامة :

لأى عدد نسبى a ، وعددين صحيحين m ، n يكون :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

فمثلًا : • $(-2)^7 \times (-2) = (-2)^{7+1} = (-2)^8$ • $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$

تعميم :

يمكن تعميم قانون الضرب على أكثر من قوتين لها نفس الأساس.

فمثلًا : $10^2 \times 10^3 \times 10 = 10^{2+3+1} = 10^6$

ثانيا قانون القسمة

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{\text{7 عوامل}}}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{4 عوامل}}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{3 عوامل}} = 2^3$$

لقسمة القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.

بصفة عامة :

لأى عدد نسبى a لا يساوى الصفر، وعددين صحيحين m ، n يكون :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

فمثلًا : • $\left(\frac{1}{2}\right)^8 \div \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ • $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$

مثال 4

أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى :

1) $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5}$ 2) $\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4}$ 3) $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3}$

1) $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = \frac{6^{7+2}}{6^{3+5}} = \frac{6^9}{6^8} = 6^{9-8} = 6^1 = 6$

حل آخر

$$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = 6^{7+2-3-5} = 6^1 = 6$$

فكر وناقش

1) كتب إسلام أن $5^2 \times 5^3 = 25^5$ هل ما كتبه إسلام صواب؟ ناقش.

2) كتب أحمد أن $5^2 \times 5^3 = 5^5$ هل ما كتبه أحمد صواب؟ ناقش.

3) كتبت سمر أن $5^2 \times 5^3 = 5^6$ هل ما كتبته سمر صواب؟ ناقش.

4) كتبت أمل أن $5^2 \times 5^3 = 25^6$ هل ما كتبته أمل صواب؟ ناقش.

فكر وناقش

1) كتب مجدى أن $\frac{3^8}{3^2} = 1^6$ هل ما كتبه مجدى صواب؟ ناقش.

2) كتب إبراهيم أن $\frac{3^8}{3^2} = 3^4$ هل ما كتبه إبراهيم صواب؟ ناقش.

3) كتب باسم أن $\frac{3^8}{3^2} = 3^6$ هل ما كتبه باسم صواب؟ ناقش.

تقييم ذاتى (4)

أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى :

1) $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$

2) $\frac{(-4)^2 \times 4^8}{(-4) \times (-4)^6}$

3) $\frac{2^5 \times 7^4 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3}$

② $\dfrac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4} = (-2)^{7-5} \times 3^{6-4} = (-2)^2 \times 3^2$

$= 4 \times 9 = 36$

③ $\dfrac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} = \dfrac{a^4 \times a^6}{-a^5 \times -a^3} = \dfrac{a^4 \times a^6}{a^5 \times a^3} = \dfrac{a^{4+6}}{a^{5+3}}$

$= \dfrac{a^{10}}{a^8} = a^{10-8} = a^2$

مثال 5

تكنولوجيا : فى مجال تكنولوجيا الكمبيوتر، تُعتبر وحدة البايت إحدى الوحدات التى تُستخدم لقياس حجم الملفات، فإذا علمت أن الكيلو بايت يساوى 2^{10} بايت، والجيجا بايت تساوى 2^{30} بايت، **فكم كيلو بايت تحتويها 1 جيجا بايت؟**

الجيجا بايت $= \dfrac{2^{30}}{2^{10}}$ كيلو بايت

$= 2^{30-10}$ كيلو بايت

$= 2^{20}$ كيلو بايت

الأس الصفرى والأسس الصحيحة السالبة

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

÷2 ÷2 ÷2 ÷2 ÷2 ÷2

بملاحظة النمط فى الجدول السابق نجد أن :

$2^0 = 1$ | $2^{-1} = \frac{1}{2}$ | $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ | $2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

بصفة عامة :

① **أى عدد لا يساوى الصفر مرفوع للأس صفر يساوى 1**

أى أن : لأى عدد $a \neq 0$ يكون $\boxed{a^0 = 1}$

فمثلًا : $3^0 = 1$ ، $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ ، $(-2)^0 = 1$ ، $\left(-\frac{1}{4}\right)^0 = 1$

② **أى عدد لا يساوى الصفر مرفوع للأس $(-n)$ يساوى المعكوس الضربى للعدد نفسه مرفوع للأس n**

أى أن : لأى عدد $a \neq 0$ يكون $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

فمثلًا :

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ ، $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$ ، $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3}$

مع ملاحظة أن القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز فى المقام يُشترط لهذه الرموز ألا تساوى الصفر.

■ تقييم ذاتى ⑤

إذا علمت أن التيرا بايت تعادل حاصل ضرب الكيلو بايت فى الجيجا بايت كل منهما مقدرًا بالبايت.
فكم بايت تحتوى عليه التيرا بايت؟

■ تنوع الاستراتيجيات

إذا كانت : $a \neq 0$

فمن قانون ضرب القوى نجد أن :

① $a^n \times a^0 = a^{n+0} = a^n$

أى يمكن استنتاج أن a^0 هى العدد المحايد الضربى

أى أن : $\boxed{a^0 = 1}$

② $a^n \times a^{-n} = a^{n-n}$

$= a^0 = 1$

أى أن : a^{-n} ، a^n كل منهما معكوس ضربى للآخر.

لذلك : $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

■ تفكير ناقد

① هل المقدار $5^2 \times 5^{-3}$ يكافئ المقدار $5^3 \times 5^{-2}$ ؟

② اذكر الفرق بين : $(-5)^2$ و 5^{-2}

مثال 6

اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

1) $\dfrac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}}$ 2) $\dfrac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}}$

1) $\dfrac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}} = \dfrac{2^{5-2}}{2^{3-4}} = \dfrac{2^3}{2^{-1}} = 2^{3-(-1)} = 2^4 = 16$

2) $\dfrac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}} = \dfrac{x^{-6+(-2)}}{x^{-3+(-4)}} = \dfrac{x^{-8}}{x^{-7}} = x^{-8-(-7)}$

$= x^{-8+7} = x^{-1} = \dfrac{1}{x}$

■ تقييم ذاتى 6

اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

1) $\dfrac{x \times x^{-2}}{x^{-3}}$

2) $\dfrac{3^0 \times 3^{-1} \times 3^2}{3^{-2}}$

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

1) أى مما يأتى يساوى $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ؟

(أ) 7×3 (ب) 7^3 (جـ) 3^7 (د) $7 + 3$

2) أى مما يأتى يساوى $(-2)^3$ ؟

(أ) -6 (ب) 6 (جـ) 8 (د) -8

3) أى مما يأتى يساوى -3^4 ؟

(أ) -12 (ب) -7 (جـ) 81 (د) -81

4) أى مما يأتى يساوى 2^{-4} ؟

(أ) -16 (ب) 16 (جـ) $\dfrac{1}{8}$ (د) $\dfrac{1}{16}$

5) أى مما يأتى يساوى $a^3 \times a^{-1}$ ؟

(أ) a^2 (ب) a^4 (جـ) $\dfrac{1}{a^2}$ (د) $\dfrac{1}{a^3}$

6) إذا كان : $a \times 2^4 = 2^{20}$ فما قيمة a ؟

(أ) 2^{24} (ب) 2^{16} (جـ) 2^5 (د) 2

7) إذا كان : $a \times 2^{-5} = 1$ فما قيمة a ؟

(أ) 5^2 (ب) 2^5

(جـ) 2^{-5} (د) 5^{-2}

8) أى مما يأتى هو المعكوس الجمعى للعدد 4^{-3} ؟

(أ) $(-4)^3$ (ب) $(-4)^{-3}$

(جـ) 4^3 (د) 4^{-3}

9) أى مما يأتى يعبر عن المقدار $\dfrac{y^{-2}}{y^{-6}}$ فى أبسط صورة ؟

(أ) y^4 (ب) $\dfrac{1}{y^4}$ (جـ) y^8 (د) $\dfrac{1}{y^8}$

10) $5\,a^0 - (5\,a)^0 =$ .....

(أ) 0 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 10

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◄ **أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة :**

11) $(-b)^a$ عند $a = 3 ، b = -5$

12) $a^2 \times b^{-2}$ عند $a = 5 ، b = -3$

13) $a\,(b - c^d)$ عند $a = 2 ، b = 3 ، c = 6 ، d = 3$

◂ اكتب كلًا مما يأتى مستخدمًا أسسًا موجبة :

(14) 8^{-4} (15) $\frac{1}{10^{-4}}$

◂ ضع كلًا من المقادير الآتية فى أبسط صورة :

(16) $\frac{x^7 \times x^{11}}{x^3 \times x^5}$ (17) $\frac{(-4)^4 \times (-4)^3 \times 4^2}{(-4)^6 \times (-4)^5}$

(18) $\frac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}}$ (19) $\frac{a^{-1} \times a^2 \times a^{-3}}{a^4 \times a^{-7}}$

◂ باستخدام العوامل الأولية والأسس اكتب كلًا من العددين الآتيين :

(20) 125 (21) 324

◂ أوجد الأسس المفقودة فى كل مما يأتى :

(22) $a^{\square} \times a^7 = a^9$ (23) $\frac{b^{\square}}{b^4} = b^3$ (24) $q^{-3} \times q^{\square} = 1$ (25) $\frac{d^{-3}}{d^{\square}} = d$

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(26) أى مما يأتى يساوى $2^a + 2^a$ ؟

(أ) 4^{2a} (ب) 2^a

(جـ) 2^{a+1} (د) 2^{2a}

(27) أى مما يأتى يساوى ثلث العدد 3^x؟

(أ) 1^x (ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^x$

(جـ) 3^{x+1} (د) 3^{x-1}

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(28) إحصاء : بدون إيجاد القيم، أوجد قيمة الوسيط للأعداد : 2^3 ، 2^{-4} ، 2^{-1} ، 2^{-3} ، 2^0

(29) فلـك : إذا علمت أن كتلة الشـمس حوالى 10^{27} طـن فكم تكون كتلة الشمس بالكيلو جرام ؟ (اكتب الناتج بالصورة الأسية بالأساس 10)

يجب زيادة نسبة الاعتماد على الطاقة المتجددة والنظيفة مثل الطاقة الشمسية لمواجهة ظاهرة الاحتباس الحرارى.

تفكير إبداعى

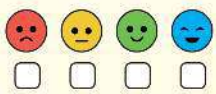
(30) اكتب الأعداد 2 ، 0 ، 2 ، 3 فى المربعات المرسومة لتحصل على أكبر قيمة ممكنة للتعبير العددى.

$\square^{\square} \times \square^{\square}$

(31) إذا كان a ، b عددين صحيحين موجبين وكان $a^b = 81$
أوجد أصغر قيمة للمقدار $a + b$

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للقوى والأسس ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
1 - 2

الصيغة العلمية
(Scientific Notation)

■ **نواتج التعلم**

- تعبر عن الأعداد باستخدام الصيغة العلمية
- تحول العدد من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية والعكس
- تقارن وترتب مجموعة من الأعداد فى الصيغة العلمية
- تجرى العمليات الحسابية على الأعداد فى الصيغة العلمية

■ **المفردات**

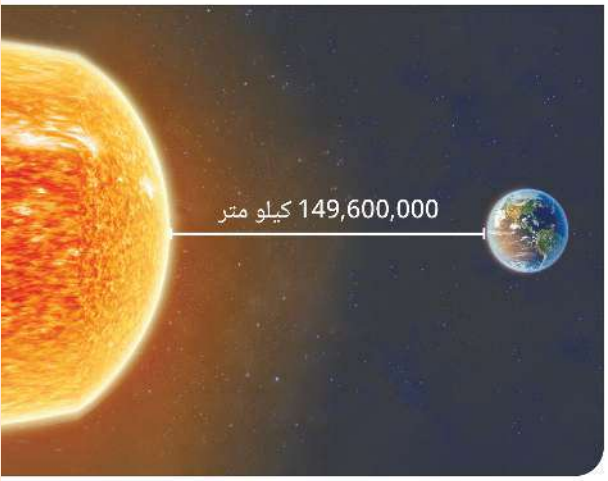
- الصيغة العلمية
Scientific Notation
- الصورة القياسية
Standard Form

■ **فكر**

لماذا كل من الأعداد الآتية ليس بالصيغة العلمية؟

1. 64×10^{5}
2. $2.1 \times 10^{2.5}$
3. 0.82×10^{-4}

استعد!



أراد كل من أسامة ومصطفى معرفة المسافة بين كوكب الأرض والشمس.

وجد أسامة فى أحد كتب علم الفلك أن متوسط المسافة بين الأرض والشمس هو 149,600,000 كيلو متر، بينما توصل مصطفى عن طريق أحد تطبيقات الذكاء الاصطناعى إلى أن متوسط المسافة بينهما هو 1.496×10^{8} كيلو متر.

هل توصل كل منهما إلى نفس النتيجة؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية التعبير عن الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا بالصيغة العلمية، وإجراء العمليات عليها؛ مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

عندما تكتب على الآلة الحاسبة العلمية العدد $\frac{3}{200,000,000}$

تجد أن العدد يظهر على الشاشة بالصورة 1.5×10^{-8}

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بهذه الصورة التى ظهرت على الشاشة؟

تعلم!

الصيغة العلمية

الصيغة العلمية هى طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، وفيها يُكتب العدد كحاصل ضرب عاملين، أحدهما قيمته المطلقة أكبر من أو تساوى 1 وأصغر من 10، والآخر أحد قوى العدد 10 الصحيحة.

أى أن : يكتب العدد بصيغته العلمية على الصورة :

$$a \times 10^{n} \text{ حيث } 1 \leq |a| < 10 \text{ ، } n \in Z$$

فمثلاً : كل من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية

- 4.8×10^{9}
- -2.56×10^{-4}
- 1×10^{18}

كتابة الأعداد بالصيغة العلمية

مثال 1

اكتب كلًا مما يأتى بالصيغة العلمية :

1) $4\,650\,000$ 2) 0.00079 3) 571×10^{9}

✓ 1) 4650000.0

تتحرك العلامة العشرية 6 خانات لليسار

حيث $(1 \leq 4.65 < 10)$

ثم نضرب الناتج فى 10^{6}

أى أن $4\,650\,000 = 4.65 \times 10^{6}$

2) 0.00079

تتحرك العلامة العشرية 4 خانات لليمين

حيث $(1 \leq 7.9 < 10)$

ثم نقسم الناتج على 10^{4} (أى نضرب فى 10^{-4})

أى أن $0.00079 = 7.9 \times 10^{-4}$

3) 571×10^{9}

تتحرك العلامة العشرية 2 خانة لليسار

ثم نضرب الناتج فى 10^{2}

أى أن $571 \times 10^{9} = 5.71 \times 10^{2} \times 10^{9} = 5.71 \times 10^{11}$

■ تكنولوچيا

استخدم الآلة الحاسبة العلمية لكتابة كل من الأعداد السابقة بصيغته العلمية وتحقق من صحة النواتج.

■ تقييم ذاتى (1)

اكتب كلًا مما يأتى بالصيغة العلمية :

1) $192\,000\,000$
2) 0.00000164
3) 12 مليون
4) 75×10^{5}

■ فكر مع زملائك

كم يبلغ عمرك بالدقائق؟ اكتب الناتج بالصيغة العلمية.

كتابة الأعداد بالصورة القياسية

لتحويل العدد $a \times 10^{n}$ من الصيغة العلمية إلى الصورة القياسية :

- عندما تكون n موجبة، حرك العلامة العشرية n من الخانات لليمين.
- عندما تكون n سالبة، حرك العلامة العشرية $|n|$ من الخانات لليسار.

مثال 2

اكتب كلًا مما يأتى بالصورة القياسية :

1) 2.4×10^{4} 2) 8.95×10^{-2}

✓ 1) حرك العلامة العشرية (4 خانات) لليمين لأن الأس (4) وذلك بعد وضع أصفار على اليمين

$2.4 \times 10^{4} = 24\,000.$

2) حرك العلامة العشرية (2 خانة) لليسار لأن الأس (–2) وذلك بعد وضع أصفار على اليسار

$8.95 \times 10^{-2} = 0.0895$

■ تقييم ذاتى (2)

اكتب كلًا مما يأتى بالصورة القياسية :

1) 5.8×10^{4}
2) 7.2×10^{-4}

مثال 3

علم الفلك : رتب كتل الكواكب الآتية تصاعديًا.

الكوكب	المريخ	الأرض	عطارد	الزهرة
الكتلة بالكيلو جرام	6.4×10^{23}	5.97×10^{24}	3.3×10^{23}	4.87×10^{24}

الخطوة الأولى : إذا كانت الكتل مكتوبة بالصيغة العلمية فإن الأس الأصغر يعنى أن العدد هو الأصغر وبالتالى يكون :

عطارد 3.3×10^{23} ، المريخ 6.4×10^{23} $>$ الزهرة 4.87×10^{24} ، الأرض 5.97×10^{24}

الخطوة الثانية : عند تساوى الأسس

$6.4 > 3.3$

$6.4 \times 10^{23} > 3.3 \times 10^{23}$

عند تساوى الأسس

$5.97 > 4.87$

$5.97 \times 10^{24} > 4.87 \times 10^{24}$

أى أن $5.97 \times 10^{24} > 4.87 \times 10^{24} > 6.4 \times 10^{23} > 3.3 \times 10^{23}$

فتكون كتلة عطارد < كتلة المريخ < كتلة الزهرة < كتلة الأرض

◂ حاول حل المثال بطريقة أخرى عن طريق توحيد الأسس.

العمليات على الأعداد فى الصيغة العلمية

كتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا بالصيغة العلمية تسهل إجراء العمليات الحسابية عليها.

مثال 4

أوجد ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية :

1. $(2.5 \times 10^{6}) \times (6 \times 10^{12})$
2. $(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5})$
3. $(2.1 \times 10^{4}) + (4.1 \times 10^{5})$
4. $(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12})$

1. $(2.5 \times 10^{6}) \times (6 \times 10^{12}) = (2.5 \times 6) \times (10^{6} \times 10^{12})$
$= 15 \times 10^{18} = 1.5 \times 10^{19}$

2. $\frac{1.5 \times 10^{-7}}{0.5 \times 10^{-5}} = (\frac{1.5}{0.5}) \times (\frac{10^{-7}}{10^{-5}}) = 3 \times 10^{-2}$

■ تقييم ذاتى ③

رتب ما يأتى تنازليًا :

16×10^{-6}

1.5×10^{-5}

0.8×10^{-5}

14×10^{-4}

■ معلومة إثرائية

◂ تحتوى المجموعة الشمسية على ثمانية كواكب، أكبرها هو كوكب المشترى وأصغرها هو كوكب عطارد.

◂ استخدم شبكة الإنترنت لمعرفة كتل باقى كواكب المجموعة الشمسية، واكتبها بالصيغة العلمية ثم رتبها جميعًا من الأصغر إلى الأكبر.

■ تقييم ذاتى ④

أوجد ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية :

1. $(5.2 \times 10^{5}) \times (5 \times 10^{7})$
2. $(4.5 \times 10^{11}) \div (9 \times 10^{8})$
3. $(9.7 \times 10^{-5}) + (1.27 \times 10^{-4})$
4. $(1.4 \times 10^{18}) - (1.04 \times 10^{19})$

■ **لاحظ أن**

لتسهيل عملية الجمع أو الطرح قم بتوحيد أسس العدد 10.

③ $(2.1\times10^{4})+(4.1\times10^{5})=(2.1\times10^{4})+(41\times10^{4})$

$=(2.1+41)\times10^{4}$ «خاصية التوزيع»

$=43.1\times10^{4}=4.31\times10^{5}$

④ $(3.21\times10^{13})-(8.1\times10^{12})=(32.1\times10^{12})-(8.1\times10^{12})$

$=(32.1-8.1)\times10^{12}$ «خاصية التوزيع»

$=24\times10^{12}$

$=2.4\times10^{13}$

نشاط تعاونى

تعاون مع أحد أصدقائك واستخدم شبكة الإنترنت لمعرفة مساحات قارات العالم بالكيلو متر المربع.

اكتب هذه المساحات بالصيغة العلمية، واجعل صديقك يرتبها من الأصغر مساحة إلى الأكبر مساحة.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

▸ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

① أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

(أ) $1.5\times10^{4.5}$ (ب) 31.5×10^{5}

(جـ) 15×10^{5} (د) 3.15×10^{5}

② أى من الأعداد الآتية ليس بالصيغة العلمية؟

(أ) 2.35×10^{7} (ب) 23.5×10^{6}

(جـ) 2.35×10^{-7} (د) 3.5×10^{-6}

③ أى مما يلى يعبر عن العدد 8 مليون بالصيغة العلمية؟

(أ) 8×10^{7} (ب) 8×10^{6}

(جـ) 8×10^{-6} (د) 8×10^{8}

④ أى مما يأتى يساوى 0.000073 ؟

(أ) 7.3×10^{6} (ب) 7.3×10^{5}

(جـ) 7.3×10^{-5} (د) 7.3×10^{-6}

⑤ إذا كان $0.00063=6.3\times10^{n}$ فما قيمة n؟

(أ) -4 (ب) -3

(جـ) 3 (د) 4

⑥ إذا كان العدد $y\times10^{-9}$ مكتوبًا بالصيغة العلمية، فأى مما يأتى يمكن أن تكون قيمة y ؟

(أ) 0.6 (ب) 6

(جـ) 60 (د) 600

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

▸ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

⑦ إذا كان $k\times10^{-7}=39\times10^{-8}$ فما قيمة k؟

(أ) 39 (ب) 3.9 (جـ) 0.39 (د) 0.039

⑧ إذا كانت سرعة الضوء تساوى 300 000 كم/ث ، فكم تساوى سرعة الضوء بوحدة م/ث؟

(أ) 3×10^{5} (ب) 3×10^{7} (جـ) 3×10^{8} (د) 3×10^{10}

◂ **اكتب كلًا مما يأتى بالصيغة العلمية :**

(9) 24 500 000 (10) 0.000049 (11) 9 مليون (12) 0.25 مليار (13) 480×10^{12}

◂ **اكتب كلًا مما يأتى بالصورة القياسية :**

(14) 5.4×10^{3} (15) 4.32×10^{-2} (16) 5.37×10^{5}

◂ **اكتب ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية :**

(17) $(4.5 \times 10^{7}) \times (4 \times 10^{8})$ (18) $(4.8 \times 10^{-7}) \div (0.8 \times 10^{5})$

(19) $(9.8 \times 10^{-5}) + (4.9 \times 10^{-6})$ (20) $(2.4 \times 10^{5}) - (4.2 \times 10^{4})$

◂ **رتب كلًا مما يأتى ترتيبًا تصاعديًا :**

(21) 73×10^{11} ، 6.9×10^{12} ، 0.537×10^{13}

(22) 4 300 000 ، 3.4×10^{6} ، 0.37×10^{7}

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(23) **فلك :** تبلغ درجة الحرارة فى مركز الشمس حوالى 15 مليون درجة مئوية، اكتب هذه الدرجة بالصيغة العلمية.

(24) **علماء :** اخترع الدكتور أحمد زويل كاميرا فائقة السرعة تستخدم أشعة الليزر لتصوير التفاعلات الكيميائية التى تحدث بسرعة هائلة، وبزمن صغير جدًا، يُقاس بوحدة الفمتو ثانية وهى وحدة تعادل جزءًا من مليون مليار جزء من الثانية. عبر عن هذه الوحدة بالصيغة العلمية.

(25) **علوم وفلك :** إذا كانت الكتلة مقدرة بالجرام اكتب كلًا مما يأتى بالصيغة العلمية :

① كتلة ذرة الهيدروچين 0.00000000000000000000000167

② كتلة القمر 73 600 000 000 000 000 000 000 000

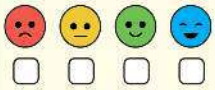
(26) **علوم :** تبلغ سرعة رفرفة جناحى نحلة العسل حوالى 230 مرة فى الثانية. اكتب بالصيغة العلمية عدد رفرفات جناحيها فى 10 دقائق.

(27) **جغرافيا :** رتب مساحات المحيطات الآتية تنازليًا.

المحيط	الهندى	الهادى	المتجمد الجنوبى	المتجمد الشمالى	الأطلسى
المساحة بالكيلو متر المربع	7.3×10^{7}	1.69×10^{8}	2.1×10^{7}	1.4×10^{7}	8.6×10^{7}

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للصيغة العلمية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تفكير إبداعى

(28) اكتب خمسة أعداد بالصيغة العلمية تقع بين 10 000 ، 20 000

الدرس

3 - 1

الجذور التربيعية والجذور التكعيبية
(Square Roots and Cube Roots)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الجذر التربيعى
- تعرف مفهوم الجذر التكعيبى
- توجد الجذر التربيعى والجذر التكعيبى للأعداد

■ المفردات

- الجذر التربيعى
Square Root
- الجذر التكعيبى
Cube Root
- المربع الكامل
Perfect Square
- المكعب الكامل
Perfect Cube

■ لاحظ أن

- مربعات الأعداد الصحيحة :
$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \ldots$
تساوى :
$1, 4, 9, 16, 25, \ldots$
وهى مربعات كاملة.
- مكعبات الأعداد الصحيحة :
$1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, \ldots$
تساوى :
$1, 8, 27, 64, 125, \ldots$
وهى مكعبات كاملة.

■ تفكير ناقد

فى مجموعة الأعداد الصحيحة لماذا لا يوجد جذر تربيعى للعدد السالب؟

الهرم الأكبر (هرم خوفو)

استعد!

الهرم الأكبر أو هرم خوفو هو الأثر الوحيد الباقى من عجائب الدنيا السبع، ويقع بمنطقة أهرامات الجيزة فى مصر المسجلة ضمن مواقع اليونيسكو للتراث العالمى. يبلغ ارتفاع الهرم الحالى حوالى 139 مترًا، وقاعدته على شكل مربع مساحته حوالى 52,900 متر مربع.
هل تستطيع إيجاد طول ضلع قاعدة الهرم؟

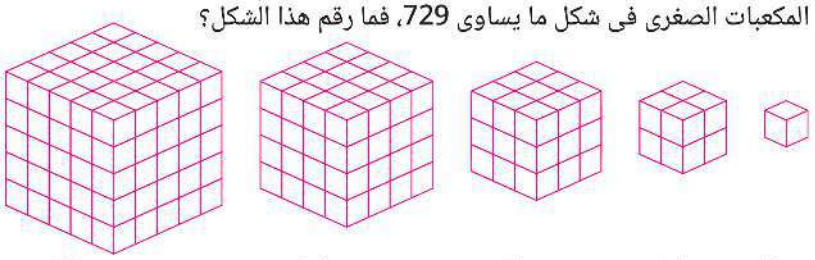
فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

◂ تأمل النمط التالى ثم أوجد عدد المربعات الصغرى فى شكل (7)، وإذا علمت أن عدد المربعات الصغرى فى شكل ما يساوى 144، فما رقم هذا الشكل؟

شكل (1) شكل (2) شكل (3) شكل (4) شكل (5)

◂ تأمل النمط التالى ثم أوجد عدد المكعبات الصغرى فى شكل (6)، وإذا علمت أن عدد المكعبات الصغرى فى شكل ما يساوى 729، فما رقم هذا الشكل؟



شكل (1) شكل (2) شكل (3) شكل (4) شكل (5)

تعلم!

الجذر التربيعى لعدد مربع كامل

الجذر التربيعى للعدد المربع الكامل (a) هو العدد الذى مربعه يساوى (a).

العدد المربع الكامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب، وكل منهما معكوس جمعى للآخر.

فمثلًا: العدد 25 له جذران تربيعيان هما : $5, -5$ لأن : $(5)^2 = 25$ ، $(-5)^2 = 25$

الرمز « $\sqrt{\ }$ » يدل على الجذر التربيعى الموجب لعدد ما.

فمثلًا : • الجذر التربيعى الموجب للعدد 4 هو 2 ويُكتب : $\sqrt{4}=2$

• الجذر التربيعى السالب للعدد 9 هو 3 − ويُكتب : $-\sqrt{9}=-3$

• الجذران التربيعيان للعدد 64 هما 8 , 8 − ويُكتب : $\pm\sqrt{64}=\pm 8$

مثال 1

أوجد كلًا مما يأتى فى أبسط صورة :

1) $\sqrt{196}$ 2) $-\sqrt{\frac{9}{16}}$ 3) $\pm\sqrt{0.64}$

4) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ 5) $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$ 6) $\sqrt{100-36}$

1) $196 = \underbrace{2\times 2}\times\underbrace{7\times 7}$

$\sqrt{196} = 2\times 7 = 14$

196	2
98	2
49	7
7	7
1	

2) $-\sqrt{\frac{9}{16}}=-\frac{3}{4}$

3) $\pm\sqrt{0.64}=\pm\sqrt{\frac{64}{100}}=\pm\frac{8}{10}=\pm\frac{4}{5}$

4) $\sqrt{6\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$

5) $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}=\left|\frac{-3}{5}\right|=\frac{3}{5}$

6) $\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$

تكنولوچيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من إجاباتك.

حل المعادلات باستخدام الجذر التربيعى

إذا كان : $x^2=a$ حيث $a\geq 0$ فإن : $x=\pm\sqrt{a}$

فمثلًا : إذا كان $x^2=36$ فإن : $x=\pm\sqrt{36}=\pm 6$

مثال 2

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى : 1) $x^2+1=65$ 2) $2x^2-5=13$

1) $\because x^2+1=65$

$\therefore x^2=65-1=64$

$\therefore x=\pm\sqrt{64}=\pm 8$

2) $\because 2x^2-5=13$

$\therefore 2x^2=13+5=18$

$\therefore x^2=\frac{18}{2}=9$

$\therefore x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

لاحظ أن

1) $\sqrt{0}=0$

2) $\sqrt{a^2}=|a|$

فمثلًا :

$\sqrt{(-7)^2}=|-7|=7$

3) $\sqrt{a^{2n}}=|a^n|$

حيث n عدد صحيح

فمثلًا :

$\sqrt{a^6}=|a^3|$

$\sqrt{a^4}=|a^2|=a^2$

تقييم ذاتى (1)

أوجد كلًا مما يأتى :

1) $\pm\sqrt{576}$

2) $\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2}$

3) $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$

4) $\sqrt{15^2-9^2}$

تقييم ذاتى (2)

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1) $x^2-1=8$

2) $3x^2-5=43$

مثال 3

الربط بالحياة : حديقة مربعة الشكل مساحتها 400 متر مربع، يُراد عمل سور حولها. **ما طول سور الحديقة ؟**

نفرض طول ضلع الحديقة ℓ متر، فتكون مساحتها ℓ^2 متر مربع

$\therefore \ell^2 = 400$ $\quad\quad$ $\therefore \ell = \sqrt{400} = 20$

أى أن : طول ضلع الحديقة يساوى 20 مترًا.

وحيث إن طول سور الحديقة (P) هو محيط الحديقة.

$\therefore P = 4 \times 20 = 80$

أى أن طول سور الحديقة يساوى 80 مترًا.

■ فكر

فى حل المثال المجاور،
لماذا $\ell \neq -20$ ؟

■ تقييم ذاتى ③

يمتلك أحد المزارعين قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها 1024 مترًا مربعًا. قرر تقسيمها إلى 4 قطع مربعة الشكل متساوية فى المساحة. ما طول ضلع كل قطعة من القطع الأربعة؟

الجذر التكعيبى لعدد مكعب كامل

الجذر التكعيبى للعدد المكعب الكامل (a) هو العدد الذى مكعبه يساوى (a).

الجذر التكعيبى لعدد مكعب كامل له نفس إشارة العدد.

فمثلًا : • العدد (8) له جذر تكعيبى هو (2) لأن : $2^3 = 8$

• العدد (8 –) له جذر تكعيبى هو (2 –) لأن : $(-2)^3 = -8$

الرمز « $\sqrt[3]{\ }$ » يدل على الجذر التكعيبى لعدد ما.

فمثلًا : الجذر التكعيبى للعدد 125 هو 5 ويُكتب : $\sqrt[3]{125} = 5$

■ لاحظ أن

1. $\sqrt[3]{0} = 0$
2. $\sqrt[3]{a^{3n}} = a^n$

حيث n عدد صحيح

فمثلًا :

$\sqrt[3]{x^3} = x$

$\sqrt[3]{x^{27}} = x^9$

مثال 4

أوجد كلًا مما يأتى فى أبسط صورة :

1. $\sqrt[3]{216}$
2. $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$
3. $\sqrt[3]{0.343}$
4. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}$
5. $\sqrt[3]{(-5)^3}$
6. $\sqrt[3]{y^{12}}$

① $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$\sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

② $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = -\frac{3}{5}$

■ تقييم ذاتى ④

أوجد كلًا مما يأتى :

1. $\sqrt[3]{512}$
2. $\sqrt[3]{-125}$
3. $\sqrt[3]{0.027}$
4. $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$
5. $\sqrt[3]{(-9)^3}$
6. $\sqrt[3]{x^9}$

■ **تكنولوجيا**

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من إجاباتك.

③ $\sqrt[3]{0.343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{7}{10}$

④ $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

⑤ $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ ⑥ $\sqrt[3]{y^{12}} = y^4$

مثال 5

اختصر إلى أبسط صورة : $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0$

$\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0 = \frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \times 1 = 6$

■ **تقييم ذاتى ⑤**

اختصر إلى أبسط صورة :

$\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0$

حل المعادلات باستخدام الجذر التكعيبى

إذا كان $x^3 = a$ فإن : $x = \sqrt[3]{a}$

فمثلًا : إذا كان : $x^3 = 1000$ فإن : $x = \sqrt[3]{1000} = 10$

مثال 6

إذا كانت : $2x^3 + 3 = 253$ **فما قيمة** x ؟

$\because 2x^3 + 3 = 253$ $\therefore 2x^3 = 253 - 3 = 250$

$\therefore x^3 = \frac{250}{2} = 125$ $\therefore x = \sqrt[3]{125} = 5$

■ **تقييم ذاتى ⑥**

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1. $x^3 + 5 = -22$
2. $8x^3 - 15 = 49$

مثال 7

الربط بالحياة : قطعة من الصلصال حجمها 512 سنتيمترًا مكعبًا، شُكلت على شكل مكعب.
ما مساحته الجانبية، والكلية (السطحية) ؟

افرض طول حرف المكعب s ، فيكون حجمه s^3

$\therefore s^3 = 512$ $\therefore s = \sqrt[3]{512} = 8$

أى أن طول حرف المكعب يساوى 8 سم

∴ مساحة الوجه الواحد $= s^2$

$= 8^2 = 64$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الجانبية $= 4s^2 = 4 \times 64 = 256$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الكلية (السطحية) $= 6s^2 = 6 \times 64 = 384$ سنتيمترًا مربعًا.

■ **تقييم ذاتى ⑦**

مكعب حجمه 1728 وحدة مكعبة، كم يكون طول حرفه؟

■ **معلومة سابقة**

بفرض أن طول حرف المكعب (s) فإن :

- المساحة الجانبية $= 4s^2$
- المساحة الكلية (السطحية) $= 6s^2$

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان : $\sqrt{x}=5$ فما قيمة x؟

(أ) 10 (ب) 20 (جـ) 25 (د) ± 25

(2) إذا كان : $x^3=-27$ فما قيمة x؟

(أ) -3 (ب) 3 (جـ) ± 3 (د) -9

(3) إذا كان : $a=5^3$ فما قيمة $\sqrt[3]{a}$؟

(أ) 3 (ب) 5 (جـ) 25 (د) 125

(4) إذا كان : $\sqrt[3]{b}=-8$ فما قيمة b؟

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) 64 (د) -512

(5) ما قيمة $\sqrt{(-5)^2}$؟

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) ± 5 (د) 25

(6) إذا كان : a ، b هما الجذران التربيعيان للعدد c ، فكم يساوى $a+b$؟

(أ) $2a$ (ب) $2b$ (جـ) 1 (د) 0

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد قيمة كل مما يأتى :

(7) $\sqrt{16}$ (8) $-\sqrt{100}$ (9) $\pm\sqrt{2,500}$ (10) $\sqrt{\left(\frac{-4}{9}\right)^2}$

(11) $\sqrt{0.81}$ (12) $\sqrt{36+64}$ (13) $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^4}}$ (14) $\sqrt{2^2+3^2+6^2}$

◂ أوجد قيمة كل مما يأتى :

(15) $\sqrt[3]{64}$ (16) $\sqrt[3]{-1}$ (17) $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$ (18) $\sqrt[3]{64\times 2^3}$

(19) $\sqrt[3]{343-7^3}$ (20) $\sqrt{4}-\sqrt[3]{-8}$ (21) $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}$ (22) $\sqrt[3]{0.125}+\sqrt{12\frac{1}{4}}$

◂ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى Z :

(23) $x^2=25$ (24) $x^3=64$ (25) $x^3+26=-1$

(26) $2x^2+1=33$ (27) $3x^3-4=2x^3+4$ (28) $(x-1)^3+2=-6$

◂ اختصر كلًا مما يأتى :

(29) $\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt[3]{\frac{-27}{8}}+\left(\frac{4}{9}\right)^0$ (30) $\left(\frac{3}{2}\right)^2+\sqrt{\frac{25}{4}}+\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(31) ما المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ فى أبسط صورة ؟

(أ) $-\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (جـ) $-\frac{5}{3}$ (د) $\frac{5}{3}$

(32) ما قيمة $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ ؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 64

(33) إذا كان : $x = \sqrt{\frac{1}{9}}$ ، فما قيمة x^3 ؟

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{9}$ (جـ) $\frac{1}{27}$ (د) $\frac{1}{81}$

(34) إذا كان : $-\sqrt{25} = \sqrt[3]{y}$ فما قيمة y ؟

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) -125 (د) 125

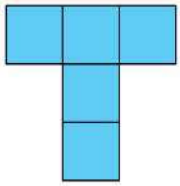
ثالثًا التحليل وتكامل المواد

تساعد الفنون بكل أشكالها على تنمية مهارات الإبداع والتفكير والتخيل.

(35) **فنون :** رسمت فاطمة لوحة مربعة الشكل مساحتها a^4b^2 سنتيمتر مربع.
تريد أن تضع إطارًا حولها،
فما طول الإطار إذا كان $a = 5 ، b = 4$؟

(36) **مجسمات :** مكعب حجمه يساوى x^6،
أوجد مجموع أطوال أحرفه إذا كانت $x = 10$.

(37) **هندسة :** فى الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة كل مربع 36 سنتيمترًا مربعًا، فما محيط الشكل؟

(38) **مجسمات :** مكعب مساحته الكلية (السطحية) 294 سنتيمترًا مربعًا. أوجد طول حرفه.

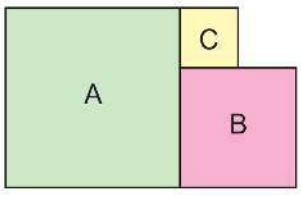
(39) **اكتشف الخطأ :**
كتبت إيمان الجملتين المقابلتين
أثناء قيامها بحل الواجب المنزلى.
صوب الخطأ الذى وقعت فيه إيمان.

$\sqrt[3]{(-4)^3} = |-4| = 4$

$\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$

تفكير إبداعى

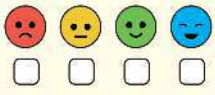
(40) فى الشكل المقابل :



A ، B ، C ثلاثة مربعات.
مساحة المربع C تساوى 9 وحدة مساحة،
مساحة المربع B تساوى 36 وحدة مساحة،
أوجد مساحة المربع A.

قيم فهمك!

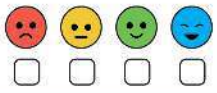
ما مدى فهمك للجذور التربيعية والجذور التكعيبية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تقييم الوحدة الأولى

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الأولى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان عدد سكان العالم حوالى 8 مليار نسمة.
ما الصيغة العلمية لعدد سكان العالم؟

(أ) 8×10^{10} (ب) 8×10^{9}
(جـ) 80×10^{8} (د) 8×10^{8}

(2) أى مما يأتى يساوى $2x^{-1}$ ؟

(أ) $2x$ (ب) $\frac{1}{2}x$
(جـ) $\frac{1}{2x}$ (د) $\frac{2}{x}$

(3) أى مما يأتى يساوى $\sqrt[3]{(-8)^2}$ ؟

(أ) -4 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 4

(4) أى مما يأتى يساوى $\sqrt{9x^2}$ ؟

(أ) $3x$ (ب) $9x$
(جـ) $3x^2$ (د) $3|x|$

◂ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) إذا كان : $0.000046 = 4.6\times10^{n}$ فإن $n =$ .....

(6) $\sqrt{16} - \sqrt[3]{-27} =$ .....

(7) إذا كان : $x^3 + 4 = 12$ فإن $x =$ .....

(8) إذا كان : $3^4 + 3^4 + 3^4 = 3^n$ فإن $n =$ .....

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) مساحة مربع تساوى مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم. أوجد طول ضلع المربع.

(10) اختصر لأبسط صورة : $\frac{a^7\times a^8\times a^2}{a^3\times a^9\times a^5}$ حيث $a\neq0$

(11) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{\frac{81}{49}} + (\frac{3}{4})^0 + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$

(12) اكتب ناتج ما يلى بالصيغة العلمية : $(8.5\times10^{8}) - (5.2\times10^{9})$

نشاط الوحدة الأولى
كواكب المجموعة الشمسية

◂ الهدف من النشاط :

استخدام تقنية الذكاء الاصطناعى للمساعدة فى صياغة مشكلة على مفهوم الصيغة العلمية للأعداد وحلها.

◂ خطوات التنفيذ :

بالتعاون مع أحد أصدقائك حاول القيام بالآتى :

1. استخدم أحد تطبيقات الذكاء الاصطناعى للمساعدة فى صياغة مشكلة رياضية مرتبطة بإحدى المعلومات التالية (سرعة الضوء - كتلة الكوكب - بُعد الكوكب عن الشمس).
2. أعِد صياغة المشكلة بأسلوبك.
3. اجمع البيانات المرتبطة بالمشكلة ونظمها في جدول لتوضيح البيان الخاص بكل كوكب من كواكب المجموعة الشمسية.
4. وضح خطوات حل المشكلة مع التأكيد على كيفية الاستفادة من الصيغة العلمية للأعداد.

مثال لصياغة المشكلة: إذا علمت أن ..... فأوجد .....

الوحدة 2

الجبـــر

دروس الوحدة

2-1 المتباينات
2-2 ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى
2-3 ضرب المقادير الجبرية
2-4 قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى
2-5 قسمة المقادير الجبرية

يُستخدم الذكاء الاصطناعى (AI) فى تقديم حلول تفصيلية لبعض المسائل الجبرية المعقدة.

◀ فهل يمكن استخدام تطبيقات الذكاء الاصطناعى فى إجراء عمليات جبرية تتضمن المعادلات والمتباينات؟

القضايا والمهارات الحياتية

- الفهم الرياضى
- تكنولوجيا المعلومات
- التفكير الإبداعى
- التفكير المنطقى
- حل المشكلات

القيـــم

- التعاون
- المسئولية
- تقدير الجمال
- احترام الآخر
- تجنب المخاطر
- العمل

الدرس
1 - 2

المتباينات
(Inequalities)

■ نواتج التعلم

- تعرف متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد
- تكوّن متباينة من الدرجة الأولى فى متغير واحد
- تحل متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد باستخدام خواص التباين

■ المفردات

- متباينة Inequality
- أقل من Less Than
- أكبر من Greater Than
- أقل من أو يساوى Less Than or Equals
- أكبر من أو يساوى Greater Than or Equals

■ الترميز فى الرياضيات

الرمزان ≤ ، ≥ يجمعان بين الرمزين < ، > مع علامة التساوى (=).

■ لاحظ أن

المتباينة $5 < x$ هى نفسها المتباينة $x > 5$.

استاد مصر بالعاصمة الإدارية

استعد!

يُعد استاد مصر بالعاصمة الإدارية الجديدة من أكبر الاستادات فى الشرق الأوسط وأفريقيا من حيث السعة الجماهيرية، إذ تبلغ سعته التقريبية حوالى 90,000 متفرج تقريبًا، فما هى المتباينة التى تعبر عن عدد الجماهير (x) المتوقع حضوره لإحدى مباريات منتخبنا الوطنى، إذا تم توجيه 1,000 دعوة لكبار الشخصيات ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم تكوين وحل متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش!

إذا أبطأ أسامة سرعة سيارته بمقدار 15 كم/ساعة عند وصوله إلى منطقة سكنية الحد الأقصى للسرعة عندها 20 كم/ساعة ولم يتجاوز حد السرعة المسموح به، فأى مما يلى يعبر عن سرعة السيارة (x) عند الوصول للمنطقة السكنية؟

$x - 15 \leq 20$ $\quad$ $x + 15 \leq 20$ $\quad$ $x - 15 > 20$

تعلم!

مفهوم المتباينة

المتباينة تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين $(<, >, \leq, \geq)$.

أمثلة :

- $x < 5$ "وتُقرأ x أقل من 5" $\quad$ $x > -2$ "وتُقرأ x أكبر من -2"
- $x \leq -3$ "وتقرأ x أقل من أو تساوى -3"
- $x \geq 100$ "وتقرأ x أكبر من أو تساوى 100"

أمثلة أخرى :

- $2x - 1 > -1$ $\quad$ $5x + 1 \leq 16$ $\quad$ $3x + y > 3$

وسوف تقتصر دراستنا فى هذا الدرس على متباينات الدرجة الأولى فى متغير واحد.

متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد

هى متباينة تحتوى على متغير واحد فقط مرفوع للأس واحد.

مثل : $2x - 1 \leq 6$ ، $x - 3 > 3x - 1$ ، $2(2x - 1) > 6$

كتابة المتباينة

مثال 1

عبر عن كل من المواقف التالية بمتباينة مناسبة :

1. يُشترط أن لا يقل عمرك عن 18 سنة لاستخراج رخصة قيادة سيارة.
2. تتسع القاعة لعدد 120 شخصًا على الأكثر.
3. إذا طُرح 2 من ثلاثة أمثال عدد، كان الناتج أكبر من 7

✓ (1) بفرض أن العمر x

$\therefore x \geq 18$

(2) بفرض أن عدد الأشخاص y

$\therefore y \leq 120$

(3) بفرض أن العدد x، يكون ثلاثة أمثاله $3x$

$\therefore 3x - 2 > 7$

■ تقييم ذاتى (1)

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة :

1. يُشترط أن يزيد طولك عن 110 سم لتلعب إحدى الألعاب بالملاهى.
2. السرعة القصوى لسيارتك 80 كم/ساعة.
3. يُشترط أن يكون عمرك 12 سنة على الأقل لتستخدم التليفون المحمول.

حل المتباينة

- يقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التى تحقق المتباينة.
- **مجموعة التعويض :** هى المجموعة التى تنتمى إليها كل القيم المحتملة للمتغير فى المتباينة.
- **مجموعة الحل :** هى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض، وعناصرها تحقق المتباينة.

حل المتباينة باستخدام خواص التباين

عند حل المتباينة من الدرجة الأولى فى متغير واحد، نستخدم نفس الطريقة المتبعة فى حل المعادلات من الدرجة الأولى فى متغير واحد مع مراعاة خواص التباين.

خواص التباين

إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد، فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية :

1 خاصية الجمع أو الإضافة :

إذا كان : $A > B$ فإن : $A + C > B + C$

فمثلًا : $5 > 3$ فإن : $5 + 1 > 3 + 1$ ومنها $6 > 4$ ✓

■ خاصية 1

عند جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفى المتباينة، فإنها تبقى صحيحة.

2 خاصية الطرح أو الحذف :

إذا كان : $A > B$ فإن : $A - C > B - C$

فمثلًا : $5 > 3$ فإن : $5 - 2 > 3 - 2$ ومنها $3 > 1$ ✓

■ خاصية 2

عند طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفى المتباينة، فإنها تبقى صحيحة.

3 خاصية الضرب :

إذا كان : $A > B$ فإن :

- $A \times C > B \times C$ إذا كان : $C > 0$
- $A \times C < B \times C$ إذا كان : $C < 0$

فمثلًا : $4 > 2$ فإن :

- $4 \times 5 > 2 \times 5$ ومنها $20 > 10$ ✓
- $4 \times (-5) < 2 \times (-5)$ ومنها $-20 < -10$ ✓

■ خاصية 3

- عند ضرب طرفى المتباينة فى عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند ضرب طرفى المتباينة فى عدد سالب يتغير اتجاه التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

■ خاصية 4

- عند قسمة طرفى المتباينة على عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند قسمة طرفى المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاه التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

■ تفكير ناقد

إذا كان $a \neq 0 , b \neq 0$

وكان $a < b$ فأيهما أكبر $\frac{1}{a}$ أم $\frac{1}{b}$ ؟

■ تقييم ذاتى (2)

أوجد مجموعة حل كل متباينة من المتباينات الآتية :

$x + 2 > -1$

$2x \geq 10$

$4x - 1 < 11$

إذا كانت مجموعة التعويض :

(1) N (2) Z (3) Q

■ لاحظ أن

مجموعة حل المتباينة فى Q تكتب بطريقة الصفة المميزة.

■ تقييم ذاتى (3)

أوجد مجموعة الحل فى Z لكل متباينة من المتباينات الآتية :

(1) $7 - 3x > -5$

(2) $2(x + 5) - 7 > 9$

(3) $4(x + 3) > 7x - 9$

4 خاصية القسمة :

إذا كان : $A > B$ فإن :

إذا كان : $C > 0$ ، $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$

إذا كان : $C < 0$ ، $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$

فمثلًا : $4 > 2$ فإن :

$\frac{4}{2} > \frac{2}{2}$ ومنها $2 > 1$ ✓

$\frac{4}{-2} < \frac{2}{-2}$ ومنها $-2 < -1$ ✓

مثال 2

أوجد مجموعة حل المتباينة : $2x + 5 \leq 11$

إذا كانت مجموعة التعويض : (1) N (2) Z (3) Q

$\because 2x + 5 \leq 11$

$\therefore 2x + 5 - 5 \leq 11 - 5$ (طرح 5 من الطرفين)

$\therefore 2x \leq 6$

$\therefore \frac{2x}{2} \leq \frac{6}{2}$ (قسمة الطرفين على 2)

$\therefore x \leq 3$

(1) مجموعة الحل فى N $= \{3 , 2 , 1 , 0\}$

(2) مجموعة الحل فى Z $= \{3 , 2 , 1 , 0 , -1 , -2 , \ldots\}$

(3) مجموعة الحل فى Q $= \{a : a \in Q , a \leq 3\}$

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن الحل بعكس العملية

$\because 2x + 5 \leq 11$

$\therefore 2x \leq 11 - 5$

$\therefore 2x \leq 6$

$\therefore x \leq \frac{6}{2}$

$\therefore x \leq 3$

مثال 3

أوجد مجموعة الحل فى Z لكل من المتباينات الآتية :

(1) $1 - 2x < 5$ (2) $3(2x - 1) > 9$ (3) $2(2x + 3) \leq 5x + 2$

(1)

$\because 1 - 2x < 5$

$\therefore 1 - 2x - 1 < 5 - 1$ (طرح 1 من الطرفين)

$\therefore -2x < 4$

$\therefore \frac{-2x}{-2} > \frac{4}{-2}$ (قسمة الطرفين على -2)

$\therefore x > -2$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{-1 , 0 , 1 , 2 , \ldots\}$

■ **التحقق من صحة الحل**

يمكنك التحقق من صحة حل المسألة (2) كالتالى :

اكتب المتباينة الأصلية

$3(2x-1)>9$

عوض عن x بـ 3

$3(2\times3-1)\overset{?}{>}9$

$3(6-1)\overset{?}{>}9$

$3\times5\overset{?}{>}9$

الجملة صحيحة ✓ $15>9$

أى أن 3 حل للمتباينة.

كرر نفس الخطوات بالتعويض عن x بـ 4 ، والتعويض عن x بـ 5 للتأكد من أنهما حلان للمتباينة.

◄ هل يمكنك التحقق من صحة حل المسألة (3) ؟

■ **تقييم ذاتى (4)**

إذا كان أقصى عدد للأشخاص يستطيع مصعد حمله هو 4 أشخاص، بحيث لا يتعدى مجموع كتلهم 300 كجم، فإذا كان بالمصعد 3 أشخاص مجموع كتلهم 225 كجم، فاكتب متباينة تعبر عن الكتلة x كجم للشخص الرابع الذى يمكنه أن يدخل المصعد دون الإخلال بإرشادات الأمن والسلامة، وحل المتباينة لإيجاد أقصى قيمة لـ x.

(2) $\because 3(2x-1)>9$

$\therefore 6x-3>9$ (خاصية التوزيع)

$\therefore 6x-3+3>9+3$ (إضافة 3 للطرفين)

$\therefore 6x>12$

$\therefore \frac{6x}{6}>\frac{12}{6}$ (قسمة الطرفين على 6)

$\therefore x>2$

$\therefore$ مجموعة الحل $=\{3,4,5,\dots\}$

(3) $\because 2(2x+3)\leq5x+2$

$\therefore 4x+6\leq5x+2$ (خاصية التوزيع)

$\therefore 4x-5x\leq2-6$ (تجميع الحدود المتشابهة)

$\therefore -x\leq-4$

$\therefore -x\times(-1)\geq-4\times(-1)$ (ضرب الطرفين فى -1)

$\therefore x\geq4$

$\therefore$ مجموعة الحل $=\{4,5,6,7,\dots\}$

■ **تنوع الاستراتيجيات**

يمكن حل المسألة (2) بقسمة الطرفين على 3 دون استخدام خاصية التوزيع.

$\because \frac{3(2x-1)}{3}>\frac{9}{3}$

$\therefore 2x-1>3$

$\therefore 2x-1+1>3+1$

$\therefore 2x>4$

$\therefore \frac{2x}{2}>\frac{4}{2}$

$\therefore x>2$

مثال 4

الربط بالحياة : إذا أراد معلم شراء 5 أقلام من نفس النوع لتوزيعها على طلابه المتفوقين بالفصل، بحيث لا يتعدى ما ينفقه 150 جنيهًا شاملة 20 جنيهًا مصاريف الشحن، فاكتب متباينة تعبر عن ثمن القلم الواحد، وحل المتباينة لإيجاد أعلى سعر للقلم الواحد.

بفرض أن سعر القلم x جنيهًا.

$\therefore 5x+20\leq150$

$\therefore 5x\leq150-20$

$\therefore 5x\leq130$

$\therefore x\leq\frac{130}{5}$

$\therefore x\leq26$

أى أن أعلى سعر للقلم الواحد هو 26 جنيهًا.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) ما المتباينة التى تعبر عن أن درجة الحرارة x أقل من 40°؟

(أ) $x < 40°$ (ب) $x > 40°$

(جـ) $x \leq 40°$ (د) $x \geq 40°$

(2) أى المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالى :
«يحتاج عمر ساعتين على الأقل لحل الواجب» ؟

(أ) $x < 2$ (ب) $x \leq 2$

(جـ) $x > 2$ (د) $x \geq 2$

(3) ما المتباينة التى تعبر عن أن ضعف العدد x يكون أقل من 5 ؟

(أ) $x + 2 < 5$ (ب) $x - 2 < 5$

(جـ) $2x < 5$ (د) $2x > 5$

(4) إذا كانت $x - 1 > 4$، فأى مما يأتى يمكن أن تكون قيمة x ؟

(أ) 3 (ب) 4

(جـ) 5 (د) 7

(5) أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Z هو $x = -7$ ؟

(أ) $x > -7$ (ب) $x < -7$

(جـ) $x > -6$ (د) $-x \geq -7$

(6) أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Q هو $x = -4$ ؟

(أ) $x - 2 \geq -4$ (ب) $2x > -8$

(جـ) $x + 2 > -3$ (د) $-x > 4$

◂ اكتشف الخطأ :

(7) قام كل من مصطفى وسلمى بحل المتباينة $2 - 3x < 17$ فى Z

أى منهما اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ ناقش.

حل مصطفى :

$\because 2 - 3x < 17$

$\therefore -3x < 17 - 2$

$\therefore -3x < 15$

$\therefore \frac{-3x}{-3} > \frac{15}{-3}$

$\therefore x > -5$

∴ مجموعة الحل = $\{-4, -3, -2, \ldots\}$

حل سلمى :

$\because 2 - 3x < 17$

$\therefore -3x < 17 - 2$

$\therefore -3x < 15$

$\therefore \frac{-3x}{-3} < \frac{15}{-3}$

$\therefore x < -5$

∴ مجموعة الحل = $\{-6, -7, -8, \ldots\}$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة :

(8) لتحصل على الخصم يجب أن تزيد مشترياتك عن 500 جنيه.

(9) مطلوب محاسب لا تقل خبرته عن 3 سنوات.

(10) يجب أن لا تزيد كتلة حقيبة السفر عن 7 كيلو جرام لتستطيع حملها داخل كابينة الطائرة.

◂ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى N :

(11) $x-2>1$ (12) $-2x\leq 0$ (13) $2x-3<7$ (14) $\frac{1}{3}x+3\leq 1$

◂ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى Z :

(15) $5-3x\geq 14$ (16) $2(3-2x)<4$ (17) $3x+7<7x+3$

◂ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى Q :

(18) $2(x+5)-3<12$ (19) $x-2\leq 3x+7$ (20) $3(x-7)\geq 7(x-3)$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

ممارسة الرياضة تساعدك على تحقيق أهدافك.

(21) رياضة : فى مباراة لكرة السلة سجل مروان 12 نقطة على الأقل أكثر مما سجله رامى، فإذا سجل رامى 15 نقطة، اكتب المتباينة المناسبة وحِلها، ثم أوجد أقل عدد من النقاط التى سجلها مروان.

(22) ادخار : يحتاج حمزة إلى توفير 250 جنيهًا على الأقل لشراء لعبة جديدة، فإذا كان لديه بالفعل 100 جنيه، ويستطيع توفير 20 جنيهًا كل أسبوع من مصروفه. اكتب المتباينة المناسبة وحِلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع سيحتاجها حمزة لتوفير المال لشراء اللعبة.

دعمك يرسم بسمة على وجه المحتاجين.

(23) تسوُّق : تريد علياء شراء بعض الملابس لإحدى الجمعيات الخيرية. إذا كان ثمن القميص الواحد 240 جنيهًا، ولديها بطاقة خصم 400 جنيه وميزانية لا تزيد عن 3,200 جنيه. اكتب المتباينة المناسبة وحِلها، ثم أوجد أكبر عدد من القمصان يمكنها شراؤه من نفس النوع.

تفكير إبداعى

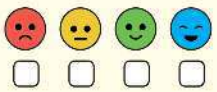
(24) أوجد جميع قيم x الصحيحة التى تحقق المتباينتين $3-x\geq 7$, $5x-2>3$ معًا.

(25) أوجد أصغر ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعهم أكبر من 96

(26) هندسة : مثلث أطوال أضلاعه 6 سم ، 8 سم ، $(2x-4)$ سم
ما قيم x الصحيحة الممكنة؟

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للمتباينات؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

2 - 2

ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى

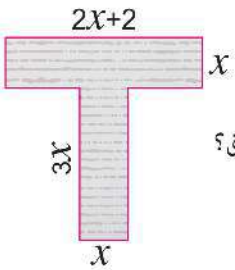
(Multiplying Algebraic Term by Algebraic Term or Algebraic Expression)

استعد!

ملعب للتنس طوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار مترين. يُراد تغطية أرضيته بالعشب الصناعى. اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الملعب، وإذا كان عرض الملعب 11 مترًا، فما هى القيمة العددية لمساحته؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية ضرب الحدود الجبرية، وضرب حد جبرى فى مقدار جبرى، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!



قص نادر قطعة من الورق على شكل حرف T أبعاده كما بالشكل المقابل.

هل يمكنك كتابة مقدار جبرى يعبر عن مساحة هذه القطعة من الورق؟

تعلم!

ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر

عند ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر، نضرب المعاملات ونجمع أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

$$a x^m \times b x^n = a \times b x^{m+n}$$

فمثلًا: $4x^2 \times 6x^3 = (4 \times 6)\, x^{2+3} = 24x^5$

(جمع الأسس، ضرب المعاملات)

مثال 1

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $(-4a^3)(3a^5)$ 2) $(-3a^3b^2)(-2ab^4)$ 3) $(9x^3y)(-2x^2yz^5)$

1) $(-4a^3)(3a^5) = (-4 \times 3) \times a^{3+5} = -12a^8$

2) $(-3a^3b^2)(-2ab^4) = (-3 \times (-2)) \times a^{3+1} \times b^{2+4} = 6a^4b^6$

3) $(9x^3y)(-2x^2yz^5) = (9 \times (-2)) \times x^{3+2} \times y^{1+1} \times z^5$

$= -18x^5y^2z^5$

نواتج التعلم

- تضرب حدًا جبريًا فى حد جبرى آخر
- تضرب حدًا جبريًا فى مقدار جبرى مكون من حدين أو أكثر

المفردات

- حد جبرى Algebraic Term
- مقدار جبرى Algebraic Expression
- ضرب Multiplication
- حاصل الضرب Product

تذكر

- حاصل ضرب عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب
- حاصل ضرب عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.

تقييم ذاتى ①

أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $(-2a^2)(4a^5)$
2) $(-3x^2y^5)(-6xy)$
3) $(5r^3s^2t)(-rt^4)$

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر

عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر نستخدم خاصية التوزيع.

$a(b+c) = ab + ac$ $\qquad$ $a(b-c) = ab - ac$

فمثلًا :

- $2x(x+5) = (2x)(x) + (2x)(5) = 2x^2 + 10x$
- $5x(x-3) = (5x)(x) - (5x)(3) = 5x^2 - 15x$

الطريقة الرأسية

يمكنك استخدام الطريقة الرأسية لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

$$\begin{array}{r} x+5 \\ \times\ 2x \\ \hline 2x^2+10x \end{array}$$

مثال 2

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $-4a(3a^2-2a+1)$ $\qquad$ 2) $2xy(4x^2+3xy^2-5y)$

1) $-4a(3a^2-2a+1) = (-4a)(3a^2) - (-4a)(2a) + (-4a)(1)$
$= -12a^3 - (-8a^2) + (-4a)$
$= -12a^3 + 8a^2 - 4a$

2) $2xy(4x^2+3xy^2-5y) = (2xy)(4x^2) + (2xy)(3xy^2) - (2xy)(5y)$
$= 8x^3y + 6x^2y^3 - 10xy^2$

مثال 3

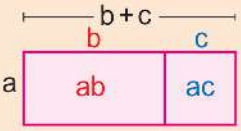
اختصر لأبسط صورة المقدار :

$4(3x^2+5x) - x(x^2-7x+8)$

$4(3x^2+5x) - x(x^2-7x+8)$
$= (4)(3x^2) + (4)(5x) + (-x)(x^2) - (-x)(7x) + (-x)(8)$ (خاصية التوزيع)
$= 12x^2 + 20x + (-x^3) - (-7x^2) + (-8x)$ (ضرب الحدود)
$= 12x^2 + 20x - x^3 + 7x^2 - 8x$
$= -x^3 + 19x^2 + 12x$ (جمع الحدود المتشابهة)

■ نمذجة

يمكن إيجاد حاصل ضرب $a(b+c)$ هندسيًا باستخدام نموذج مساحة المستطيل كالتالى :



$a(b+c) = ab + ac$

■ تقييم ذاتى ②

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $-3x(x-5)$
2) $2x^2(4x^2-5x-7)$
3) $-3a^2b(2ab^2-2b)$

■ تقييم ذاتى ③

اختصر لأبسط صورة :

$3(5x^2+3x-2) - 15x^2$

مثال 4

يمثل الشكل التالى حوض سباحة مُحاطًا بممر والأبعاد موضحة بالشكل. أوجد مساحة الممر بدلالة x.

- مساحة حوض السباحة والممر معًا $= 4x(5x+8)$

$$20x^2+32x=$$

- مساحة حوض السباحة $= (3x)(6x)$

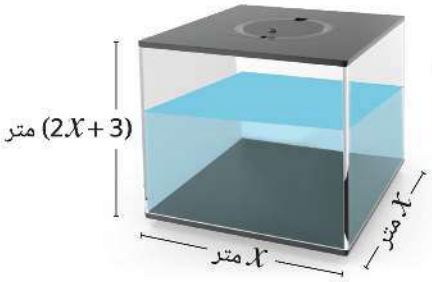
$$18x^2=$$

- مساحة الممر = مساحة حوض السباحة والممر معًا − مساحة حوض السباحة

$$20x^2+32x-18x^2=2x^2+32x$$

مثال 5

خزان مياه على شكل متوازى مستطيلات أبعاده كما بالشكل مملوء بالمياه، فإذا تسرب الماء منه حتى أصبح ارتفاع الماء فيه $(x+3)$ متر، فما قيمة x إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 27 مترًا مكعبًا؟



∵ حجم الماء المتسرب = حجم الخزان − حجم الماء المتبقى فى الخزان

$$\therefore x\times x\times(2x+3)-x\times x\times(x+3)=27$$

$$\therefore x^2(2x+3)-x^2(x+3)=27$$

$$\therefore 2x^3+3x^2-x^3-3x^2=27$$

$$\therefore x^3=27 \qquad \therefore x=\sqrt[3]{27}=3$$

حل آخر

ارتفاع الجزء الفارغ من الخزان نتيجة التسرب = ارتفاع الخزان − ارتفاع الماء الباقى

$$\therefore (2x+3)-(x+3)=2x+3-x-3=x$$

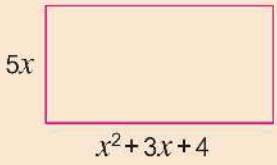
∵ حجم الماء المتسرب = 27

$$\therefore x\times x\times x=27 \qquad \therefore x^3=27 \qquad \therefore x=\sqrt[3]{27}=3$$

تقييم ذاتى ④

أوجد مساحة المستطيل بدلالة x،

ثم احسب القيمة العددية للمساحة عند $x=2$



تقييم ذاتى ⑤

حديقة مستطيلة الشكل طولها 50 مترًا وعرضها x مترًا، فإذا زاد طولها بمقدار x مترًا زادت مساحتها بمقدار 100 متر مربع، فما قيمة x؟

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) $(2x)(3x) =$ .....

(أ) $5x$ (ب) $6x$

(جـ) $5x^2$ (د) $6x^2$

(2) $(-3x^2)(4x^3) =$ .....

(أ) $-12x^5$ (ب) $12x$

(جـ) $-12x^6$ (د) $12x^5$

(3) $2(x+3) =$ .....

(أ) $2x^2+6x$ (ب) $2x+3$

(جـ) $2x+6$ (د) $x+6$

(4) $x(x-1)+x =$ .....

(أ) $x(2x-1)$ (ب) $2x^2$

(جـ) x^2 (د) x^2-x

◂ اكتشف الخطأ :

(5) إذا كان طول مستطيل يزيد عن عرضه بمقدار 3 وحدات وكان عرض المستطيل يساوى x وحدة طول، فما مساحة المستطيل؟
أى من حمزة وعلياء اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ ناقش.

حل حمزة :

∵ عرض المستطيل $= x$ وحدة طول

∴ طول المستطيل $= x+3$ وحدة طول

∴ مساحة المستطيل $= x(x+3)$

$= x^2+3$

وحدة مساحة

حل علياء :

∵ عرض المستطيل $= x$ وحدة طول

∴ طول المستطيل $= x+3$ وحدة طول

∴ مساحة المستطيل $= x(x+3)$

$= x^2+3x$

وحدة مساحة

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد ناتج كل مما يأتى :

(6) $(-5x^2y^2)(3xy)$

(7) $(a^2b^3)(4a^4b^3)$

(8) $(-4m)(-6m^5)$

(9) $(7P^3S^2r)(-4P^2r)$

◂ أوجد ناتج كل مما يأتى :

(10) $-4a(3a-2)$

(11) $8x^2(2x^3-3x^2-x+4)$

(12) $2x(4x^2-xy+5)$

(13) $-hg(3h^2g-4hg^2+2hg)$

◂ اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتى :

(14) $2x(x^2-2x-3)-x^2(3x-5)$

(15) $x(x^2-x-1)+3(2x^2+x+1)$

(16) اختصر لأبسط صورة : $2x(3x-1)+3x(x+2)$
ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند $x = 1$

(17) حل المعادلة الآتية فى Z : $x(x-2)+2(x-2)=0$

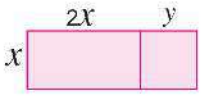
ثالثًا التحليل وتكامل المواد

لكل حرفة مخاطرها التى تتطلب التدريب لتجنبها.

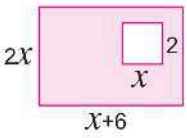
(18) إنشاءات : يريد نجار صنع سقف خشبى على شكل مستطيل بعداه $(5x)$ ، $(6x^2+x+3)$ من وحدات الطول.
أوجد مساحة السقف بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=1$.

◄ هندسة : أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى كل مما يأتى :

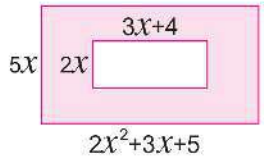
(19)



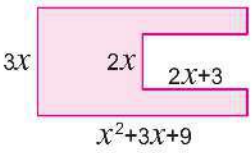
(20)



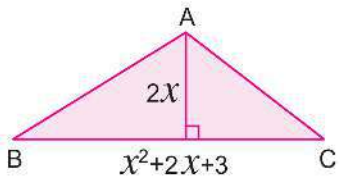
(21)



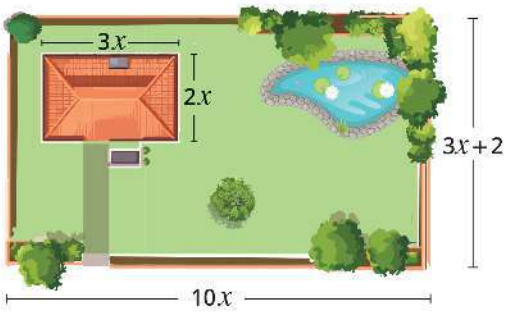
(22)



(23) هندسة : أوجد مساحة المثلث ABC المقابل بدلالة x،
ثم احسب القيمة العددية لمساحته عند $x=3$



(24) هندسة معمارية : يمثل الشكل المقابل مخططًا لمنزل تحيط به حديقة،
أبعاد المنزل والحديقة موضحة فى الشكل.
أوجد مساحة الحديقة بدلالة x.

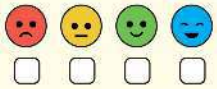


تفكير إبداعى

(25) عددان موجبان a ، b ، وإذا زاد a بمقدار b فإن حاصل ضربهما يزيد بمقدار 9
أوجد العدد b

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

2 - 3

ضرب المقادير الجبرية

(Multiplying Algebraic Expressions)

▪ نواتج التعلم

- تضرب مقدارًا جبريًا ذى حدين فى مقدار جبرى آخر ذى حدين.
- تعرف الحالات الخاصة لضرب المقادير ثنائية الحد.
- تضرب مقدارًا جبريًا ذى حدين فى مقدار جبرى يتكون من أكثر من حدين.

▪ المفردات

- مقدار جبرى Algebraic Expression
- ضرب Multiplication
- حاصل الضرب Product
- خاصية التوزيع Distributive Property

استعد!

لدى عمر حديقة مستطيلة الشكل طولها $2x$ مترًا، وعرضها x مترًا.

قرر عمر أن يضيف 7 أمتار إلى الطول و3 أمتار إلى العرض من أجل زراعة المزيد من الأشجار.

ما المقدار الجبرى الذى يعبر عن مقدار الزيادة فى مساحة الحديقة ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية ضرب المقادير الجبرية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش!

مربع طول ضلعه x سم، فإذا زاد طول أحد أضلاعه بمقدار 1 سم، ونقص طول الضلع المجاور له بمقدار 1 سم أصبح هذا المربع مستطيلًا. أيهما أكبر : مساحة المربع أم مساحة المستطيل؟

رأى باسم	رأى مريم
مساحة المربع أكبر	مساحة المستطيل أكبر

أى الرأيين صحيح من وجهة نظرك ؟ ناقش.

تعلم!

ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى آخر ذى حدين

عند ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى آخر ذى حدين، اضرب كل حد من حدى المقدار الأول فى حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.

- $(x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b)$

$= xy + bx + ay + ab$

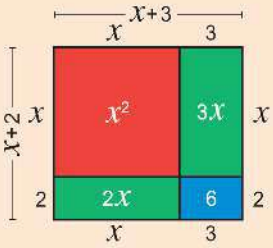
- xy: حاصل ضرب الحدين الأولين
- bx: حاصل ضرب الطرفين
- ay: حاصل ضرب الوسطين
- ab: حاصل ضرب الحدين الأخيرين

■ **لاحظ أن**

عنـد ضـرب مقـدار جبـرى ذى حدين فى آخـر ذى حدين ينتج مقدار جبرى مكون من 4 حدود قد يكون بينها حدود متشـابهة يتم جمعها حتـى يكون المقدار الناتج فى أبسط صورة.

■ **نمذجة**

يمكن إيجاد حاصل ضرب :
$(x+3)(x+2)$
هندسيًا باستخدام نموذج
مساحة المستطيل كالتالى :



$(x+3)(x+2)$
$= x^2 + 5x + 6$

■ **تقييم ذاتى ①**

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

1. $(x+1)(x-6)$
2. $(3x-1)(2x+5)$
3. $(m+4n)(2m-n)$

• $(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$

$= x^2 + bx + ax + ab$

$= x^2 + (b+a)x + ab$

حاصل ضرب الحدين الأخيرين — مجموع حاصل ضرب الطرفين والوسطين — حاصل ضرب الحدين الأولين

فمثلًا :

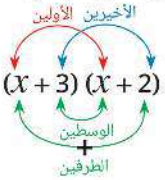
$(x+3)(x+2) = x(x+2) + 3(x+2)$

$= x^2 + 2x + 3x + 6$

$= x^2 + 5x + 6$

■ **الضرب بمجرد النظر**

يمكن الضرب مباشرة كالتالى :



$= x^2 + 5x + 6$

الطريقة الرأسية

يمكن استخدام الطريقة الرأسية
لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

$$\begin{array}{r} x+3 \\ \times\ x+2 \\ \hline x^2+3x \\ +2x+6 \\ \hline x^2+5x+6 \end{array}$$

مثال 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

1. $(x-4)(x+5)$
2. $(a-3b)(2a-5b)$

■ **الطريقة الرأسية**

$$\begin{array}{r} x-4 \\ \times\ x+5 \\ \hline x^2-4x \\ +5x-20 \\ \hline x^2+x-20 \end{array}$$

① $(x-4)(x+5) = x^2 + 5x - 4x - 20$

$= x^2 + x - 20$

◄ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بمجرد النظر.

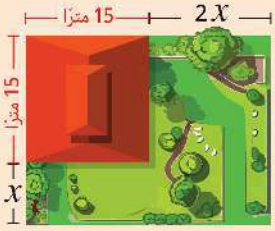
② $(a-3b)(2a-5b) = 2a^2 - 5ab - 6ab + 15b^2$

$= 2a^2 - 11ab + 15b^2$

◄ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بالطريقة الرأسية، وبمجرد النظر.

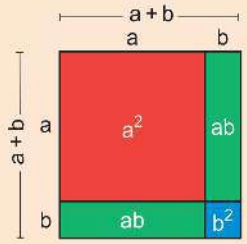
■ تقييم ذاتى ②

استغل مهندس جزءًا على شكل مربع طول ضلعه 15 مترًا من قطعة أرض مستطيلة لبناء منزله، وترك الباقى كحديقة كما بالشكل التالى. ما مساحة الحديقة بدلالة x؟



■ نمذجة

$(a+b)^2$ تعبر هندسيًا عن مساحة مربع طول ضلعه $(a+b)$.



$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

■ ناقش مع زملائك

- هل $x - 2 = 2 - x$؟
- هل $(x-2)^2 = (2-x)^2$؟

■ تقييم ذاتى ③

مربع طول ضلعه $(3x + 2)$ سم. أوجد مساحته بدلالة x.

مثال 2

قامت أسماء بتغطية جزء من أرضية حجرتها بسجادة ملونة مستطيلة الشكل بعداها 4 أمتار، 6 أمتار مع ترك فراغات من أرضية الحجرة بحيث تكون الأبعاد بين الحوائط الأربعة وحواف السجادة متساوية كما بالشكل المقابل. عيِّن المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة بدلالة x.

∵ المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة = مساحة أرضية الحجرة − مساحة السجادة

$$\therefore (2x+6)(2x+4) - 6 \times 4 = 4x^2 + 8x + 12x + 24 - 24$$
$$= 4x^2 + 20x$$

أى أن المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة تساوى $(4x^2 + 20x)$ مترًا مربعًا.

حالات خاصة

1 مفكوك مربع مقدار جبرى ذى حدين

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a(a+b) + b(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

(a) الحد الأول، (b) الحد الثانى

a^2: مربع الحد الأول — $2ab$: ضعف حاصل ضرب الحدّين الأول والثانى — b^2: مربع الحد الثانى

فمثلًا: $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a(a-b) - b(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

فمثلًا: $(x-2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$

مثال 3

أوجد مفكوك كل مما يأتى: ① $(4-x)^2$ ② $(2x+5)^2$

① $(4-x)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2 = 16 - 8x + x^2$

② $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$

2 حاصل ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما

$$(a+b)(a-b)=a(a-b)+b(a-b)$$
$$=a^2-ab+ba-b^2=a^2-b^2$$

(a^2: مربع الحد الأول، b^2: مربع الحد الثانى)

فمثلًا : $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$

■ **لاحظ أن**

عند ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما، لاحظ أن الحدين الأخيرين فى المقدارين كل منهما معكوس جمعى للآخر، لذلك يكون حاصل ضرب الحدين الأخيرين سالبًا دائمًا.

مثال 4

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

1) $(3x+2)(3x-2)$ 2) $(4a-3b)^2-(4a-3b)(4a+3b)$

1) $(3x+2)(3x-2)=(3x)^2-2^2=9x^2-4$

2) $(4a-3b)^2-(4a-3b)(4a+3b)$
$=(4a)^2-2(4a)(3b)+(3b)^2-\left((4a)^2-(3b)^2\right)$
$=16a^2-24ab+9b^2-16a^2+9b^2=-24ab+18b^2$

■ **تقييم ذاتى (4)**

أوجد فى أبسط صورة :

1) $(a-4)(a+4)$
2) $(x+5)(5-x)$
3) $(3b+2)(3b-2)$
4) $(a+b)^2-(a+b)(a-b)$

ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى يحتوى على أكثر من حدين

مثال 5

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب كل مما يأتى :

1) $(x-2)(x^2-3x+5)$ 2) $(2x+3)(1+3x^2-2x)$

استخدم خاصية التوزيع :

1) $(x-2)(x^2-3x+5)$
$=x(x^2-3x+5)-2(x^2-3x+5)$
$=x^3-3x^2+5x-2x^2+6x-10$
$=x^3-5x^2+11x-10$

■ **الطريقة الرأسية**

$$\begin{array}{r} x^2-3x+5 \\ \times\quad x-2 \\ \hline x^3-3x^2+5x \\ -2x^2+6x-10 \\ \hline x^3-5x^2+11x-10 \end{array}$$

2) $(2x+3)(1+3x^2-2x)=2x(1+3x^2-2x)+3(1+3x^2-2x)$
$=2x+6x^3-4x^2+3+9x^2-6x$
$=6x^3+5x^2-4x+3$

◄ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بالطريقة الرأسية.

■ **تقييم ذاتى (5)**

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب كل مما يأتى :

1) $(x+2)(x^2-x+3)$
2) $(2x-3)(6x+4x^2+9)$

■ **لاحظ أن**

عند استخدام الطريقة الرأسية فى ضرب المقادير الجبرية يفضل ترتيب المقدار تصاعديًا أو تنازليًا وفقًا لأس المتغير فى المقدار.

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) ما عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب $(x+4)(x-3)$ فى أبسط صورة ؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

(2) إذا كان : $(x-5)(x+2)=x^2+bx+c$ فما قيمة c ؟

(أ) -10 (ب) -7 (جـ) 7 (د) 10

(3) إذا كان : $(3x-7)^2=ax^2+bx+c$ فما قيمة b ؟

(أ) -42 (ب) -21 (جـ) 21 (د) 42

(4) إذا كان : $(x-5)(x+5)=x^2+bx+c$ فما قيمة b ؟

(أ) -25 (ب) -10 (جـ) 0 (د) 10

◂ اكتشف الخطأ :

(5) قامت كل من نجوى وأحمد بإيجاد مفكوك $(2x-3)^2$ أى من الحلين صحيح ؟ ناقش.

حل نجوى :

$(2x-3)^2=(2x)^2-2(2x)(3)+3^2$

$=4x^2-12x+9$

حل أحمد :

$(2x-3)^2=(2x)^2-3^2$

$=4x^2-9$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(6) إذا كان : $x+y=15$ ، $x-y=5$ فما قيمة x^2-y^2 ؟

(أ) 75 (ب) 20 (جـ) 10 (د) 3

(7) إذا كان : $(x+y)^2=16$ ، $xy=3$ فما قيمة x^2+y^2 ؟

(أ) $5\frac{1}{3}$ (ب) 10 (جـ) 13 (د) 48

(8) ما ناتج طرح $(a+b)^2$ من $(a-b)^2$ ؟

(أ) $2ab$ (ب) $-2ab$ (جـ) $-4ab$ (د) $4ab$

◂ أوجد حاصل الضرب فى كل مما يأتى :

(9) $(a+3)(a+4)$

(10) $(x+3)(5-x)$

(11) $(x-7)(2x-1)$

(12) $(3x+1)(x-3)$

(13) $(3-2m)(m-4)$

◂ أوجد مفكوك كل مما يأتى :

(14) $(x+7)^2$

(15) $(x-6)^2$

(16) $(2x-9)^2$

◂ أوجد حاصل الضرب فى كل مما يأتى :

(17) $(4x-3)(4x+3)$

(18) $(\frac{1}{2}x+1)(\frac{1}{2}x-1)$

(19) $(7-5x)(5x+7)$

◂ **أوجد حاصل الضرب فى كل مما يأتى :**

(20) $(2x-1)(x^2-3x+4)$ (21) $(x+3)(x+2)^2$ (22) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

(23) **اختصر لأبسط صورة المقدار :** $(2n-1)^2-(2n+1)(2n-1)$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند $n=-3$

◂ **أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين فى Q :**

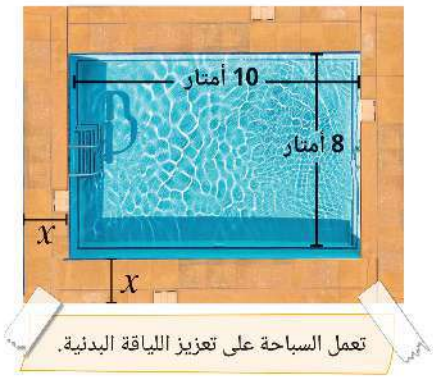
(24) $(x-2)(x+2)=5$ (25) $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(26) **هندسة :** مربع طول ضلعه $(x+3)$ وحدة طول.
أوجد مساحة سطحه بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=7$

(27) **هندسة :** مستطيل طوله $(2x+5)$ وحدة طول، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار 4 وحدات طول.
أوجد مساحة سطحه بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=3$

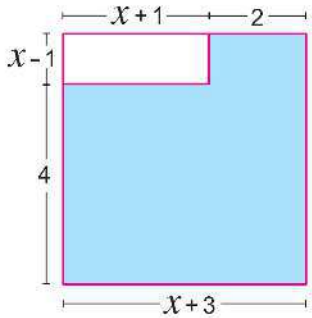
(28) **رياضة :**
يوضح الشكل المقابل حمام سباحة بعداه 10 أمتار، 8 أمتار يحيط به ممر عرضه x مترًا
اكتب مقدارًا جبريًا يعبر عن مساحة الحمام والممر معًا بدلالة x.



تعمل السباحة على تعزيز اللياقة البدنية.

تضيف الزهور لمسة جمالية للحدائق والمنازل، وتعمل على تحسين المزاج والصحة النفسية.

(29) **زراعة :** يوضح الشكل المقابل ممشى عرضه x مترًا حول حوض للزهور مستطيل الشكل طوله 15 مترًا وعرضه 6 أمتار، فما مساحة هذا الممشى بدلالة x ؟



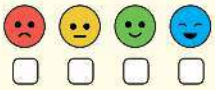
(30) **هندسة :**
أوجد بدلالة x مساحة الجزء المظلل فى الشكل المقابل،
ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=2$

تفكير إبداعى

(31) إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع بمقدار 2 سم فزادت مساحته بمقدار 24 سنتيمترًا مربعًا،
فما طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لضرب المقادير الجبرية ؟ ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

2 - 4

قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى
(Dividing Algebraic Term or Algebraic Expression by Algebraic Term)

■ **نواتج التعلم**

- تقسم حدًا جبريًا على حد جبرى آخر.
- تقسم مقدارًا جبريًا على حد جبرى

■ **المفردات**

- حد جبرى Algebraic Term
- مقدار جبرى Algebraic Expression
- قسمة Division
- المقسوم Dividend
- المقسوم عليه Divisor
- خارج القسمة Quotient

■ **تذكر**

- خارج قسمة عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.
- خارج قسمة عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.

طريق الكباش بمدينة الأقصر

استعد!

يقع طريق الكباش فى مدينة الأقصر، وهو فى الأصل طريق ملكى على شكل مستطيل يربط ما بين «معبد الأقصر» و«معبد الكرنك».
سُمى بذلك الاسم لأنه مزين على الجانبين بتماثيل على هيئة كباش، وكان ملوك مصر القديمة يستخدمونه فى الاحتفالات والطقوس الدينية.

بفرض أن مساحة هذا الطريق تساوى $(7xy^2 + 11x^3y)$ مترًا مربعًا، وعرض الطريق (xy) مترًا، فما طول هذا الطريق بدلالة x ، y ؟
ثم أوجد الطول والعرض عند $x = 4$ ، $y = 19$

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية قسمة الحدود الجبرية، وقسمة مقدار جبرى على حد جبرى، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

إذا علمت من ضرب الحدود الجبرية أن : $(3xy^2)(2x^2y^3) = 6x^3y^5$

هل يمكنك حساب : $\frac{6x^3y^5}{3xy^2}$ ؟ وما القيمة العددية لخارج القسمة عند $x = 3$ ، $y = 2$ ؟

تعلم!

قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر

عند قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر نقسم المعاملات، ونطرح أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

فمثلًا : $(-14x^6) \div (2x^2) = -7x^4$

(طرح الأسس) — (قسمة المعاملات)

مع ملاحظة أن القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإن جميع المسائل التى تُستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

مثال 1

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1) $\frac{9x^4}{-3x^3}$ 2) $\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y}$ 3) $\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c}$

1) $\frac{9x^4}{-3x^3}=-3x$

2) $\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y}=3x^3y$

3) $\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c}=5a$

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

تعلم من دراستك للكسور الاعتيادية أن :

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c} \qquad \frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$$

وسوف نستخدم نفس الطريقة عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى بحيث نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد.

فمثلًا :

- $\frac{10x^2+8x}{2x}=\frac{10x^2}{2x}+\frac{8x}{2x}=5x+4$
- $\frac{9x^3-6x^2}{3x}=\frac{9x^3}{3x}-\frac{6x^2}{3x}=3x^2-2x$

مثال 2

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1) $\frac{18x^3+12x^2-6x}{-6x}$ 2) $\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab}$ 3) $\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x}$

1) $\frac{18x^3+12x^2-6x}{-6x}=\frac{18x^3}{-6x}+\frac{12x^2}{-6x}+\frac{-6x}{-6x}$

$=-3x^2-2x+1$

2) $\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab}=\frac{3ab^2}{3ab}+\frac{9a^2b}{3ab}-\frac{6a^2b^2}{3ab}=b+3a-2ab$

■ تقييم ذاتى ①

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1) $\frac{-45a^5}{-3a^3}$

2) $\frac{18x^2y^3}{-2x^2y}$

■ إرشاد للحل

فى كل من المقسوم والمقسوم عليه إذا وُجد نفس المتغير بنفس الأس يتم حذفه، حيث إن خارج قسمتهما يساوى 1، ثم أكمل عملية القسمة.

فمثلًا فى المسألة 3

$\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c}=\frac{15a^3}{3a^2}=5a$

■ تقييم ذاتى ②

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1) $\frac{-15a^3x^2+10a^4x^3}{-5a^3x^2}$

2) $\frac{49x^3-14x^2+21x}{-7x}$

3) $\frac{6x^3(3x^2-6x-9)}{9x^2}$

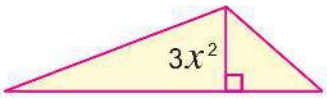
③

$$\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x}=\frac{-32x^4+16x^3+48x^2}{4x}$$

$$=\frac{-32x^4}{4x}+\frac{16x^3}{4x}+\frac{48x^2}{4x}$$

$$=-8x^3+4x^2+12x$$

مثال 3



إذا كانت مساحة المثلث المقابل تساوى $(15x^4+6x^3+9x^2)$ وحدة مربعة

فأوجد طول قاعدته بدلالة x إذا كان ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى $(3x^2)$ وحدة طول، ثم احسب القيمة العددية لطول القاعدة عند $x=3$

∵ مساحة المثلث $=\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ طول القاعدة $=\frac{\text{ضعف مساحة المثلث}}{\text{الارتفاع}}$

أى أن طول القاعدة بدلالة x يساوى :

$$\frac{2(15x^4+6x^3+9x^2)}{3x^2}=\frac{30x^4+12x^3+18x^2}{3x^2}$$

$$=10x^2+4x+6$$

القيمة العددية لطول القاعدة بوحدات الطول تساوى :

$$10\times3^2+4\times3+6=90+12+6=108$$

مثال 4

حديقة على شكل مستطيل بُعداه $(4x)$، $(12x^3+18x^2+30x)$ من وحدات الطول. يريد وليد تقسيمها إلى أحواض مربعة مساحة كل حوض $(4x^2)$ وحدة مساحة.

أوجد عدد الأحواض بدلالة x.

مساحة الحديقة بوحدات المساحة تساوى :

$$4x(12x^3+18x^2+30x)=48x^4+72x^3+120x^2$$

عدد الأحواض بدلالة x يساوى :

$$\frac{48x^4+72x^3+120x^2}{4x^2}=12x^2+18x+30$$

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكنك حل المسألة ③ بقسمة $(-8x^2)$ على $(4x)$ أولًا قبل فك القوس ثم إجراء عملية الضرب كما يلى:

$$\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x}$$

$$=-2x(4x^2-2x-6)$$

$$=-8x^3+4x^2+12x$$

■ تقييم ذاتى ③

إذا كانت مساحة مستطيل تساوى $(4x^4+8x^3+12x^2)$ وحدة مربعة، وأحد بُعديه $4x^2$ وحدة طول، أوجد البعد الآخر بدلالة x

■ تقييم ذاتى ④

يقوم مخبز بإعداد $(10x^3+15x^2+5x)$ قطعة بسكويت، ويضعها فى صناديق بحيث كل صندوق يحوى $(5x)$ قطعة.

أوجد عدد الصناديق التى يحتاجها المخبز لتعليب البسكويت بدلالة x.

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) $24x^3 \div (-6x^2) =$ .....

(أ) -4 (ب) $-4x$

(جـ) $-4x^5$ (د) $-4x^2$

(2) إذا كان $\frac{8x^2}{a} = 1$ فما قيمة a ؟

(أ) -1 (ب) 1

(جـ) $-8x^2$ (د) $8x^2$

(3) $\frac{a+b}{c} =$ .....

(أ) $a + \frac{b}{c}$ (ب) $\frac{a}{c} + b$

(جـ) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (د) $\frac{ab}{c}$

(4) $(x^3 + x^2) \div x^2 =$ .....

(أ) صفر (ب) x

(جـ) $x + 1$ (د) $2x + 1$

(5) $\frac{3x^2 - 6x}{3x} =$ .....

(أ) $-x$ (ب) $-x^2$

(جـ) $x^2 - 2x$ (د) $x - 2$

(6) $12xy^2 \div (-2x^2y) =$ .....

(أ) $6xy$ (ب) $-6xy$

(جـ) $24x^3y^3$ (د) $-24x^3y^3$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

(7) $(27x^3) \div (9x)$

(8) $-18x^2 \div (-3x^2)$

(9) $(x - x^2 - x^3) \div (-x)$

(10) $(2x - 4x^2 + 8x^3) \div (2x)$

◂ اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

(11) $\frac{x^2}{-x} + \frac{-4x}{x} - \frac{3x^3}{x^2}$

(12) $\frac{28x^2 - 42x}{7x} + \frac{14x^2 - 35x}{-7x}$

(13) $\frac{2x(6x^2 - 2x + 8)}{4x}$

(14) $\frac{48x^4 - 144x^3 - 96x^2}{-6x \times 8x}$

(15) إذا كان : $(30x^2y^3 - 15xy) \div (-3x) = nxy^3 + 5y$

فما قيمة n ؟

◂ **اكتشف الخطأ :**

(16) قامت كل من سمر وأنس بإيجاد خارج قسمة : $\frac{4x^2-6x}{-2x}$ ، أى منهما اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل ؟ ناقش.

حل سمر :

$$\frac{4x^2-6x}{-2x}=\frac{4x^2}{-2x}+\frac{-6x}{-2x}=-2x+3$$

حل أنس :

$$\frac{4x^2-6x}{-2x}=\frac{4x^2}{-2x}-\frac{-6x}{-2x}=-2x-3$$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(17) **استهلاك الوقود :** إذا كان استهلاك سيارة للوقود خلال إحدى الرحلات يساوى $(9x^3+18x^2+27x)$ لترًا، وكانت السيارة تستهلك $9x$ لترًا من الوقود لكل كيلو متر، فما عدد الكيلو مترات التى قطعتها السيارة أثناء الرحلة بدلالة x؟

التقليل من استهلاك الوقود يحافظ على البيئة نظيفة.

(18) **تعليم :** إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس يساوى $(25x^4+50x^3+75x^2)$ وكان عدد طلاب كل فصل يساوى $(25x)$ ، فما عدد فصول المدرسة بدلالة x ؟

(19) **طلاء حوائط :** عند طلاء حائط مساحته $(12x^3+72x^2+48x)$ مترًا مربعًا.
إذا كانت كل علبة طلاء تغطى مساحة $(12x)$ مترًا مربعًا ، فما عدد علب الطلاء التى تحتاجها بدلالة x ؟

تلعب المساحات الخضراء دورًا كبيرًا فى تنقية الهواء، وتحسين الحالة النفسية للفرد.

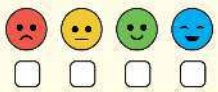
(20) حديقة على شكل مستطيل مساحتها $(15a^3b^2+20a^2b^3-25a^2b^2)$ مترًا مربعًا، وطولها $(5a^2b^2)$ مترًا.
أوجد عرضها بدلالة a ، b
وإذا كان $a=2$ ، $b=1$ فأوجد القيمة العددية لعرض الحديقة.

تفكير إبداعى

(21) متوازى مستطيلات حجمه $(24x^3+32x^2y)$ سنتيمترًا مكعبًا، وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه $(2x)$ سم.
أوجد ارتفاعه بدلالة x ، y ، ثم أوجد القيمة العددية للارتفاع عند $x=2$ ، $y=1$.

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لقسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

2 - 5

قسمة المقادير الجبرية

(Dividing Algebraic Expressions)

■ نواتج التعلم

- تقسم مقدارًا جبريًا على مقدار جبرى آخر مكون من حدين.
- توظف قسمة المقادير الجبرية فى حل المشكلات

■ المفردات

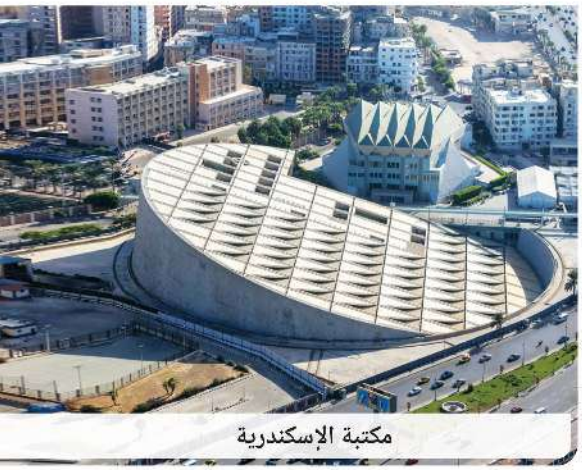
- قسمة Division
- مقدار جبرى Algebraic Expression
- المقسوم Dividend
- المقسوم عليه Divisor
- خارج القسمة Quotient

■ تذكر

عملية القسمة المطولة فى الأعداد

$972 \div 4$

الخطوات	
اقسم	4) 9 7 2 (2 4 3
اضرب	− 8
اطرح	1 7
اسقط	− 1 6
	1 2
	− 1 2
	0



مكتبة الإسكندرية

استعد!

مكتبة الإسكندرية الحديثة هى واحدة من أهم المكتبات والمراكز الثقافية فى العالم. بفرض أن عدد الكتب الموجودة فى إحدى قاعات المكتبة يساوى $(8x^3 + 1)$ كتابًا، وعدد الكتب فى كل رف يساوى $(2x + 1)$ كتابًا، فما عدد الأرفف داخل القاعة؟

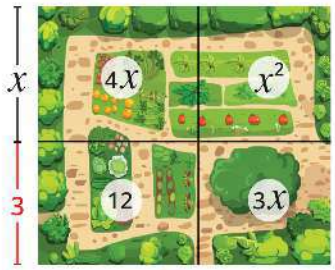
فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

يمثل الشكل المقابل نموذجًا لقطعة أرض على شكل مستطيل مساحته $(x^2 + 7x + 12)$ مترًا مربعًا وعرضه $(x + 3)$ مترًا.

هل يمكنك إيجاد طول قطعة الأرض بمجرد النظر؟

وهل تستطيع استخدام طرق أخرى لإيجاد طول قطعة الأرض؟



تعلم!

تعلم من ضرب المقادير الجبرية أن :

$$(x - 5)(x + 4) = x^2 - x - 20$$

وحيث إن القسمة عملية عكسية للضرب، فإنه يمكنك استنتاج ما يلى :

- $(x^2 - x - 20) \div (x - 5) = x + 4$
- $(x^2 - x - 20) \div (x + 4) = x - 5$

ويمكن كتابة عملية القسمة كما يلى :

المقسوم عليه	$x - 5$ ← خارج القسمة
$x + 4$	$x^2 - x - 20$ ← المقسوم

المقسوم عليه	$x + 4$ ← خارج القسمة
$x - 5$	$x^2 - x - 20$ ← المقسوم

مع العلم أن جميع المسائل التى تُستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

مثال 1

أوجد خارج قسمة $(x^2 - x - 20)$ على $(x - 5)$

- اقسم x^2 على x فيكون الناتج x
- اضرب x فى $(x - 5)$ فتحصل على $x^2 - 5x$
- اطرح $(x^2 - 5x)$ من $(x^2 - x - 20)$ فتحصل على $4x - 20$
- كرر الخطوات السابقة حتى يصبح باقى الطرح مساويًا للصفر ويكون خارج القسمة هو $(x + 4)$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x - 20 & x - 5 \\ \ominus\ x^2 \oplus 5x & x + 4 \\ \hline 4x - 20 & \\ \ominus\ 4x \oplus 20 & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

لاحظ أن : المقدار $(x^2 - x - 20)$ هو المقسوم ، المقدار $(x - 5)$ هو المقسوم عليه، المقدار $(x + 4)$ هو خارج القسمة.

مثال 2

أوجد خارج قسمة $(2x + x^3 - 12)$ على $(x - 2)$

اكتب المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا حسب قوى x كالتالى:

$$x^3 + 2x - 12$$

ولاحظ أنه لا يوجد حد يشتمل على x^2 لذلك اترك له مسافة فارغة.

- خارج القسمة هو $(x^2 + 2x + 6)$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x - 12 & x - 2 \\ \ominus\ x^3 \oplus 2x^2 & x^2 + 2x + 6 \\ \hline 2x^2 + 2x - 12 & \\ \ominus\ 2x^2 \oplus 4x & \\ \hline 6x - 12 & \\ \ominus\ 6x \oplus 12 & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

مثال 3

إذا كان $(x - 3)$ أحد عاملى المقدار $(3x^2 - 14x + 15)$ ، أوجد العامل الآخر.

العامل الآخر هو خارج قسمة $(3x^2 - 14x + 15)$ على $(x - 3)$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 14x + 15 & x - 3 \\ \ominus\ 3x^2 \oplus 9x & 3x - 5 \\ \hline -5x + 15 & \\ \oplus\ -5x \ominus 15 & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

أى أن العامل الآخر هو $(3x - 5)$

■ تقييم ذاتى ①

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1. $x^2 - 4x - 12$ على $x - 6$
2. $3x^2 + 10x - 8$ على $x + 4$

■ إرشاد للحل

اكتب الحدود المتشابهة تحت بعضها أثناء إجراء عملية القسمة.

■ تقييم ذاتى ②

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1. $x^2 + 6 - 5x$ على $x - 3$
2. $x^3 + 4x^2 - 5$ على $x - 1$

■ لاحظ أن

قبل البدء فى إجراء عملية القسمة يجب ترتيب حدود كل من المقسوم والمقسوم عليه ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى المتغير، ويفضل تنازليًا.

■ تقييم ذاتى ③

إذا كان $(2x + 1)$ هو أحد عاملى المقدار $(2x^2 - 7x - 4)$ أوجد العامل الآخر.

مثال 4

إذا كان المقدار $(x^3 + x^2 + a)$ يقبل القسمة على $(x - 2)$ أوجد قيمة a

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 6 \\ x-2 \overline{)\, x^3 + x^2 \quad\quad + a} \\ \ominus\ x^3 \oplus 2x^2 \\ \hline 3x^2 \quad\quad + a \\ \ominus\ 3x^2 \oplus 6x \\ \hline 6x + a \\ \ominus\ 6x \oplus 12 \\ \hline a + 12 \end{array}$$

∵ المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

$\therefore a + 12 = 0$

$\therefore a = -12$

تقييم ذاتى ④

إذا كان المقدار $(x^3 - x^2 - 4x - m)$ يقبل القسمة على $(x - 3)$ أوجد قيمة m.

مثال 5

الربط بالحياة : شقة مستطيلة الشكل مساحة أرضيتها تساوى $(x^3 + 15x^2 + 51x + 10)$ مترًا مربعًا فإذا كان عرض أرضية الشقة يساوى $(x + 10)$ مترًا،

أوجد طول أرضية الشقة بدلالة x،

ثم أوجد القيمة العددية لمحيط أرضية الشقة، عند $x = 2$

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 1 \\ x+10 \overline{)\, x^3 + 15x^2 + 51x + 10} \\ \ominus\ x^3 + 10x^2 \\ \hline 5x^2 + 51x + 10 \\ \ominus\ 5x^2 + 50x \\ \hline x + 10 \\ \ominus\ x + 10 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

∵ طول أرضية الشقة $= \frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}}$

$\therefore$ طول أرضية الشقة $= (x^2 + 5x + 1)$ مترًا.

عند $x = 2$:

$\therefore$ العرض $= 10 + 2 = 12$ مترًا.

الطول $= 1 + 10 + 4 = 15$ مترًا.

$\therefore$ محيط أرضية الشقة $= 2\,(12 + 15)$

$= 54$ مترًا.

تقييم ذاتى ⑤

يبيع أحد المسارح تذاكر بإجمالى إيرادات $(4x^2 + 16x + 12)$ جنيهًا. إذا كان سعر كل تذكرة $(4x + 4)$ جنيهًا،

حدد عدد التذاكر المبيعة بدلالة x.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان $\frac{2x+a}{x+3}=2$ ، فما قيمة a؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 6

(2) إذا كان $\frac{3x+15}{x-a}=3$ فما قيمة a؟

(أ) -5 (ب) -3 (جـ) 3 (د) 5

(3) إذا كان $\frac{x-2}{2-x}=a$ فما قيمة a؟

(أ) -2 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 2

(4) إذا كان خارج قسمة $(x^2-2x-35)$ على $(x+5)$ هو $(x+b)$ فما قيمة b؟

(أ) -7 (ب) -5 (جـ) 5 (د) 7

(5) إذا كان خارج قسمة (x^3-4x) على $(x-2)$ هو $(ax+x^2)$ فما قيمة a؟

(أ) -4 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 4

◂ اكتشف الخطأ :

(6) قام كل من عمر وخالد بقسمة (x^2+3x-4) على $(x+4)$، وكان خارج القسمة فى حل كل منهما هو $(x-1)$

هل حل كل منهما صحيح؟ ناقش.

حل عمر :

$$\begin{array}{r|l} x^2+3x-4 & x+4 \\ \ominus\ \ominus & \hline x-1 \\ x^2+4x & \\ \hline -x-4 & \\ \oplus\ \ominus & \\ -x-4 & \\ \hline 0\quad 0 & \end{array}$$

حل خالد :

$$\frac{x^2}{x}\quad\frac{-4}{4}$$

$$x\quad -\quad 1$$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية :

(7) $x^2+9x+20$ على $x+4$

(8) $x+x^2-2$ على $x-1$

(9) $2+2y^2-5y$ على $y-2$

(10) $x^2-10x+25$ على $x-5$

(11) $-6+7x-5x^2+2x^3$ على $2x-3$

(12) x^3-27 على $x-3$

(13) $25y^2-9x^2$ على $5y-3x$

(14) x^4-1 على x^2+1

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(15) اقسم $(6+x-x^3+3x^2)$ على $(x-2)$، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عند $x=3$

(16) إذا كان $(x-4)$ أحد عاملى المقدار (x^2-5x+4) أوجد العامل الآخر.

(17) أوجد قيمة b التى تجعل المقدار $(4x^2+11x+b)$ يقبل القسمة على $(4x-1)$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(18) **تبليط أرضيات :** يقوم عامل بتبليط أرضية غرفة مستطيلة الشكل.
المساحة الكلية للأرضية تساوى $(x^2 + 7x + 12)$ مترًا مربعًا،
إذا كان عرض الأرضية يساوى $(x + 3)$ مترًا، أوجد طول الأرضية بدلالة x.

اختيار مواد لاصقة مناسبة خطوة أساسية لنجاح عملية التبليط.

(19) **صناعة :** تقوم إحدى الشركات بتعبئة منتجاتها فى صناديق، كل صندوق على شكل متوازى مستطيلات حجمه يساوى $(x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$ سنتيمترًا مكعبًا، وارتفاعه يساوى $(x + 2)$ سم.
أوجد مساحة قاعدة الصندوق بدلالة x.

الالتزام بالسرعات المحددة أثناء قيادة السيارة تجنبك حوادث الطرق.

(20) **علوم :** تتحرك سيارة فى طريق مستقيم بسرعة قدرها $(2x + 4)$ متر/ساعة، احسب بالساعات الزمن الذى تستغرقه هذه السيارة بدلالة x فى قطع مسافة قدرها $(2x^3 + 8x^2 + 8x)$ مترًا.

(21) **ديكور :** إذا كانت التكلفة الإجمالية لطلاء حائط تساوى $(2x^2 + 8x + 6)$ جنيهًا، وكانت تكلفة طلاء المتر المربع من الحائط تساوى $(2x + 2)$ جنيهًا، فأوجد مساحة الحائط بدلالة x.

يتحقق التأثير الجمالى من خلال اختيار لون الطلاء المناسب.

(22) **رصف طرق :** تقوم شركة إنشاءات برصف طريق مستطيل، فإذا كان إجمالى مساحة الأسفلت المطلوب للطريق تساوى $(3x^3 + 14x^2 + 13x + 20)$ مترًا مربعًا، وكان عرض الطريق يساوى $(x + 4)$ مترًا. أوجد طول الطريق بدلالة x.

يساعد رصف الطرق على تحسين السلامة المرورية.

تفكير إبداعى

(23) **هندسة :** ABC قطعة أرض مثلثة الشكل مساحتها $(6x^2 + 7xy + 2y^2)$ مترًا مربعًا، إذا كان طول $\overline{AB}$ يساوى $(2x + y)$ مترًا، أوجد طول العمود الساقط من C على $\overleftrightarrow{AB}$ بدلالة x، y، ثم أوجد القيمة العددية لطول هذا العمود عند $x = 2$، $y = 3$

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لقسمة المقادير الجبرية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب

تقييم الوحدة الثانية

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الثانية ؟ ضع علامة فى المربع المناسب

☐ ☐ ☐ ☐

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان : $2X^3 \times X = aX^n$ فما قيمة $a + n$؟

(أ) -3 (ب) -2

(جـ) 2 (د) 3

(2) إذا كان : $X \in Z$ فأى مما يأتى أحد حلول المتباينة $3 > 2X - 1$؟

(أ) 0 (ب) -1 (جـ) -2 (د) -4

(3) إذا كان : $(X - 2)(X + 2) - 5 = 0$

فما قيمة X حيث $X < 0$؟

(أ) -9 (ب) -2

(جـ) -1 (د) -3

(4) مستطيل مساحته $(X^2 + 6X + 8)$ وحدة مربعة وطوله $(X + 4)$ وحدة طول، فما عرض المستطيل؟

(أ) X (ب) $X + 2$

(جـ) $X - 2$ (د) $X - 4$

◂ أكمل ما يأتى :

(5) $\frac{a^2 - a}{a - 1} =$ .....

(6) معامل ab فى حاصل ضرب $(2a - 3b)$ فى $(a - b)$ يساوى .....

(7) مجموعة حل المتباينة $2X - 1 > X + 2$ فى Z تساوى .....

(8) إذا كان : $(3X - 4)^2 = aX^2 + bX + c$ فإن : $b =$ .....

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) أوجد فى أبسط صورة حاصل الضرب $(2X^2 - X + 4)(X - 3)$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عند $X = -1$

(10) أوجد مجموعة حل المتباينة $3X - 4 \geq 2(3X - 1)$ فى Q.

(11) أوجد خارج قسمة $(-2X^2y + 4Xy^2 - 6Xy)$ على $(-2Xy)$

(12) إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع بمقدار 3 سم زادت مساحته بمقدار 51 سنتيمترًا مربعًا، ما طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

نشاط الوحدة الثانية

◂ الهدف من النشاط :

البحث عبر المواقع الإلكترونية لتنمية مهارات التعلم التعاونى باستخدام التكنولوجيا الرقمية لمعرفة أحد أساليب ضرب المقادير الجبرية (FOIL Method)

◂ خطوات التنفيذ :

1. تشكيل فرق العمل المكونة من (2 - 4) طالب للبدء فى تنفيذ النشاط.
2. تحديد ما تشير إليه حروف كلمة (FOIL) والخاصة بالمقادير الجبرية.
3. وصف أوجه التشابه بين هذه الطريقة والطريقة المعروضة فى الكتاب المدرسى.
4. جمع بيانات عن أهم علماء الرياضيات الذين لهم إسهامات فى تطوير وتوضيح الحدود الجبرية والمقادير الجبرية.

الوحدة 3

الهندسة والقياس

دروس الوحدة

3-1 المساحات
3-2 الإنشاءات الهندسية
3-3 التحويلات الهندسية
3-4 تركيب التحويلات الهندسية

يعتبر العلماء أن التعلم المستمر ضرورى لمواكبة التطورات فى استخدام الذكاء الاصطناعى بشكل فعال فى تصميم وإنتاج الأشكال الهندسية المعقدة.

◀ فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعى (AI) فى تصميم أشكال هندسية معقدة بصورة سريعة ودقيقة؟

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- العولمة
- التنمية المستدامة
- الفهم الرياضى
- تكنولوچيا المعلومات

القيـــم

- الأمن والسلامة
- احترام الآخر
- المسئولية
- الانتماء

الدرس

1 - 3

المساحات
(Areas)

■ نواتج التعلم

- توجد مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه.
- توجد مساحة المربع بمعلومية طول قطره.
- توجد مساحة شبه المنحرف.
- تستخدم قوانين حساب المساحة فى حل المشكلات.

■ المفردات

- مساحة Area
- محيط Perimeter
- معين Rhombus
- مربع Square
- شبه منحرف Trapezium

■ الترميز فى الرياضيات

يُرمز عادة للمساحة بالحرف A، ويُرمز للمحيط بالحرف P، كما يُرمز لطول ضلع المربع أو المعين بالحرف s، ولطول المستطيل بالحرف ℓ ولعرضه بالحرف w، وللارتفاع بالحرف h ولطول القاعدة بالحرف b.

استعد!

تقع محافظة أسوان بجنوب جمهورية مصر العربية، وهى إحدى محافظات صعيد مصر.

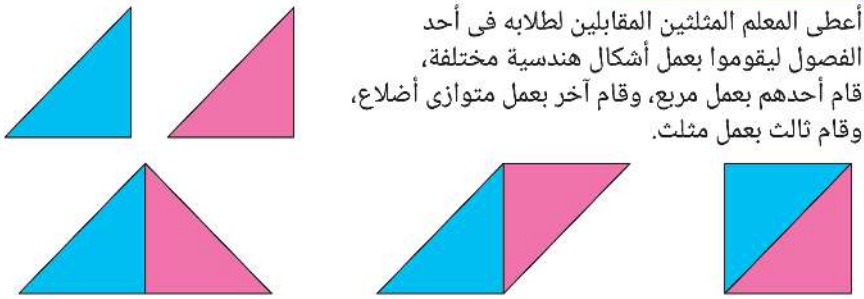
تتمتع أسوان بالعديد من المعالم السياحية مثل معبد أبو سمبل ومعابد فِيلَة، وتتميز بالمناظر الطبيعية الخلابة على نهر النيل، كما يوجد بها السد العالى.

تشبه محافظة أسوان على الخريطة شبه منحرف أبعاده كما بالخريطة المقابلة.
ما مساحة محافظة أسوان التقريبية بالكيلو متر المربع؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إيجاد مساحات بعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمعين وشبه المنحرف، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

فكر وناقش!

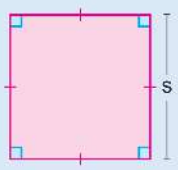
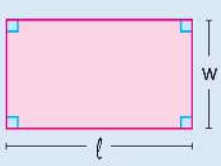
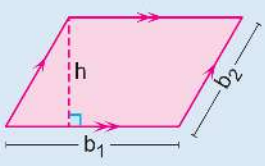
أعطى المعلم المثلثين المقابلين لطلابه فى أحد الفصول ليقوموا بعمل أشكال هندسية مختلفة، قام أحدهم بعمل مربع، وقام آخر بعمل متوازى أضلاع، وقام ثالث بعمل مثلث.



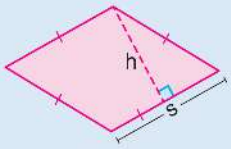
هل هذه الأشكال لها نفس المساحة أم لها نفس المحيط؟ ناقش.

تعلم!

درست فى الأعوام السابقة الصيغ الرياضية لإيجاد مساحات ومحيطات بعض الأشكال الهندسية مثل :

المربع	المستطيل	متوازى الأضلاع
		
$P = 4\,s$	$P = 2\,(\ell + w)$	$P = 2\,(b_1 + b_2)$
$A = s^2$	$A = \ell \times w$	$A = b_1 \times h$

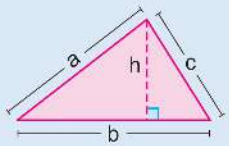
المعين



$P = 4s$

$A = s \times h$

المثلث

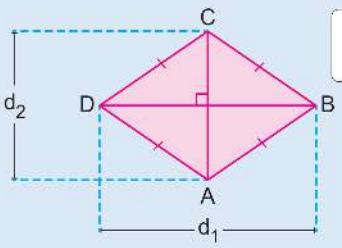


$P = a + b + c$

$A = \frac{1}{2} b \times h$

◂ فى هذا الدرس تتعرف على المزيد من قوانين حساب مساحات الأشكال الهندسية.

مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه



مساحة المعين $= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه

وبفرض المساحة A ، وطولى القطرين d_1 ، d_2

يكون : $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

مثال 1

معين طولا قطريه 5 أمتار ، 8 أمتار. أوجد مساحته.

مساحة المعين $= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$

أى أن مساحة المعين $= 20$ مترًا مربعًا

مثال 2

معين طول ضلعه 10 قدم وارتفاعه 9.6 قدم وطول أحد قطريه 12 قدم. أوجد طول القطر الآخر.

مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع

$= 10 \times 9.6 = 96$ قدمًا مربعًا

$\because A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\therefore 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times d_2$ $\quad \therefore 96 = 6 \times d_2$ $\quad \therefore d_2 = \frac{96}{6} = 16$

أى أن طول القطر الآخر $= 16$ قدمًا

■ **معلومات سابقة**

◂ المعين هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

◂ أضلاع المعين متساوية فى الطول.

◂ قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

■ **تقييم ذاتى ①**

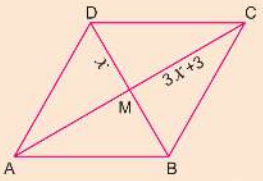
معين طولا قطريه 16 بوصة، 30 بوصة. أوجد مساحته.

■ **تقييم ذاتى ②**

ABCD معين تقاطع قطراه فى M ،

$MD = x$ ، $MC = 3x + 3$

أوجد مساحة المعين بدلالة x.



ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x = 7$

■ **معلومة إثرائية**

وحدات قياس الطول فى النظام المترى هى :

الملليمتر والسنتيمتر والديسيمتر والمتر والكيلو متر حيث :

◂ 1 سم = 10 مم

◂ 1 ديسم = 10 سم

◂ 1 متر = 100 سم

◂ 1 كم = 1000 متر

وحدات قياس الطول فى النظام الإنجليزى هى :

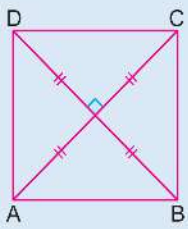
البوصة والقدم واليادرة والميل حيث :

◂ 1 قدم = 12 بوصة

◂ 1 ياردة = 36 بوصة = 3 قدم

◂ 1 ميل = 5280 قدم

مساحة المربع بمعلومية طول قطره



المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول، وعلى هذا فإن :

مساحة المربع $= \frac{1}{2} \times$ طول القطر $\times$ طول القطر

أى أن | مساحة المربع $= \frac{1}{2}$ مربع طول قطره |

وبفرض مساحة المربع A ، وطول قطره d يكون : $A = \frac{1}{2} d^2$

فمثلًا : المربع الذى طول قطره 6 سم، تكون مساحته بالسنتيمتر المربع :

$$A = \frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

مثال 3

أيهما أكبر فى المساحة ؟

مربع طول قطره 12 سم أم مستطيل طوله 11 سم وعرضه 7 سم

بفرض أن مساحة المربع A_1

$$\therefore A_1 = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 144 = 72$$

أى أن مساحة المربع = 72 سنتيمترًا مربعًا

وبفرض أن مساحة المستطيل A_2

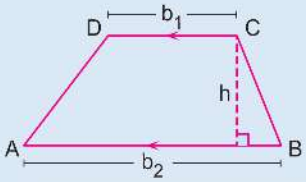
$$\therefore A_2 = \ell \times w = 11 \times 7 = 77$$

أى أن مساحة المستطيل = 77 سنتيمترًا مربعًا

∴ مساحة المستطيل > مساحة المربع

مساحة شبه المنحرف

شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان، ويسمى كل ضلع من الضلعين المتوازيين "قاعدة"، وكل ضلع من الضلعين غير المتوازيين "ساق".



فمثلًا : فى الشكل المقابل ABCD شبه منحرف،

$\overline{AB}$ قاعدته الكبرى، $\overline{DC}$ قاعدته الصغرى،

وكل من $\overline{BC}$ ، $\overline{AD}$ ساق

مساحة شبه المنحرف $= \frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين $\times$ الارتفاع

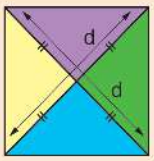
وبفرض مساحة شبه المنحرف A، وطولى قاعدتيه المتوازيتين b_1 ، b_2 ، والارتفاع h يكون :

$$A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

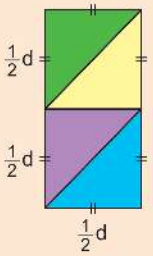
■ نمذجة

يمكن استنتاج قانون مساحة المربع بمعلومية طول قطره كالتالى:

◂ ارسم مربعًا كما يلى :



◂ قُص المربع ثم أعد لصقه بهذه الطريقة:



∴ مساحة المربع تساوى مساحة المستطيل

$$A = \frac{1}{2} d \times d = \frac{1}{2} d^2$$

■ تقييم ذاتى (3)

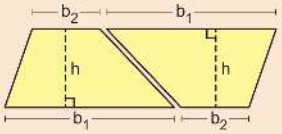
مربع طول قطره 8 قدم، ومتوازى أضلاع طول قاعدته 10 قدم والارتفاع المناظر لها 4 قدم.

أوجد مجموع مساحتيهما.

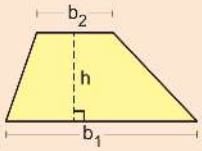
■ نمذجة

يمكن استنتاج قانون مساحة شبه المنحرف كالتالى:

◂ ارسم متوازى أضلاع طول قاعدته $(b_1 + b_2)$ وارتفاعه (h) ثم اقطعه إلى جزأين كما يلى:



◂ سوف تحصل على شكلين كل منهما شبه منحرف كالتالى:

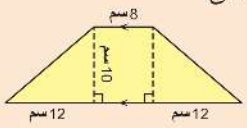


∴ مساحة شبه المنحرف تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع

$$\therefore A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$$

■ تقييم ذاتى ④

أوجد مساحة شبه المنحرف التالى.



■ تقييم ذاتى ⑤

شبه منحرف مساحته 45 بوصة مربعة، وارتفاعه 5 بوصة.
أوجد طول قاعدته المتوسطة.

ملاحظة :

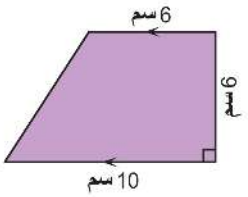
القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف هى قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفى ساقيه.

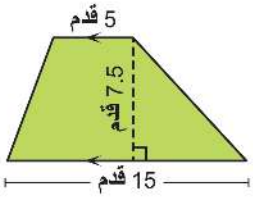
طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين

وبالتالى تكون مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

مثال 4

احسب مساحة شبه المنحرف فى كل من الشكلين التاليين :

① 

② 

① $\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore A = \frac{1}{2}(6 + 10) \times 6 = 48$

أى أن مساحة شبه المنحرف = 48 سنتيمترًا مربعًا.

② $\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore A = \frac{1}{2}(5 + 15) \times 7.5 = 75$

أى أن مساحة شبه المنحرف = 75 قدمًا مربعًا.

مثال 5

شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 9 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 4 سم، أوجد طول قاعدته الكبرى.

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore 54 = \frac{1}{2}(4 + b_2) \times 9$

$\therefore 4 + b_2 = 12$ $\quad\quad$ $\therefore b_2 = 8$

أى أن طول القاعدة الكبرى = 8 سم.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) إذا كانت مساحة معين 100 وحدة مربعة، فما حاصل ضرب طولى قطريه؟

(أ) 25 (ب) 50 (جـ) 100 (د) 200

(2) إذا كانت مساحة مربع 450 وحدة مربعة، فما طول قطره بوحدات الطول؟

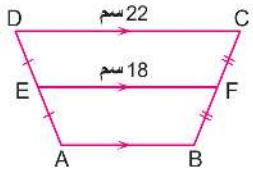
(أ) 15 (ب) 30 (جـ) 45 (د) 90

(3) شبه منحرف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين يساوى 16 سم ، وارتفاعه 5 سم، فما مساحته بالسنتيمتر المربع؟

(أ) 20 (ب) 40 (جـ) 80 (د) 160

(4) فى الشكل المقابل :

ما طول $\overline{AB}$ بالسنتيمتر؟



(أ) 14 (ب) 20

(جـ) 26 (د) 28

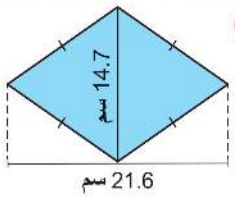
(5) مربع طول ضلعه s ومساحته A ، فكم تكون مساحة المربع الذى طول قطره 2 s؟

(أ) A (ب) 2 A (جـ) 4 A (د) A^2

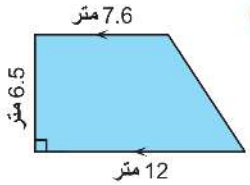
ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **أوجد مساحة كل من الأشكال التالية :**

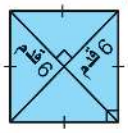
(6)



(7)



(8)



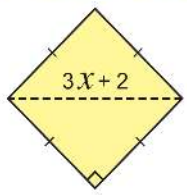
(9) شبه منحرف مساحته 175 مترًا مربعًا وطولا قاعدتيه المتوازيتين 14 مترًا ، 21 مترًا. أوجد ارتفاعه.

(10) أوجد طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طولا قطريه 4 أمتار ، 25 مترًا.

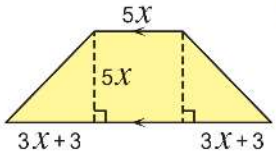
(11) شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، أوجد طول قاعدته الأخرى.

◂ **أوجد بدلالة x مساحة كل من الشكلين التاليين، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x = 4$:**

(12)

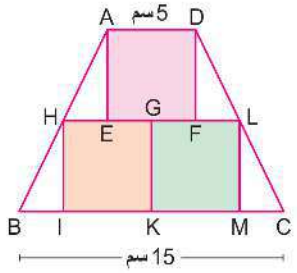


(13)

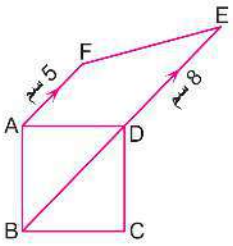


(14) شبه منحرف مساحته 315 سنتيمترًا مربعًا، وارتفاعه 15 سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه 4 : 3 فما طول كل منهما؟

(15) أوجد مساحة شبه المنحرف ABCD إذا كانت AEFD ، HIKG ، GKML ثلاثة مربعات أضلاعها متساوية فى الطول.



(16) احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان ABCD مربعًا طول قطره 6 سم.



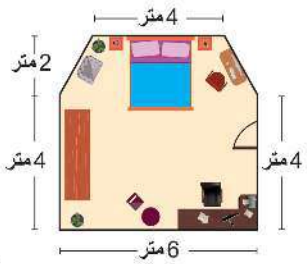
ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(17) زراعة : قطعة أرض زراعية مربعة الشكل طول قطرها 8 كيلو متر، ومساحتها تساوى مساحة مزرعة مستطيلة الشكل عرضها 4 كيلو متر. أوجد طول المزرعة.

شهد قطاع الزراعة بمصر عددًا كبيرًا من المشروعات الزراعية الكبرى، من أهمها مشروع المليون ونصف المليون فدان.

(18) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة، الأولى على شكل معين طولا قطريه 8 أمتار، 27 مترًا، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 6 أمتار. أوجد طول قاعدته المتوسطة.

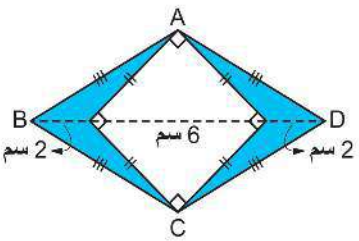
(19) ديكور : الشكل التالى يوضح أبعاد حجرة، ويُراد تبليط أرضيتها بالسيراميك، فإذا كان سعر تركيب المتر المربع منه يساوى 120 جنيهًا، احسب تكلفة تركيب السيراميك.



توزيع قطع الأثاث طبقًا لمساحة المنزل يعكس وعيًا جماليًا ، وذوقًا رفيعًا.

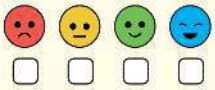
تفكير إبداعى

(20) أوجد مساحة المنطقة الملونة فى الشكل التالى :



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للمساحات ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
3 - 2

الإنشاءات الهندسية
(Geometrical Constructions)

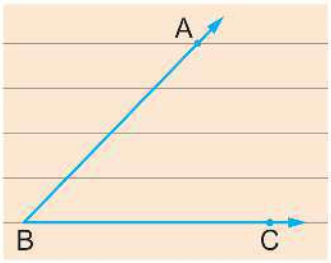
استعد!

يحتاج المهندسون عند عمل التصميمات الهندسية إلى تحديد الأبعاد وقياسات الزوايا بشكل دقيق، ويستخدمون فى ذلك الأدوات الهندسية المختلفة.

اكتشف أحد المهندسين أن تدريج مسطرته غير واضح، فكيف يمكنه تحديد نقطة منتصف قطعة مستقيمة فى أحد تصميماته؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية استخدام الأدوات الهندسية فى إجراء بعض الإنشاءات الهندسية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش!



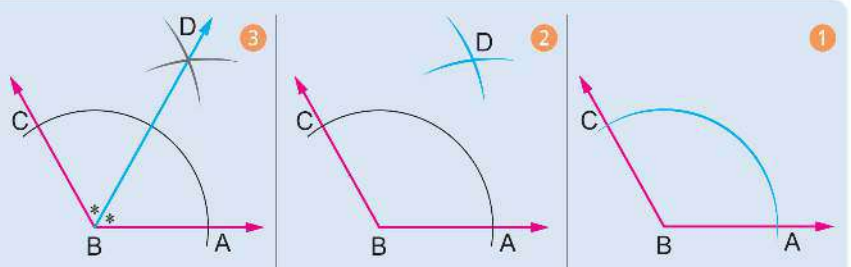
أمامك زاوية ABC غير معلوم قياسها،

هل يمكنك رسم شعاع ينصف هذه الزاوية دون قياس؟

تعلم!

1 تنصيف زاوية

لتنصيف زاوية مثل ∠ B اتبع الخطوات التالية :



اركز بسن الفرجار فى رأس الزاوية B ، وارسم قوسًا يقطع ضلعى الزاوية فى نقطتين A ، C

بنفس فتحة الفرجار، أو بأى فتحة أخرى، اركز فى A وارسم قوسًا، ثم بنفس الفتحة اركز فى C وارسم قوسًا آخر يقطع القوس الأول فى نقطة D

ارسم $\overrightarrow{BD}$ فيكون هو المنصف للزاوية B، ويكون :

$m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$

نواتج التعلم

- تنصِّف زاوية.
- تنصِّف قطعة مستقيمة.
- ترسم مثلثًا بمعلومية أطوال أضلاعه.
- ترسم مثلثًا بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.
- ترسم مثلثًا بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما.

المفردات

- إنشاء هندسى Geometrical Construction
- زاوية Angle
- مُنصِّف Bisector
- قطعة مستقيمة Line Segment
- مثلث Triangle

لاحظ أن

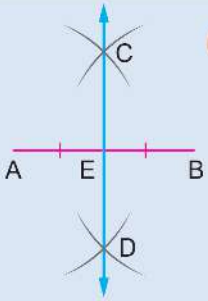
استخدام الفرجار والمسطرة فى تنصيف الزوايا والقطع المستقيمة هو أحد الوسائل الدقيقة فى التنصيف، بغض النظر عن قياسات الزوايا وأطوال القطع المستقيمة.

تقييم ذاتى ①

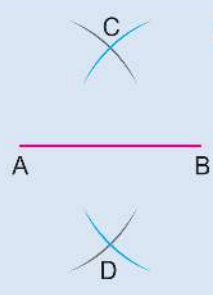
ارسم زاوية قياسها 45°، ثم نصِّفها مستخدمًا المسطرة والفرجار. تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

2 تنصيف قطعة مستقيمة

لتنصيف قطعة مستقيمة مثل $\overline{AB}$ اتبع الخطوات التالية :



افتح الفرجار فتحة أكبر من نصف طول $\overline{AB}$ ، ثم اركز فى A وارسم قوسين فى جهتين مختلفتين من $\overline{AB}$



بنفس فتحة الفرجار اركز فى B وارسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين فى C ، D

ارسم $\overleftrightarrow{CD}$ ليقطع $\overline{AB}$ فى E، فتكون النقطة E منتصف $\overline{AB}$ أى :
$AE = EB$

3 رسم المثلث

أولًا رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه

تعلمت فى الفصل الدراسى الأول كيفية رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه، ونذكرك به فيما يلى :

لرسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 5 سم ، وطول $\overline{BC}$ يساوى 4 سم ، وطول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم اتبع الخطوات التالية :

استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 5 سم.

افتح الفرجار فتحة طولها 4 سم. اركز فى نقطة B وارسم قوسًا.

ثم افتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، واركز فى A وارسم قوسًا يقطع القوس الأول فى C

ارسم $\overline{BC}$ ، $\overline{AC}$ فتحصل على المثلث ABC الذى أطوال أضلاعه 5 سم ، 4 سم ، 3 سم.

■ تقييم ذاتى ②

ارسم $\overline{AB}$ طولها 5 سم وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

■ تقييم ذاتى ③

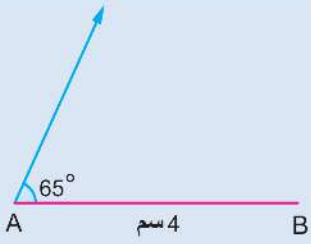
ارسم المثلث ABC الذى فيه :
$AB = 7$ سم، $BC = 9$ سم،
$AC = 4$ سم
وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

ثانيًا رسم مثلث بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

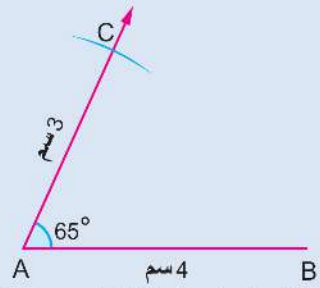
لرسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم ، وطول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم ، $m(\angle BAC) = 65°$ اتبع الخطوات التالية :

1 استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم.

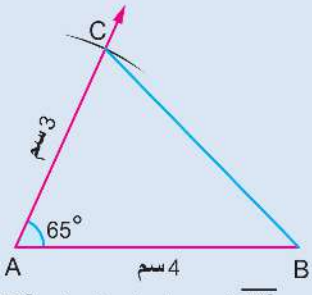
2 استخدم المنقلة، ومن نقطة A عيِّن زاوية قياسها 65°، ثم ارسم شعاعًا يحدد الزاوية.



3 افتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، ثم اركز فى A وارسم قوسًا يقطع الشعاع المرسوم فى نقطة C،فيكون طول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم.



4 ارسم $\overline{BC}$ فتحصل على المثلث ABC الذى فيه : $AB = 4$ سم ، $AC = 3$ سم، $m(\angle A) = 65°$

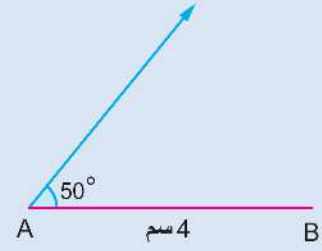


ثالثًا رسم مثلث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما

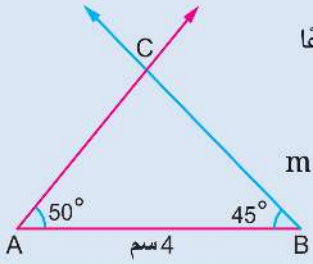
لرسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم ، $m(\angle A) = 50°$ ، $m(\angle B) = 45°$ اتبع الخطوات التالية :

1 ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم.

2 من نقطة A ، عيِّن زاوية قياسها 50° ، ثم ارسم شعاعًا يحدد الزاوية.



3 من نقطة B عيِّن زاوية قياسها 45° ، ثم ارسم شعاعًا يحدد هذه الزاوية ويقطع الشعاع الأول فى C، فتحصل على المثلث ABC الذى فيه :
$AB = 4$ سم ، $m(\angle A) = 50°$ ، $m(\angle B) = 45°$



■ تقييم ذاتى ④

ارسم المثلث ABC الذى فيه :
$AB = AC = 5$ سم،
$m(\angle A) = 60°$
وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

■ تقييم ذاتى ⑤

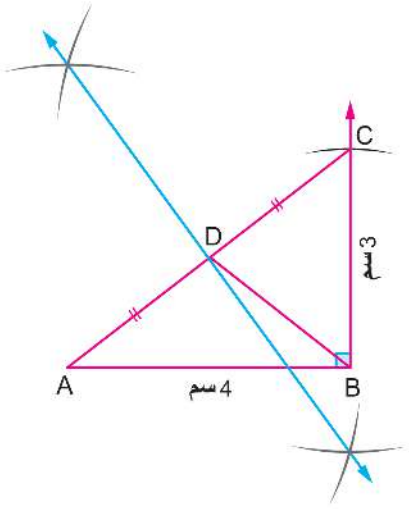
ارسم المثلث ABC الذى فيه
$AB = 5$ سم ، $m(\angle A) = 120°$ ،
$m(\angle B) = 30°$
وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

■ تقييم ذاتى ⑥

ارسم المثلث XYZ الذى فيه
XY = XZ = 6 سم ، YZ = 8 سم
ثم نصف كلًا من ∠ Y ، ∠ Z
بمنصفين يتقاطعان فى نقطة M
تحقق بالقياس أن :
MZ = MY

مثال

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم،
طول $\overline{BC}$ يساوى 3 سم ، $m(\angle B) = 90°$ ، ثم نصف $\overline{AC}$ فى نقطة D.
هل $BD = \frac{1}{2} AC$ ؟



بالقياس تجد أن طول $\overline{AC}$ يساوى 5 سم، طول $\overline{BD}$ يساوى 2.5 سم
أى أن : $BD = \frac{1}{2} AC$

تقييم الدرس

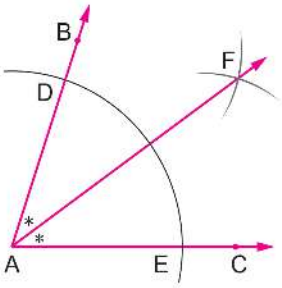
أولًا قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

① عند تنصيف ∠ BAC بالفرجار، تجد أن :

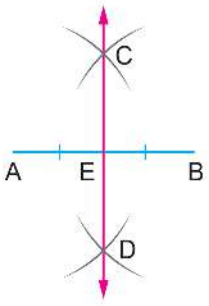
① ..... = m (∠ BAF)

(أ) m (∠ BFA)　(ب) m (∠ EAF)
(جـ) m (∠ EFA)　(د) m (∠ BAC)



② طول $\overline{EF}$ يجب أن يساوى طول .....

(أ) $\overline{DF}$　(ب) $\overline{AD}$　(جـ) $\overline{AE}$　(د) $\overline{AF}$



② عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار، يجب أن تكون .....

(أ) $AC < \frac{1}{2} AB$　(ب) $AC < AD$
(جـ) $AC > \frac{1}{2} AB$　(د) $AC < AE$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **استخدم الأدوات الهندسية فى كل مما يأتى :**

(3) ارسم $\angle ABC$ قياسها $120°$، ثم نصفِّها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف $\overrightarrow{BD}$ مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المنقلة أن $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$

(4) ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 7 سم، ثم نصفِّها باستخدام المسطرة والفرجار فى نقطة C مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المسطرة أن C منتصف $\overline{AB}$.

(5) ارسم ΔABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 7 سم ، طول $\overline{BC}$ يساوى 5 سم ، $m(\angle ABC) = 80°$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

(6) ارسم ΔABC الذى فيه $m(\angle ABC) = 42°$ ، $m(\angle ACB) = 38°$ ، طول $\overline{BC}$ يساوى 6 سم ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

(7) ارسم ΔXYZ الذى فيه $XY = 6$ سم ، $YZ = 4$ سم، $XZ = 5$ سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

(8) ارسم المثلث ABC المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه 6 سم.

(9) ارسم ΔABC الذى فيه $AB = 8$ سم ، $m(\angle A) = 70°$ ، $m(\angle B) = 50°$ ، ثم قم بتنصيف $\overline{AC}$ فى النقطة D وتنصيف $\overline{BC}$ فى النقطة E ، أثبت بالقياس أن : $AB = 2\ DE$

(10) ارسم $\angle ABC$ قياسها $60°$ ، ثم نصفِّها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف $\overrightarrow{BD}$ ، ثم نصِّف كل من $\angle ABD$ ، $\angle CBD$ بالمنصفين $\overrightarrow{BE}$ ، $\overrightarrow{BF}$ على الترتيب.
أثبت بالقياس أن : $m(\angle ABF) = 3\ m(\angle CBF)$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(11) **فنون :** استخدم الأدوات الهندسية، وصمم ميدالية على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه 4 سم، لإهدائها للطالب الفائز فى مسابقة أوائل الطلبة فى مادة الرياضيات.

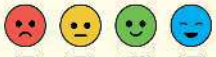
الاشتراك فى المسابقات العلمية يحفزك على التعلُّم، ويكسبك الكثير من مهارات البحث العلمى.

تفكير إبداعى

(12) ارسم باستخدام الأدوات الهندسية منصفات الزوايا الداخلة لأى مثلث.
ماذا تلاحظ ؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للإنشاءات الهندسية؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

3 - 3

التحويلات الهندسية
(Geometrical Transformations)

استعد!

تحمل الفراشة فى جناحيها لوحة فنية متقنة تبهرنا بتفاصيلها.
إذا دققت النظر إلى جناحى الفراشة تجد أنهما متطابقان تمامًا.
هل يظهر لك أحد جناحى الفراشة وكأنه صورة معكوسة للجناح الآخر حول خط رأسى يمر بجسم الفراشة؟
أم يظهر وكأنه انتقل من جهة إلى الأخرى دون أن يدور؟ أم يظهر وكأنه دار حول نقطة معينة؟
فى هذا الدرس، سوف تتعلم مجموعة من التحويلات الهندسية وهى الانعكاس والانتقال والدوران، مما سيمكنك من الإجابة عن مثل هذه الأسئلة.

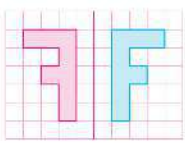
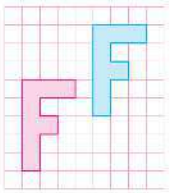
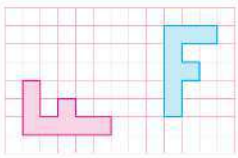
فكر وناقش!

لماذا فى رأيك تُكتب كلمة "إسعاف" على مقدمة سيارة الإسعاف بالمعكوس؟ ناقش.

تعلم!

التحويلات الهندسية

إذا تحركت كل نقاط الشكل الهندسى طبقًا لنظام محدد، فإننا نحصل على صورة لهذا الشكل فى وضع جديد، فيُقال إن هذا الشكل تحت تأثير تحويل هندسى، ومن أمثلة التحويلات الهندسية الانعكاس والانتقال والدوران.

الانعكاس فى مستقيم	الانتقال	الدوران
		
الانعكاس فى مستقيم هو تكوين صورة معكوسة للشكل عبر خط يُسمى محور الانعكاس.	الانتقال هو إزاحة للشكل على خط مستقيم مسافة محددة وفى اتجاه محدد.	الدوران هو تدوير للشكل حول نقطة تُسمى مركز الدوران بزاوية قياسها محدد وفى اتجاه محدد.

الصورة الناتجة من الانعكاس أو الانتقال أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلى.

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم التحويل الهندسى.
- تعرف مفهوم كل من الانعكاس والانتقال والدوران.
- توجد صورة شكل بالانعكاس فى أحد محورى الإحداثيات.
- توجد صورة شكل بانتقال معلوم.
- توجد صورة شكل بدوران حول نقطة الأصل.
- توجد صور الأشكال الهندسية بعد إجراء التحويلات الهندسية.

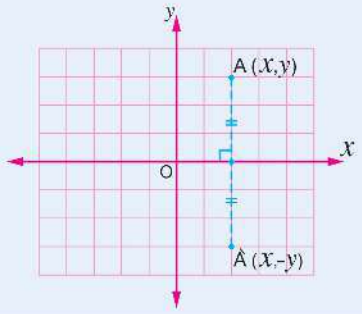
■ المفردات

- التحويلات الهندسية
Geometrical Transformation
- الانعكاس Reflection
- الانتقال Translation
- الدوران Rotation
- مركز الدوران
Center of Rotation
- مع اتجاه حركة عقارب الساعة
Clockwise
- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة
Anti Clockwise

أولًا الانعكاس فى محورى الإحداثيات

• النقطة وصورتها بالانعكاس فى مستقيم تكونان على بُعدين متساويين من هذا المستقيم، والذى يُسمى محور الانعكاس.

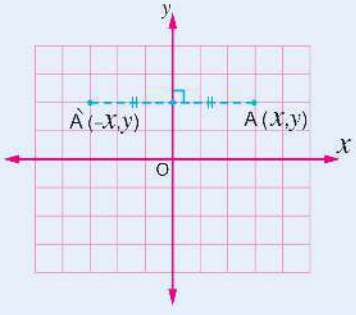
الانعكاس فى محور x



$A(x, y) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} A'(x, -y)$

فمثلًا : صورة النقطة $(3, 2)$ بالانعكاس فى محور x هى النقطة $(2, -3)$

الانعكاس فى محور y



$A(x, y) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} A'(-x, y)$

فمثلًا : صورة النقطة $(1, -4)$ بالانعكاس فى محور y هى النقطة $(4, 1)$

مثال 1

ارسم المثلث الذى رؤوسه النقط $A(2, 0)$ ، $B(4, 1)$ ، $C(1, 3)$ ثم ارسم صورته بالانعكاس فى كل من :

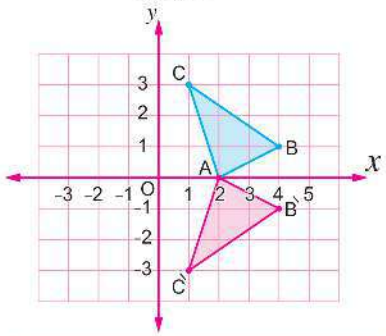
1 محور x 2 محور y

1 بالانعكاس فى محور x :

$A(2, 0) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} A(2, 0)$

$B(4, 1) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} B'(4, -1)$

$C(1, 3) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} C'(1, -3)$



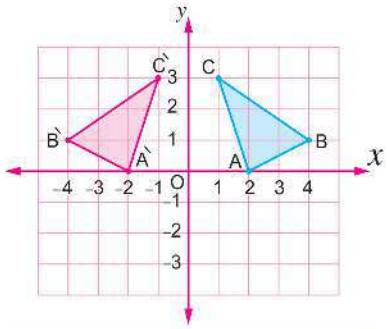
ΔABC صورة $\Delta AB'C'$ بالانعكاس فى محور x

2 بالانعكاس فى محور y :

$A(2, 0) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} A'(-2, 0)$

$B(4, 1) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} B'(-4, 1)$

$C(1, 3) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} C'(-1, 3)$



ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$ بالانعكاس فى محور y

■ الترميز فى الرياضيات

فى التحويلات الهندسية يُرمز عادة لصورة النقطة A بالرمز A'

■ فكر مع زملائك

ما صورة كل من النقطتين الآتيتين بالانعكاس فى كل من محور x ، ومحور y ؟

1 $(2, 0)$ 2 $(0, -5)$

■ تقييم ذاتى 1

ارسم صورة متوازى الأضلاع الذى رؤوسه :

$A(1, 1)$ ، $B(4, 1)$

$C(3, 3)$ ، $D(0, 3)$

1 بالانعكاس فى محور x

2 بالانعكاس فى محور y

■ لاحظ أن

إذا كانت النقطة تقع على محور الانعكاس فإن صورتها بالانعكاس فيه هى نفسها.

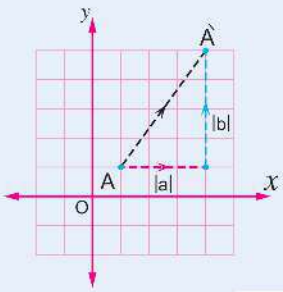
مثل : صورة النقطة $A(2, 0)$ بالانعكاس فى محور x هى $A(2, 0)$

ثانيًا الانتقال فى المستوى الإحداثى

يتحدد الانتقال فى المستوى الإحداثى عن طريق الإزاحة الأفقية a والإزاحة الرأسية b،

ويُعبر عن ذلك بالزوج المرتب (a , b)،

وتكون صورة النقطة $A(x , y)$ بانتقال (a , b) هى النقطة $A'(x+a , y+b)$



وتُكتب : $A(x , y) \xrightarrow[(a , b)]{\text{بانتقال}} A'(x+a , y+b)$

فمثلًا : صورة النقطة A (3 , 1) بانتقال 3 وحدات جهة اليمين وأربع وحدات لأعلى، أى بانتقال (4 , 3)، هى النقطة $A'(3+3 , 1+4)$ أى النقطة $A'(6 , 5)$

مثال 2

ارسم المثلث ABC الذى رؤوسه A (–1 , 1) ، B (3 , 1) ، C (3 , 4) ،
ثم أوجد صورته بكل مما يأتى :

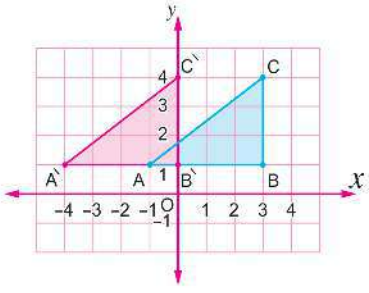
1. انتقال 3 وحدات يسارًا.
2. انتقال (2 – , 1)

1 الانتقال 3 وحدات يسارًا يكافئ الانتقال (0 , 3 –)

$A(-1 , 1) \xrightarrow[(-3 , 0)]{\text{بانتقال}} A'(-4 , 1)$

$B(3 , 1) \xrightarrow[(-3 , 0)]{\text{بانتقال}} B'(0 , 1)$

$C(3 , 4) \xrightarrow[(-3 , 0)]{\text{بانتقال}} C'(0 , 4)$



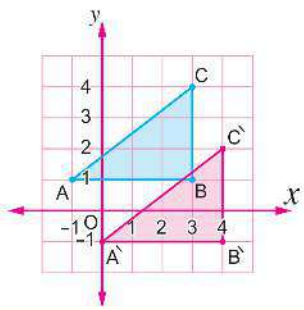
$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بانتقال 3 وحدات يسارًا.

2 الانتقال (2 – , 1) :

$A(-1 , 1) \xrightarrow[(1 , -2)]{\text{بانتقال}} A'(0 , -1)$

$B(3 , 1) \xrightarrow[(1 , -2)]{\text{بانتقال}} B'(4 , -1)$

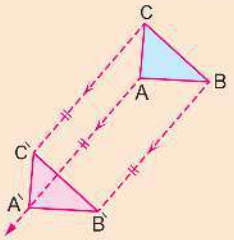
$C(3 , 4) \xrightarrow[(1 , -2)]{\text{بانتقال}} C'(4 , 2)$



$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بانتقال (2 , 1 –)

■ لاحظ أن

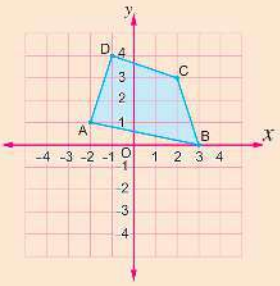
الانتقال هو تحويل يحرك جميع نقاط الشكل نفس المسافة فى نفس الاتجاه.



فمثلًا : المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بالانتقال مسافة AA' فى اتجاه $\overrightarrow{AA'}$.

■ تقييم ذاتى 2

ارسم صورة الشكل الرباعى ABCD بانتقال (3 , 2 –).



■ لاحظ أن

فى الزوج المرتب (a , b) الذى يعبر عن الانتقال:

- إذا كانت a موجبة فإنها تعنى انتقالًا إلى اليمين، وإذا كانت سالبة فإنها تعنى انتقالًا إلى اليسار.
- إذا كانت b موجبة فإنها تعنى انتقالًا لأعلى، وإذا كانت سالبة فإنها تعنى انتقالًا لأسفل.

ثالثًا الدوران فى المستوى الإحداثى

• الدوران هو تحويل هندسى يجعل كل نقطة من نقط الشكل تدور حول نقطة ثابتة وبزاوية محددة فى اتجاه معين.

• النقطة التى يدور حولها الشكل تُسمى مركز الدوران، أى أن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر التالية :

1 مركز الدوران. 2 قياس زاوية الدوران.

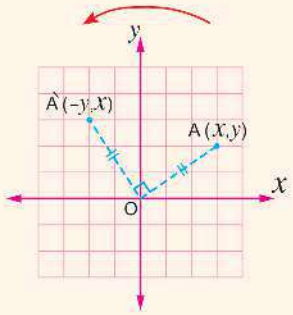
3 اتجاه الدوران.

• إذا كان اتجاه الدوران :

- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة، فإن θ تكون موجبة.

- مع اتجاه حركة عقارب الساعة، فإن θ تكون سالبة.

الدوران $R(O, 90°)$

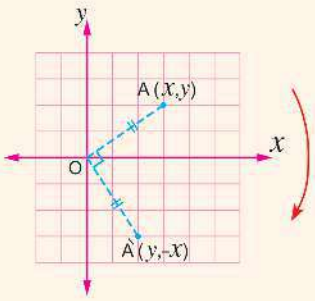


$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 90°)} A'(-y, x)$

فمثلًا :

صورة النقطة $(1, 3)$ بالدوران $R(O, 90°)$ هى النقطة $(3, -1)$

الدوران $R(O, -90°)$



$A(x, y) \xrightarrow{R(O, -90°)} A'(y, -x)$

فمثلًا :

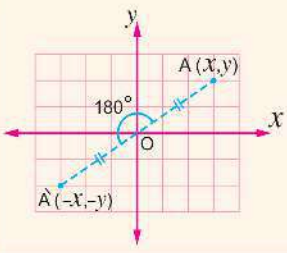
صورة النقطة $(4, -3)$ بالدوران $R(O, -90°)$ هى النقطة $(-3, 4)$

الدوران $R(O, \pm 180°)$

$A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180°)} A'(-x, -y)$

فمثلًا :

صورة النقطة $(3, -1)$ بالدوران $R(O, \pm 180°)$ هى النقطة $(-3, 1)$



لاحظ أن :

◄ الدوران $R(O, 90°)$ يكافئ الدوران $R(O, -270°)$

◄ الدوران $R(O, 270°)$ يكافئ الدوران $R(O, -90°)$

■ الترميز فى الرياضيات

يُرمز للدوران بالرمز :

$R \quad (O \quad , \quad \theta)$

R: الدوران — O: مركز الدوران — θ: قياس زاوية الدوران واتجاهه

فمثلًا :

◄ الدوران حول نقطة الأصل ضد اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها $90°$ يُكتب $R(O, 90°)$

◄ الدوران حول نقطة الأصل مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها $90°$ يُكتب $R(O, -90°)$

■ فكر وناقش

ماذا يحدث للشكل عند دورانه حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $\pm 360°$؟

■ توظيف التكنولوجيا

استخدم برنامج GeoGebra وارسم مثلثًا فى مستوى الإحداثيات ثم ارسم صورته :

1 بالانعكاس فى محور x

2 بالانعكاس فى محور y

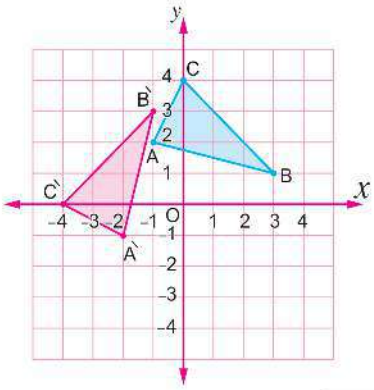
3 بانتقال $(4, -3)$

4 بالدوران $R(O, 90°)$

مثال 3

ارسم المثلث ABC فى المستوى الإحداثى حيث A (– 1 , 2) ، B (3 , 1) ، C (0 , 4)
ثم ارسم صورته بكل من الدورانات الآتية :

1) R (O , 90°) 2) R (O , – 90°) 3) R (O , 180°)



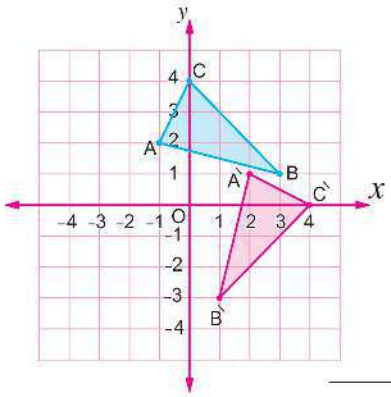
✓ 1

$A(-1,2) \xrightarrow{R(O,90°)} A'(-2,-1)$

$B(3,1) \xrightarrow{R(O,90°)} B'(-1,3)$

$C(0,4) \xrightarrow{R(O,90°)} C'(-4,0)$

$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالدوران $R(O,90°)$



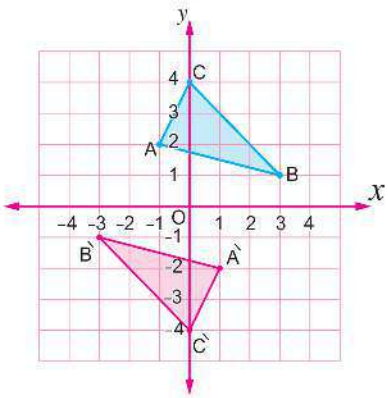
2

$A(-1,2) \xrightarrow{R(O,-90°)} A'(2,1)$

$B(3,1) \xrightarrow{R(O,-90°)} B'(1,-3)$

$C(0,4) \xrightarrow{R(O,-90°)} C'(4,0)$

$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالدوران $R(O,-90°)$



3

$A(-1,2) \xrightarrow{R(O,180°)} A'(1,-2)$

$B(3,1) \xrightarrow{R(O,180°)} B'(-3,-1)$

$C(0,4) \xrightarrow{R(O,180°)} C'(0,-4)$

$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالدوران $R(O,180°)$

خواص الانعكاس والانتقال والدوران

◄ كل من الانعكاس فى مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على :

1) أطوال القطع المستقيمة.
2) قياسات الزوايا.
3) التوازى.
4) البينية.

■ تقييم ذاتى 3

ABCD مربع تقع رؤوسه جميعًا فى الربع الثانى، فإذا كانت A (– 1 , 1) ، B (– 1 , 4)، ارسم فى المستوى الإحداثى المربع ABCD ثم أوجد صورته بكل مما يأتى :

1) R (O , – 180°)
2) R (O , 270°)

■ معلومة إثرائية

يتمتع الشكل بتماثل دورانى حول مركزه، إذا كان من الممكن تدويره بزاوية قياسها أقل من 360° حول مركزه ليصبح نفس الشكل الذى كان عليه فى وضعه الأصلى.

◄ نجم البحر هو مثال رائع لحيوان يُظهر تماثلًا دورانيًا. يتمتع نجم البحر «المثالى» بتماثل دورانى قدره 72 درجة.

إذا وضعنا نقطة فى مركز نجم البحر، فيمكننا تدويره حول تلك النقطة بأى مضاعف لـ 72 درجة وسيبدو بنفس الشكل تمامًا!

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) أى مما يأتى صورة النقطة $(3 , -1)$ بالانعكاس فى محور x؟

(أ) $(1 , 3)$ (ب) $(-1 , -3)$

(جـ) $(1 , -3)$ (د) $(3 , -1)$

(2) أى مما يأتى صورة النقطة $(0 , 5)$ بالانعكاس فى محور y؟

(أ) $(5 , 0)$ (ب) $(-5 , 0)$

(جـ) $(0 , 5)$ (د) $(0 , -5)$

(3) أى مما يأتى صورة النقطة $(-3 , 0)$ بانتقال $(2 , -1)$؟

(أ) $(-1 , -1)$ (ب) $(-1 , 1)$

(جـ) $(1 , -1)$ (د) $(1 , 1)$

(4) ما صورة النقطة $(-4 , 2)$ بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها $90°$ ضد اتجاه حركة عقارب الساعة؟

(أ) $(-4 , -2)$ (ب) $(4 , 2)$

(جـ) $(-2 , 4)$ (د) $(-2 , -4)$

(5) أى من الدورانات الآتية تجعل النقطة $A'(x , -y)$ صورة $A(-x , y)$؟

(أ) $R(O , -90°)$ (ب) $R(O , 90°)$

(جـ) $R(O , 180°)$ (د) $R(O , 360°)$

(6) إذا كانت A' صورة النقطة A بالانعكاس فى محور x، وكانت النقطة A تقع فى الربع الثالث ، فما الربع الذى تقع فيه النقطة A'؟

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

(7) ما صورة النقطة $(-2 , 5)$ بانتقال 5 وحدات فى الاتجاه السالب لمحور x؟

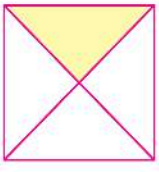
(أ) $(-7 , 5)$ (ب) $(-2 , 10)$ (جـ) $(-2 , 0)$ (د) $(-3 , 5)$

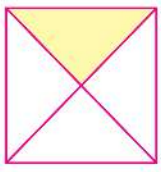
(8) ما الدوران الذى يجعل صورة النقطة $A(-6 , 2)$ هى $A'(-2 , -6)$؟

(أ) $R(O , -180°)$ (ب) $R(O , -90°)$ (جـ) $R(O , 90°)$ (د) $R(O , 180°)$

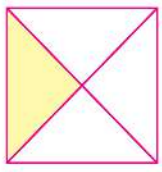
(9) أى مما يأتى يمثل دوران المربع المقابل

حول مركزه بزاوية قياسها $90°$ مع اتجاه حركة عقارب الساعة؟

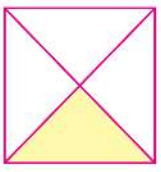




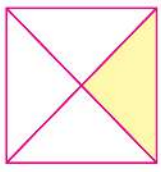
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

ثانيا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(10) ما صورة النقطة $(1-, 2)$ بالانتقال $(x, y) \longrightarrow (x-3, y+4)$؟

(أ) $(5-, 1-)$ (ب) $(4-, 3-)$
(جـ) $(3, 5)$ (د) $(3, 1-)$

(11) إذا كانت النقطة $A'(5, 2)$ صورة النقطة A بانتقال $(x, y) \longrightarrow (x, y-2)$ فإن النقطة A هى .....

(أ) $(3, 2)$ (ب) $(7, 2)$
(جـ) $(2-, 0)$ (د) $(7, 0)$

(12) ما الانتقال الذى يجعل النقطة $A'(2-, 1)$ صورة النقطة $A(5-, 4)$؟

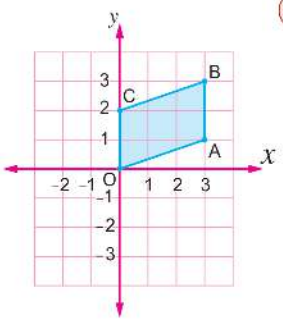
(أ) $(6, 6-)$ (ب) $(4-, 6-)$
(جـ) $(4-, 2)$ (د) $(6-, 6)$

(13) إذا كانت النقطة $A'(x+1, 2-)$ صورة النقطة $A(4-, 2)$ بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها $180°$ فما قيمة x؟

(أ) 3 (ب) $1-$ (جـ) $2-$ (د) $5-$

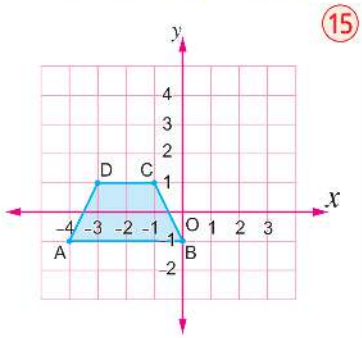
◂ **ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية بالتحويلة الهندسية المذكورة أسفل الشكل :**

(14)



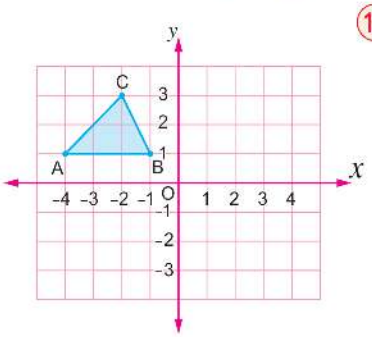
انعكاس فى محور x

(15)



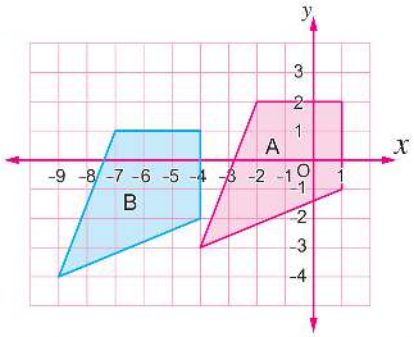
انتقال $(3, 4)$

(16)

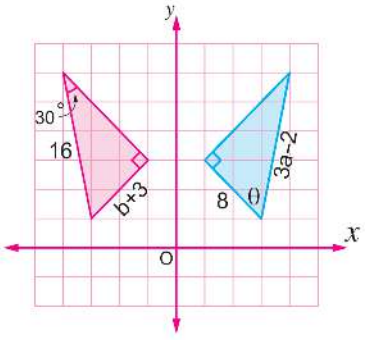


دوران حول نقطة الأصل O
فى اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية
قياسها $90°$

(17) فى الشكل التالى، عيّن الانتقال الذى يجعل المضلع A صورة المضلع B.



(18) فى الشكل التالى، إذا كان أحد المثلثين هو صورة للآخر بالانعكاس فى محور y، فأوجد قيمة كل من a ، b ، θ.



◂ **فى كل مما يأتى، النقطة وصورتها بالانعكاس فى أحد محورى الإحداثيات، حدد ما إذا كان الانعكاس فى محور x أم فى محور y :**

(19) $F(5, 6-) \longrightarrow F'(5-, 6-)$

(20) $M(7, 9-) \longrightarrow M'(7, 9)$

(21) $N(3-, 0) \longrightarrow N'(3-, 0)$

(22) $C(0, 5) \longrightarrow C'(0, 5)$

(23) ارسم ΔABC حيث $A(-6,6)$ ، $B(-2,2)$ ، $C(4,1)$، ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

① بالدوران $R(O,-90°)$. ② بالدوران $R(O,90°)$.

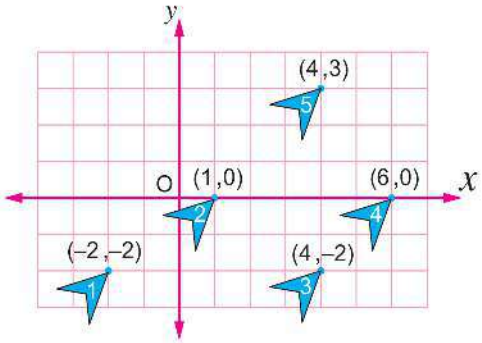
③ بالانعكاس فى محور y ④ بالانتقال $(x,y) \longrightarrow (x-1,y+3)$

(24) أوجد صورة المضلع ABCD حيث $A(-1,4)$ ، $B(-3,6)$ ، $C(-4,9)$ ، $D(1,7)$ بالدوران $R(O,-270°)$.

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(25) **رسوم متحركة :** تُستخدم التحويلات الهندسية المختلفة فى إنتاج الرسوم المتحركة.

الرسم البيانى المقابل يمثل حركة أحد الأشكال فى مواضع مختلفة مع إحداثيات الموضع.



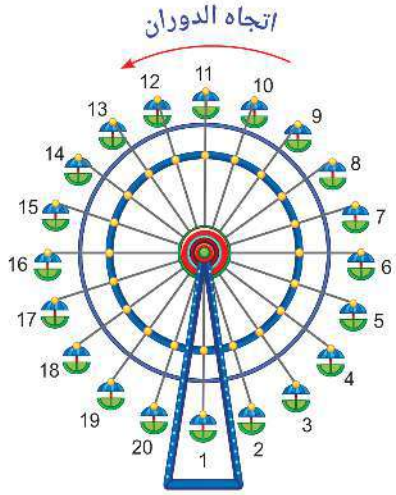
① أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 5 صورة للشكل 1

② أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 4 صورة للشكل 1

③ أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 3 صورة للشكل 2

(26) **ترفيه :**

العجلة الدوارة المرسومة تحمل 20 عربة

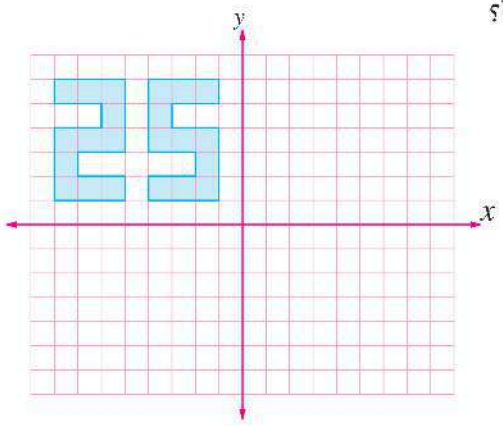


① أوجد قياس زاوية الدوران إذا تم نقل المقعد 1 إلى موضع المقعد 5؟

② إذا دار المقعد 1 بزاوية قياسها 144°، فأوجد رقم المقعد الذى يشغله الآن.

تفكير إبداعى

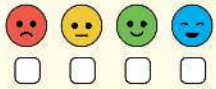
(27) فى الشكل التالى، إذا كانت صورة العدد 25 بالانعكاس فى محور y هى A، وصورته بالانعكاس فى محور x هى B، فما قيمة $\sqrt[3]{B-A}$؟



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للتحويلات الهندسية ؟

ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

4 - 3

تركيب التحويلات الهندسية

(Composite of Geometrical Transformations)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم تركيب التحويلات الهندسية.
- ترسم صورة شكل هندسى بتركيب انعكاسين على محورى الإحداثيات.
- ترسم صورة شكل هندسى بتركيب انتقالين فى النظام الإحدائى.
- ترسم صورة شكل هندسى بتركيب دورانين فى النظام الإحدائى.

■ المفردات

- تركيب التحويلات
Composite Transformations
- يكافئ
Equivalent

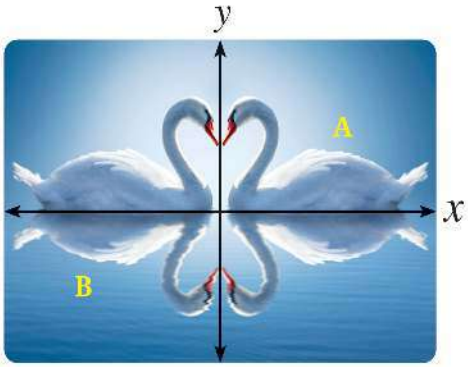
استعد!

تمتـزج الرياضيات بالفنون والتصميمات، وقد أستـخدمت الزخارف الهندسـية فى أشـكال متعددة فى الفن والعمارة الإسلامية.

أمامك أحـد التصميمات الجميلـة من العمارة الإسـلامية، هـل يمكنـك تحديـد التحويلات الهندسية المستخدمة فى عمل هذا التصميم ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية عمل تركيبات بسيطة للتحويلات الهندسية (الانعكاس، والانتقال، والدوران)، مما سيمكنك من الإجابة عن مثل هذا السؤال.

فكر وناقش!

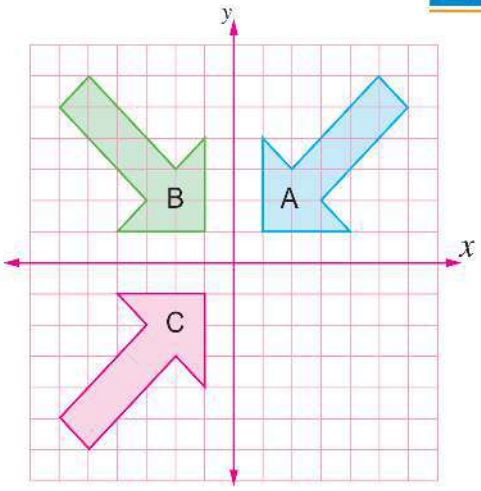


فى الصـورة التى أمامك، ما التحويل أو التحويلات الهندسية التى تتم على الطائر A لتصبح صورته الطائر B ؟

تعلم!

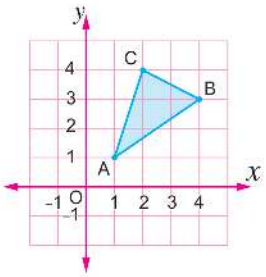
تركيب التحويلات الهندسية

هو إجراء تحويلات هندسية متتابعة على شكل هندسى، وفى بعض الأحيان يمكن وصف الشكل الهندسى الناتج من التركيب بتحويل هندسى واحد مكافئ لهذا التركيب.



فمثلًا : السهم C هو صورة السهم A بالانعكاس فى محور y متبوعًا بالانعكاس فى محور x

مثال 1

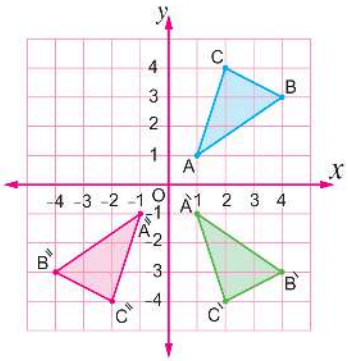


ارسم $\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس فى محور x
ثم ارسم $\Delta A''B''C''$ صورة $\Delta A'B'C'$ بالانعكاس فى محور y

$A(1,1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} A'(1,-1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} A''(-1,-1)$

$B(4,3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} B'(4,-3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} B''(-4,-3)$

$C(2,4) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} C'(2,-4) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} C''(-2,-4)$



$\Delta A''B''C''$ صورة ΔABC بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y

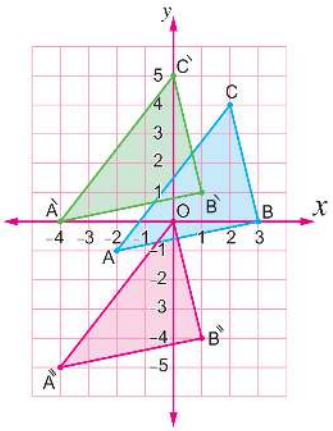
مثال 2

ارسم ΔABC حيث $A(-2,-1)$ ، $B(3,0)$ ، $C(2,4)$
ثم ارسم صورته بالانتقال $(1,-2)$ متبوعًا بالانتقال $(-5,0)$.

$A(-2,-1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1,-2)} A'(-4,0) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0,-5)} A''(-4,-5)$

$B(3,0) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1,-2)} B'(1,1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0,-5)} B''(1,-4)$

$C(2,4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1,-2)} C'(0,5) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0,-5)} O(0,0)$



$\therefore \Delta A''B''O$ صورة ΔABC بالانتقال $(1,-2)$ متبوعًا بالانتقال $(-5,0)$

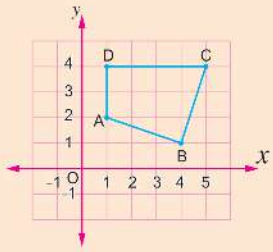
■ تقييم ذاتى ①

ارسم صورة المثلث ABC حيث $A(-3,2)$ ، $B(-1,1)$ ، $C(-1,4)$
بالانعكاس فى محور y متبوعًا بالانعكاس فى محور x

■ تفكير ناقد

- ما التحويل الهندسى الذى يكافئ الانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y ؟
- ما صورة شكل هندسى بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس مرة أخرى فى محور x ؟

■ تقييم ذاتى ②



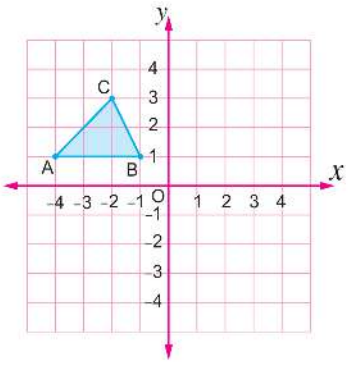
انسخ المضلع ABCD على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بانتقال $(2,-1)$ متبوعًا بانتقال $(6,-6)$.

■ تفكير ناقد

ما التحويل الهندسى الذى يكافئ انتقالاً (a,b) متبوعًا بانتقال (c,d)؟

مثال 3

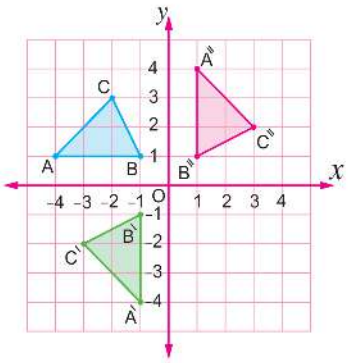
ارسم صورة المثلث ABC بالدوران R (O , 90°) متبوعًا بدوران R (O , 180°)



$A(-4,1) \xrightarrow{R(O,90°)} A'(-1,-4) \xrightarrow{R(O,180°)} A''(1,4)$

$B(-1,1) \xrightarrow{R(O,90°)} B'(-1,-1) \xrightarrow{R(O,180°)} B''(1,1)$

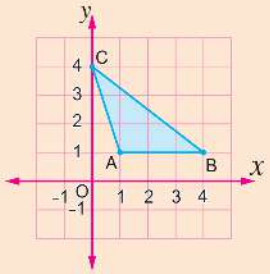
$C(-2,3) \xrightarrow{R(O,90°)} C'(-3,-2) \xrightarrow{R(O,180°)} C''(3,2)$



$\Delta A''B''C''$ صورة ΔABC بالدوران R (O , 90°) متبوعًا بدوران R (O , 180°)

تقييم ذاتى ③

انسخ المثلث ABC على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالدوران R (O , 90°) متبوعًا بدوران R (O , 90°).



تفكير ناقد

ما التحويل الهندسى الذى يكافئ الدوران R (O , 90°) متبوعًا بدوران R (O , 180°) ؟

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) ما التحويل الهندسى الذى يكافئ الانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y؟

(أ) دوران R (O , 90°)　(ب) دوران R (O , 180°)

(جـ) دوران R (O , 360°)　(د) دوران R (O , 270°)

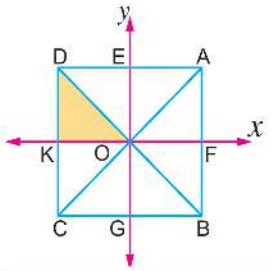
(2) ما التحويل الهندسى الذى يكافئ انتقالًا (3 , 1) متبوعًا بانتقال (2 , 0) ؟

(أ) انتقال (5 , 1)　(ب) انتقال (1 – , 1 –)

(جـ) انتقال (1 , 1)　(د) انتقال (5 , 0)

(3) فى الشكل المقابل :

ما صورة ΔDKO بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y؟



(أ) ΔBFO　(ب) ΔCKO　(جـ) ΔAFO　(د) ΔBGO

④ فى الشكل المقابل :

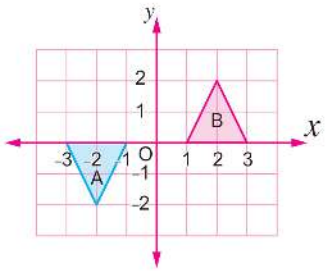
أى من التحويلات التالية تجعل المثلث B صورة المثلث A ؟

(أ) انتقال مقداره 4 وحدات لليمين يتبعه انتقال وحدتين لأعلى

(ب) انعكاس فى محور y ، يتبعه انعكاس فى محور x

(جـ) دوران $R(O , 180°)$ ، يتبعه الدوران $R(O , 180°)$

(د) دوران $R(O , 90°)$ ، يتبعه الدوران $R(O , 180°)$



ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

⑤ ما صورة النقطة $(3- , 2)$ بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y؟

(أ) $(2 , 3)$ (ب) $(3- , 2-)$

(جـ) $(2- , 3)$ (د) $(3 , 2)$

⑥ ما صورة النقطة $(5 , 3-)$ بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور x مرة أخرى ؟

(أ) $(3 , 5-)$ (ب) $(5- , 3-)$

(جـ) $(3- , 5)$ (د) $(3 , 5)$

⑦ ما صورة النقطة $(4 , 2-)$ بالدوران $R(O , 90°)$ متبوعًا بالدوران $R(O , 180°-)$؟

(أ) $(4- , 2)$ (ب) $(4 , 2)$

(جـ) $(2- , 4-)$ (د) $(2 , 4-)$

⑧ ما صورة النقطة $(0 , 1-)$ بالانتقال $(1 , 0)$ متبوعًا بالانتقال $(3- , 2)$؟

(أ) $(2 , 3-)$ (ب) $(0 , 0)$

(جـ) $(1 , 0)$ (د) $(1- , 0)$

⑨ ما صورة النقطة $(0 , 3-)$ بالدوران $R(O , 90°)$ متبوعًا بالدوران $R(O , 90°-)$ ؟

(أ) $(3 , 0)$ (ب) $(0 , 3)$

(جـ) $(0 , 3-)$ (د) $(3- , 0)$

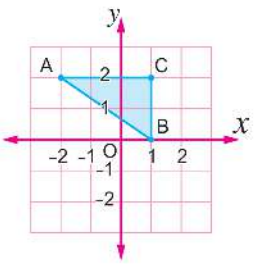
⑩ ما صورة النقطة $(3 , 2-)$ بالانتقال $(x , y) \longrightarrow (x + 1 , y - 2)$ متبوعًا بالانتقال $(2 , 1-)$ ؟

(أ) $(5 , 3-)$ (ب) $(0 , 0)$

(جـ) $(4 , 3-)$ (د) $(3 , 2-)$

◂ انسخ كل شكل على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالتحويلات الهندسية المذكورة أسفله :

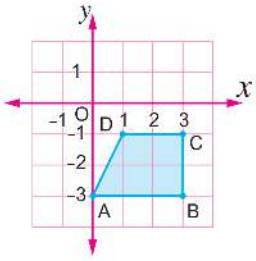
⑪



انعكاس فى محور x

متبوعًا بالانعكاس فى محور y

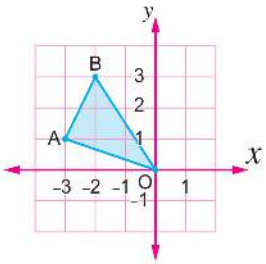
⑫



انتقال $(1 , 0-)$

متبوعًا بانتقال $(5 , 1-)$

⑬



دوران $R(O , 90°)$

متبوعًا بدوران $R(O , 180°-)$

(14) ارسم فى المستوى الإحداثى المثلث ABC حيث A (1 , 0) ، B (1 , 4) ، C (3 , 4)
ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور x متبوعًا بالانعكاس فى محور y

(15) ارسم فى المستوى الإحداثى $\overline{AB}$ حيث A (– 1 , 0) ، B (0 , 3)
ثم ارسم صورة $\overline{AB}$ بالدوران R (O , 90°) متبوعًا بالدوران R (O , 180°)

(16) ارسم فى المستوى الإحداثى المربع ABCD حيث A (– 1 , 0) ، B (3 , 0) ، C (3 , 4) ، D (– 1 , 4)
ثم ارسم صورته بالانتقال (0 , 1) متبوعًا بالانتقال $(x , y) \longrightarrow (x - 2 , y)$

(17) قام كل من أحمد وخديجة بإيجاد صورة
النقطة A (3 , – 4) بالانتقال
$(x , y) \longrightarrow (x + 2 , y + 5)$ ،
ثم بالانتقال (5 – , 0).

فهل كل من أحمد وخديجة اتبع الطريقة الصحيحة
فى الحل ؟ ناقش.

حل أحمد :

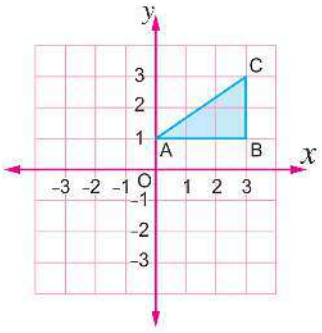
$A(3 , -4) \xrightarrow[(2 , 5)]{\text{بانتقال}} A'(5 , 1) \xrightarrow[(0 , -5)]{\text{بانتقال}} A''(5 , -4)$

حل خديجة :

$A(3 , -4) \xrightarrow[(0 , -5)]{\text{بانتقال}} A'(3 , -9) \xrightarrow[(2 , 5)]{\text{بانتقال}} A''(5 , -4)$

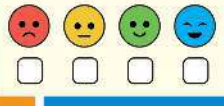
تفكير إبداعى

(18) باستخدام التحويل الهندسى
$(x , y) \longrightarrow (-y , x - 2)$
أوجد صورة المثلث فى الشكل المقابل،
واذكر التركيب المستخدم فى هذا التحويل الهندسى.



قيّم فهمك!

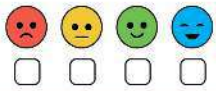
ما مدى فهمك لتركيب
التحويلات الهندسية؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تقييم الوحدة الثالثة

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الثالثة ؟ ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) مربع طول قطره 12 قدمًا،
فإن مساحته = ... قدمًا مربعًا.
(أ) 36 (ب) 72
(جـ) 144 (د) 180

(2) أى مما يأتى صورة النقطة (5 – , 2 –) بالانعكاس فى محور y ؟
(أ) (2 , 5) (ب) (2, – 5)
(جـ) (2 – , 5) (د) (5 – , 2 –)

(3) شبه منحرف ارتفاعه 3 سم وطول قاعدته المتوسطة 10 سم، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.
(أ) 7.5 (ب) 15 (جـ) 30 (د) 60

(4) الدوران الذى يجعل الشكل هو صورة نفسه هو دوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها .....
(أ) °90 (ب) °90 – (جـ) °180 (د) °360

◂ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) معين طول ضلعه 15 سم وطولا قطريه 18 سم ، 24 سم فإن ارتفاعه = ... سم.

(6) الانتقال الذى يجعل النقطة (2 , 3 –) A' صورة النقطة (3 – , 5) A هو .....

(7) شبه منحرف ارتفاعه 5 سم وطولا قاعدتيه 10 سم ، 12 سم فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(8) صورة النقطة (5 , 4) بالانتقال (2 , 2 –) هى .....

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) ارسم زاوية قياسها °45 ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

(10) ارسم على شبكة تربيعية المثلث ABC حيث A (1 , 2) ، B (1 , – 1) ، C (5 , 2)
ثم ارسم صورته بالدوران R (O , – 90°).

(11) شبه منحرف طولا قاعدتيه 6 أمتار، x أمتار، وارتفاعه 9 أمتار، ومساحته 72 مترًا مربعًا. أوجد قيمة x

(12) ارسم على شبكة تربيعية $\overline{AB}$ حيث A (2 , 1) ، B (3 , 5)
ثم ارسم صورتها بالانعكاس فى محور السينات متبوعًا بالانعكاس فى محور الصادات.

نشاط الوحدة الثالثة

الإنشاءات الهندسية والديكور

◂ **الهدف من النشاط:** تعميق فهم وتنمية مهارات الطلاب للإنشاءات الهندسية وتوظيفها فى المواقف الحياتية والخاصة بديكور إحدى الحجرات.

◂ **خطوات التنفيذ:** بالتعاون مع اثنين من زملائك:

1. حدد المكان المناسب لتعليق لوحة على حائط بُعداه (4 متر ، 3.5 متر) فى حجرة بحيث تكون اللوحة فى منتصف الحائط وعلى ارتفاع (2 متر) من الأرض.
2. حدد الإنشاء الهندسى المناسب لتحديد مكان المسمار على ارتفاع (2 متر) من الأرض وفى منتصف الحائط.
3. استخدم مقياس رسم مناسب فى رسم مستطيل يمثل الحائط، ثم وضح هندسيًا خطوات تحديد موضع المسمار باستخدام الإنشاء الهندسى الذى اخترته.
4. اذكر الخطوات المتبعة لتحديد موضع المسمار.

الوحدة 4

الاحتمالات

دروس الوحدة

4-1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث

4-2 الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى

تتضمن مجالات الذكاء الاصطناعى (AI) تطوير الخوارزميات والبرامج الحاسوبية التى يمكنها تحليل البيانات وعمل تنبؤات فى مختلف المجالات.

◄ فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعى (AI) فى تحليل البيانات الرياضية المعقدة لاستخلاص النتائج والقدرة على اتخاذ القرار بصورة دقيقة وسريعة؟

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- الثقة بالنفس
- اللغة والترجمة
- التفكير الإبداعى

القيـــم

- المسئولية
- الوعى الصحى
- العمل
- احترام الآخر

الدرس

1 - 4

التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث

(Random Experiment - Sample Space - Events)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم التجربة العشوائية.
- تعرف مفهوم فضاء العينة.
- تعرف مفهوم الحدث وأنواعه.
- تميز بين الحدث المؤكد والحدث المستحيل والحدث الممكن.
- تستخدم مفاهيم التجربة العشوائية وفضاء العينة والأحداث فى حل المشكلات.

■ المفردات

- التجربة العشوائية Random Experiment
- فضاء العينة Sample Space
- الأحداث Events
- الحدث المؤكد Certain Event
- الحدث المستحيل Impossible Event
- الحدث الممكن Possible Event

استعد!

الأنشطة المدرسية	
الأنشطة الفنية	الأنشطة الرياضية
الموسيقى	كرة القدم
الرسم	الكرة الطائرة
	كرة السلة

يساعد الاشتراك فى الأنشطة المدرسية بشكل كبير فى تطوير المهارات الاجتماعية وبناء الثقة بالنفس وتنمية الإبداع.

يوضح الجدول المقابل نوعين من الأنشطة المدرسية، أنشطة فنية وأنشطة رياضية، ما جميع الاختيارات الممكنة للاشتراك فى نشاطين، أحدهما فنى والآخر رياضى؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم مفهوم التجربة العشوائية ومفهوم الحدث، وكيفية إيجاد فضاء العينة لتجربة عشوائية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش!

سحب سامح كرة من سلة بها 3 كرات حمراء متماثلة دون النظر إليها	سحب مجدى كرة من سلة بها 3 كرات متماثلة ألوانها: أحمر، أخضر، أصفر دون النظر إليها	سحبت سمر كرة من سلة بها 3 كرات متماثلة غير معروف ألوانها دون النظر إليها

◄ من منهم فى رأيك يمكنه معرفة اللون الممكن للكرة المسحوبة قبل سحبها؟

◄ من منهم يمكنه تحديد لون الكرة المسحوبة بشكل مؤكد قبل سحبها؟

تعلم!

التجربة العشوائية - فضاء العينة

التجربة العشوائية

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلًا عند إجرائها.

فضاء العينة (أو فضاء النواتج)

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما،

ويُرمز له عادة بالرمز (S)، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n (S).

فمثلًا :

- تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر هى **تجربة عشوائية** لأنه:

- لا يمكنك تحديد الناتج الذى سيحدث فعلًا إلا بعد إجراء التجربة.

- يمكنك معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها، وهى ظهور صورة (H) أو ظهور كتابة (T).
ويكون فضاء العينة = {H , T}، ويُكتب $S = \{H , T\}$
وعدد عناصر فضاء العينة عنصران، ويُكتب $n(S) = 2$

- تجربة اختيار بطاقة تحمل حرف (B) من مجموعة من البطاقات المتماثلة وتحمل جميعها حرف (B)، **ليست تجربة عشوائية**، لأنه يمكن معرفة نتيجتها بشكل مؤكد قبل إجرائها، وهى بطاقة تحمل حرف B.

- تجربة سحب كرة ملونة من صندوق به عدد من الكرات المتماثلة غير المعروف ألوانها، **ليست تجربة عشوائية** لأنه لا يمكن التنبؤ بلون الكرة قبل إجراء التجربة.

مثال 1

بيّن أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبينًا عدد عناصره :

1. إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.
2. سحب كرة من حقيبة بها كرة حمراء وكرة زرقاء وكرة بيضاء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.
3. سحب كرة من مجموعة كرات خضراء متماثلة وملاحظة لون الكرة المسحوبة.
4. سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة مرقمة من 12 إلى 18 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
5. سحب كرة مرقمة من صندوق يحتوى على مجموعة كرات متماثلة مرقمة (دون أن تعرف أرقامها) وملاحظة رقم الكرة المسحوبة.

✓ (1) تجربة عشوائية

$S = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6\}$ ، $n(S) = 6$

(2) تجربة عشوائية، وبفرض أن : حمراء = R ، زرقاء = B ، بيضاء = W فإن :

$S = \{R , B , W\}$ ، $n(S) = 3$

(3) ليست تجربة عشوائية.

(4) تجربة عشوائية.

$S = \{12 , 13 , 14 , 15 , 16 , 17 , 18\}$ ، $n(S) = 7$

(5) ليست تجربة عشوائية.

■ تقييم ذاتى (1)

بيّن أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبينًا عدد عناصره :

1. سحب كرة من كيس يحتوى على كرة بيضاء وكرة صفراء وكرة حمراء وكرة خضراء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.
2. إلقاء مكعب منتظم مرة واحدة تحمل أوجهه الأعداد من 30 إلى 35، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.
3. سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

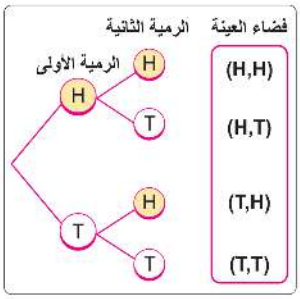
مثال 2

اكتب فضاء العينة لكل من التجربتين العشوائيتين الآتيتين مبينًا عدد عناصره :

1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

2 تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فى الرميتين.

✓ 1 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثانى هو ناتج الرمية الثانية، وحيث إن النواتج الممكنة لكل من الرميتين الأولى والثانية هى : صورة (H) أ، كتابة (T)



فإنه يمكن استخدام الشجرة البيانية المقابلة لإيجاد عناصر فضاء العينة.

$S = \{(H , H) , (H , T) , (T , H) , (T , T)\}$

$n(S) = 4$

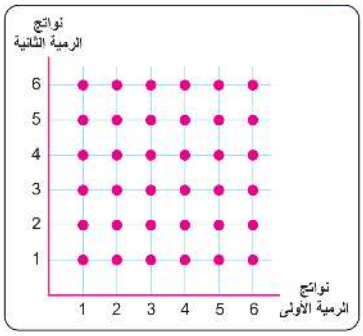
◄ لاحظ أن : $(H , T) \neq (T , H)$

2 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثانى هو ناتج الرمية الثانية، ويمكن تمثيل فضاء العينة (S) على صورة جدول أو هندسيًا على الشبكة البيانية كما يلى:

1 على صورة جدول

الرمية الأولى / الرمية الثانية	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

2 هندسيًا على الشبكة البيانية



$n(S) = 6 \times 6 = 36$

الأحداث

الحدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

وقوع الحدث يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية بعد إجرائها هو أحد عناصر المجموعة التى يتألف منها هذا الحدث.

الحدث المؤكد (S) هو حدث لا بد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث المستحيل (ϕ) هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث البسيط (أو الأولى) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تحتوى على عنصر واحد فقط.

الحدث الممكن هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة.

■ تقييم ذاتى 2

يقدم أحد المطاعم ثلاثة أنواع من العصير؛ المانجو (M) والبرتقال (O) والتفاح (A). فإذا طلب أسامة وأشرف مشروبين على الترتيب، ما جميع النواتج الممكنة لاختيارهما؟

■ لاحظ أن

1 فضاء نواتج تجربة إلقاء قطعتى نقود متمايزتين (مختلفتين فى اللون أو الشكل أو الحجم ...) معًا فى آن واحد هو نفس فضاء نواتج تجربة إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين.
ويكون كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب مسقطه الأول هو وجه القطعة الأولى، ومسقطه الثانى هو وجه القطعة الثانية.

2 فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة إلقاء حجرى نرد متمايزين مرة واحدة.

مثال 3

إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوى، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

1. الحدث (A) هو حدث ظهور رقم زوجى
2. الحدث (B) هو حدث ظهور رقم أكبر من 1
3. الحدث (C) هو حدث ظهور رقم زوجى أولى
4. الحدث (D) هو حدث ظهور رقم أقل من 7
5. الحدث (E) هو حدث ظهور الرقم 8

فضاء العينة هو :

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(1) $A = \{2, 4, 6\}$

(2) $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

(3) $C = \{2\}$ "حدث بسيط"

(4) $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$ "حدث مؤكد"

(5) $E = \phi$ "حدث مستحيل"

تقييم ذاتى (3)

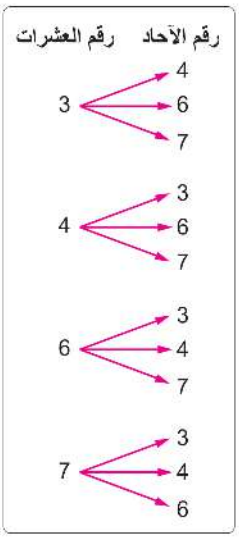
فى تجربة اختيار عدد صحيح من بين الأعداد 2 إلى 11، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

1. حدث ظهور عدد فردى.
2. حدث ظهور عدد أقل من 16.
3. حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 4.
4. حدث ظهور العدد 6.
5. حدث ظهور عدد زوجى يقبل القسمة على 9.
6. حدث ظهور عدد مربع كامل.

مثال 4

من مجموعة الأرقام $\{3, 4, 6, 7\}$ كوِّن عددًا من رقمين مختلفين.
اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية:

1. الحدث (A) هو حدث "رقم العشرات فردى"
2. الحدث (B) هو حدث "العدد يقبل القسمة على 4"
3. الحدث (C) هو حدث "مجموع الرقمين 10"



فضاء العينة هو:

$S = \{34, 36, 37, 43, 46, 47, 63, 64, 67, 73, 74, 76\}$

(1) $A = \{34, 36, 37, 73, 74, 76\}$

(2) $B = \{36, 64, 76\}$

(3) $C = \{37, 46, 64, 73\}$

تقييم ذاتى (4)

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى الرميتين، اكتب كلًا من الأحداث الآتية:

1. الحدث (A) هو حدث الحصول على عددين مجموعهما 8.
2. الحدث (B) هو حدث الحصول على عددين أكبرهما هو العدد 3.
3. الحدث (C) هو حدث الحصول على عددين متساويين.

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات :

(أ) تجربة عشوائية. (ب) ليست تجربة عشوائية.

(جـ) حدث مستحيل. (د) حدث مؤكد.

(2) فى تجربة اختيار أحد أرقام العدد 5742 عشوائيًا، ما فضاء العينة؟

(أ) {2 , 4 , 5} (ب) {2 , 4 , 5 , 7}

(جـ) {57 , 74 , 42} (د) {5742}

(3) فى تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {4 , 3 , 1}، ما عدد عناصر الحدث الذى يعبر عن أن "العدد الناتج عدد فردى" ؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 6

(4) فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية،

ما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

(5) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أى من الأحداث الآتية هو حدث بسيط؟

(أ) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (ب) حدث ظهور عدد زوجى أولى.

(جـ) حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 2. (د) حدث ظهور عدد فردى أولى.

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

(6) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى.

اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

① الحدث (A) هو حدث ظهور رقم أكبر من صفر.

② الحدث (B) هو حدث ظهور رقم يقبل القسمة على 3.

③ الحدث (C) هو حدث ظهور رقم أقل من أو يساوى 4.

④ الحدث (D) هو حدث ظهور رقم يحقق المتباينة : $5 < x$

⑤ الحدث (E) هو حدث ظهور رقم فردى غير أولى.

⑥ الحدث (F) هو حدث ظهور رقم أكبر من 4 وأصغر من 5.

⑦ الحدث (G) هو حدث ظهور رقم ليس مربعًا كاملًا.

(7) حقيبة بها 25 بطاقة متماثلة ومرقمة من 1 إلى 25، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة.

اكتب كلًا من الأحداث الآتية:

① الحدث (A) هو حدث ظهور عدد أصغر من 4.

② الحدث (B) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات 6.

③ الحدث (C) هو حدث ظهور عدد فردى يقبل القسمة على 5.

④ الحدث (D) هو حدث ظهور عدد مكعب كامل.

(8) فى تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:

① الحدث (A) هو حدث "ظهور كتابة فى الرمية الأولى".

② الحدث (B) هو حدث "ظهور كتابة فى إحدى الرميتين فقط".

③ الحدث (C) هو حدث "ظهور نفس الشىء فى الرميتين".

④ الحدث (D) هو حدث "عدم ظهور صورة".

⑤ الحدث (E) هو حدث "ظهور شىء مختلف فى الرميتين".

(9) أُلقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولُوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد،

مثِّل فضاء العينة بشكل شجرى، ثم أوجد الحدثين الآتيين:

① الحدث (A) هو حدث "ظهور كتابة وعدد زوجى".

② الحدث (B) هو حدث "ظهور صورة وعدد فردى".

(10) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، **اكتب الأحداث الآتية :**

① الحدث (A) هو حدث "ظهور العدد 3 فى الرمية الثانية".

② الحدث (B) هو حدث "ظهور عددين مجموعهما أكبر من أو يساوى 10".

③ الحدث (C) هو حدث "ظهور عددين مجموعهما 15".

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(11) رياضة : عند الاشتراك فى أحد مراكز الشباب لممارسة الأنشطة الرياضية خلال الإجازة الصيفية، كان فضاء العينة = {السباحة، الاسكواش، الكرة الطائرة، التنس، ركوب الدراجات، كرة القدم}، فإذا كان الحدث A هو اختيار إحدى ألعاب الكرة، والحدث B هو اختيار إحدى ألعاب المضرب.

اكتب كلًا من الحدثين A ، B

احرص على قضاء إجازتك فى ممارسة أنشطة مفيدة مثل: الرياضة والقراءة.

(12) تغذية : يقدم أحد المطاعم وجبات الغداء بحيث تتكون كل وجبة من طبق رئيسى ونوع واحد من المقبلات.

ما الإمكانات المختلفة لاختيار إحدى الوجبات؟

يُعد الطعام الصحى أساسًا للحفاظ على صحة الجسم، فهو يعمل على تقوية الجهاز المناعى والوقاية من الأمراض.

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للتجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث؟

ضع علامة فى المربع المناسب

الدرس

4 - 2

الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى

(Theoretical & Experimental Probability)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الاحتمال النظرى.
- تعرف مفهوم الاحتمال التجريبى.
- تميز بين الاحتمال التجريبى والاحتمال النظرى.
- تستخدم قوانين حساب الاحتمال فى حل المسائل.

■ المفردات

- الاحتمال النظرى
Theoretical Probability
- الاحتمال التجريبى
Experimental Probability

استعد!

إذا قام مدرب منتخب مصر لكرة القدم بتدريب اثنين من اللاعبين على تسديد ضربات الجزاء، فقام اللاعب الأول بتسديد 12 ضربة جزاء محققًا منها 9 أهداف، بينما قام اللاعب الثانى بتسديد 15 ضربة جزاء محققًا منها 12 هدفًا، فإذا حصل الفريق على فرصة تسديد ضربة جزاء عند لعب إحدى المباريات.

فأى من اللاعبين يختاره المدرب لينفذ ضربة الجزاء؟

فى هذا الدرس سوف تتعلم مفهوم الاحتمال وكيفية إيجاد قيمته، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش!

صمم كل من محمد ومريم وماجد قرصًا دوارًا للعب، كل قرص مقسم إلى قطاعات دائرية متساوية المساحة كالتالى :

يدور المؤشر فى كل منهم ليقف على أحد القطاعات الملونة.

◂ أى من هذه الأقراص فى رأيك يحقق مبدأ تكافؤ الفرص؟

تعلم!

الاحتمال النظرى

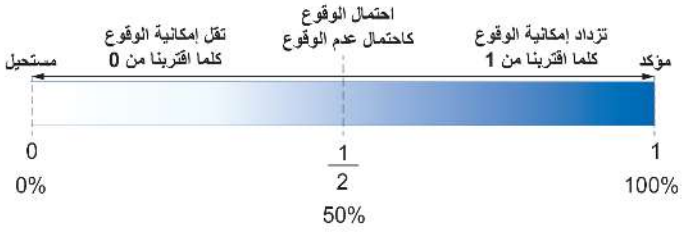
الاحتمال النظرى يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات، ويساوى النسبة بين عدد نواتج الحدث والعدد الكلى للنواتج.

أى أن: احتمال وقوع أى حدث (A) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$

ويُرمز لاحتمال وقوع الحدث A بالرمز P (A).

لاحظ أن :

- احتمال الحدث المستحيل يساوى الصفر.
  ويُكتب : $P(\phi) = 0$
- احتمال الحدث المؤكد يساوى الواحد
  ويُكتب : $P(S) = 1$
- احتمال الحدث الممكن يقع بين الصفر والواحد الصحيح، كما هو موضح فيما يلى :



مثال 1

عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى،
أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

1. A حدث "الحصول على عدد زوجى"
2. B حدث "الحصول على عدد أقل من 8"
3. C حدث "الحصول على عدد فردى أولى"
4. D حدث "الحصول على العدد 4"
5. E حدث "الحصول على عدد أكبر من 6"

جميع النواتج التى تظهر هى : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، وعددها يساوى 6

1. ∵ الأعداد الزوجية هى : 2 ، 4 ، 6 وعددها يساوى 3

$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ويمكن أن تكتب : $P(A) = \frac{1}{2}$ أو $P(A) = 0.5$ أو $P(A) = 50\,\%$

2. ∵ الأعداد الأقل من 8 هى : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 وعددها يساوى 6

$\therefore P(B) = \frac{6}{6} = 1$

ويمكن أن تكتب : $P(B) = 1$ أو $P(B) = 100\,\%$

3. ∵ الأعداد الفردية الأولية هى : 3 ، 5 وعددها يساوى 2

$\therefore P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ويمكن أن تكتب : $P(C) = \frac{1}{3}$ أو $P(C) = 0.\overline{3}$ أو $P(C) = 33\frac{1}{3}\,\%$

4. ∵ العدد 4 هو عدد واحد فقط

$\therefore P(D) = \frac{1}{6}$

5. ∵ لا يوجد عدد أكبر من 6 ،
أى أن عددها يساوى 0

$\therefore P(E) = \frac{0}{6} = 0$

■ تقييم ذاتى (1)

سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 5 إلى 14
أوجد احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة :

1. عددًا فرديًا.
2. عددًا زوجيًا أكبر من 9.
3. عددًا أوليًا.
4. عددًا أقل من 5.
5. عددًا مربعًا كاملًا.

■ لاحظ أن

يمكن كتابة الاحتمال على صورة كسر اعتيادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية.

مثال 2

ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين ولُوحظ تتابع الصور والكتابات.
أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث "الحصول على صورتين".
2 B حدث "الحصول على صورة واحدة على الأقل".
3 C حدث "الحصول على نفس الشيء فى الرميتين".
4 D حدث "الحصول على صورة فى الرمية الأولى".

جميع النواتج التى تظهر هى : (H , H) ، (H , T) ، (T , H) ، (T , T) وعددهم 4

1 النواتج التى بها صورتان هى (H , H) وعددهم 1

$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$

2 النواتج التى بها صورة واحدة على الأقل هى (H , H) ، (H , T) ، (T , H) وعددهم 3

$\therefore P(B) = \frac{3}{4}$

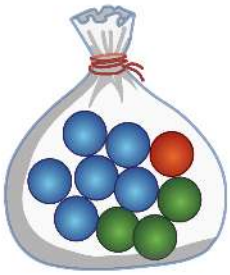
3 النواتج التى بها نفس الشيء فى الرميتين هى (H , H) ، (T , T) وعددهم 2

$\therefore P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

4 النواتج التى بها صورة فى الرمية الأولى هى (H , T) ، (H , H) وعددهم 2

$\therefore P(D) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

مثال 3



كيس به كرة حمراء، 6 كرات زرقاء، 3 كرات خضراء جميعها متماثلة، إذا سُحبت كرة عشوائيًا من الكيس ولُوحظ لونها فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

1 زرقاء؟ 2 بيضاء؟
3 حمراء؟ 4 خضراء؟
5 زرقاء أو خضراء؟ 6 ليست خضراء؟

بفرض أن (حمراء = R) ، (زرقاء = B) ، (خضراء = G) ، (بيضاء = W)
العدد الكلى للكرات = 1 + 6 + 3 = 10 كرات.

1 $P(B) = \frac{6}{10} = 0.6$

2 $P(W) = \frac{0}{10} = 0$

3 $P(R) = \frac{1}{10} = 0.1$

4 $P(G) = \frac{3}{10} = 0.3$

5 $P(B \text{ أو } G) = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10} = 0.9$

6 $P(\text{ليست } G) = \frac{1+6}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$

◂ حل آخر لحساب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء :

$\because P(G) = 0.3$

$\therefore P(\text{ليست } G) = 1 - 0.3 = 0.7$

■ لاحظ أن

كل كرة لها نفس فرصة الظهور حيث :
◂ R لها 1 فرصة
◂ B لها 6 فرص
◂ G لها 3 فرص

■ تقييم ذاتى ②

من مجموعة الأرقام
{2 , 3 , 5 , 7}
كون عدد من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون :
1 رقم عشرات العدد أكبر من رقم الآحاد.
2 العدد أوليًا.
3 أحد الرقمين زوجيًا.

■ تقييم ذاتى ③

تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالى :
3 فيلم كوميدى، 2 فيلم كارتون، 1 فيلم رعب، 4 فيلم اجتماعى.
إذا اخترت فيلم عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الفيلم :
1 اجتماعيًا؟
2 فيلم رعب؟
3 كوميديًا أو اجتماعيًا؟
4 ليس كوميديًا؟

■ لاحظ أن

• مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = 1
ففى مثال 3:
$P(B) + P(R) + P(G) = 0.6 + 0.1 + 0.3 = 1$

• لأى حدث A يكون :
$P(A) + P(\text{ليس } A) = 1$

الاحتمال التجريبى

الاحتمال التجريبى يعتمد على إجراء تجربة عمليًا ثم تسجيل نتائجها ثم استخدام هذه النتائج فى حساب الاحتمال كما يلى :

$$\text{الاحتمال التجريبى للحدث (A)} = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث (A)}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$$

مثال 4

إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 100 مرة فظهرت الصورة فى 41 مرة منها.
أوجد الاحتمال التجريبى لظهور :

1 الصورة (H). 2 الكتابة (T).

1 عدد مرات ظهور الصورة (H) يساوى 41 مرة

$\therefore P(H) = \frac{41}{100} = 0.41 = 41\ \%$

2 عدد مرات ظهور الكتابة (T) هو:

$100 - 41 = 59$

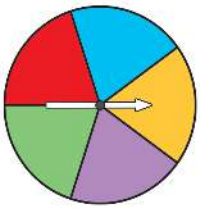
$\therefore P(T) = \frac{59}{100} = 0.59 = 59\ \%$

■ لاحظ أن

فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة تجد أن الاحتمال النظرى لظهور صورة $\frac{1}{2}$ (= 50 %)، وبالتالى يوجد اختلاف بين الاحتمال التجريبى لظهور صورة الموجود بالمثال المجاور (41 %) وبين الاحتمال النظرى لظهور صورة (50 %)، ونلاحظ أنه كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما اقتربت قيمة الاحتمال التجريبى من قيمة الاحتمال النظرى.

مثال 5

قسم قرص دوار إلى عدة قطاعات ملونة ومتساوية فى المساحة فإذا أدير القرص 50 مرة وكان الجدول المقابل يوضح عدد المرات التى توقف عندها المؤشر على كل لون.



اللون	عدد المرات
أحمر	8
أزرق	9
أصفر	13
أخضر	9
بنفسجى	11

1 أوجد الاحتمال التجريبى لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

2 أوجد الاحتمال النظرى لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

3 إذا زاد عدد مرات تدوير القرص إلى 500 مرة ماذا تتوقع عن فرصة وقوف المؤشر على اللون الأصفر؟

1 الاحتمال التجريبى لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوى:

$\frac{13}{50} = 0.26 = 26\ \%$

2 ∵ الألوان الخمسة موزعة بالتساوى فى القرص الدوار

∴ الاحتمال النظرى لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوى:

$\frac{1}{5} = 0.2 = 20\ \%$

3 عند زيادة عدد مرات تدوير القرص إلى 500، نتوقع أن فرص وقوف المؤشر على اللون الأصفر تقل حتى تقترب قيمة الاحتمال التجريبى من قيمة الاحتمال النظرى (20 %).

■ تقييم ذاتى 4

ألقى حجر نرد منتظم 150 مرة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى وكانت نتائج ظهور الأعداد كالتالى:

العدد	عدد مرات الظهور
1	28
2	19
3	23
4	28
5	25
6	27

◂ أوجد الاحتمال التجريبى :

1 لظهور العدد 2.

2 لعدم ظهور العدد 5.

◂ أوجد الاحتمال النظرى لظهور العدد 2.

■ تقييم ذاتى 5

عند سحب كرة ملونة من كيس به أربع كرات متماثلة، حمراء ، خضراء ، زرقاء ، بيضاء ، كانت النسبة المئوية لعدد مرات سحب الكرة كما بالجدول التالى :

اللون	نسبة عدد مرات السحب
أخضر	23%
أزرق	27%
أبيض	28%
أحمر	22%

1 أوجد الاحتمال التجريبى لعدم سحب الكرة الزرقاء.

2 إذا كان عدد مرات إجراء التجربة 200 مرة، فأوجد عدد مرات سحب كرة بيضاء.

3 أوجد الاحتمال النظرى لسحب الكرة الحمراء.

تقييم الدرس

أولًا قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) إذا كنت تفكر فى شراء قلم واحد من مجموعة أقلام متماثلة تحتوى على 5 أقلام حمراء، 2 قلم أزرق، 3 أقلام سوداء، واخترت قلمًا عشوائيًا، ما احتمال أن يكون القلم أزرق؟

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (جـ) $\frac{2}{15}$ (د) $\frac{1}{15}$

(2) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 2؟

(أ) صفر (ب) $33\frac{1}{3}\%$

(جـ) 50% (د) 75%

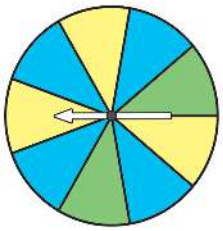
(3) عند رمى حجر نرد منتظم 10 مرات متتالية، إذا ظهر العدد 4 مرتين على الوجه العلوى للنرد، فما الاحتمال التجريبى لعدم ظهور العدد 4؟

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{10}$ (جـ) $\frac{5}{6}$ (د) $\frac{8}{10}$

(4) إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية فى الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوى 40% ، وعدد عناصر فضاء العينة 15 عنصرًا، فما عدد عناصر الحدث A؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 10

(5) لدى حمزة لعبة دوارة مقسمة إلى 9 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل المقابل عندما تدور يقع المؤشر بشكل عشوائى على أحد الأقسام فما احتمال أن يقع المؤشر على اللون الأزرق أو الأصفر ؟



(أ) $\frac{2}{9}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (جـ) $\frac{7}{9}$ (د) $\frac{8}{9}$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

(6) فصل دراسى به 15 طالبًا، 4 منهم من ذوى الشعر الأسود، 5 من ذوى الشعر البنى، 6 من ذوى الشعر الأصفر، إذا اختير طالب عشوائيًا، فأوجد احتمال أن يكون الطالب :

(1) شعره أسود. (2) شعره ليس بنيًا. (3) شعره أصفر أو بنى.

(7) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

(1) A حدث ظهور عدد فردى. (2) B حدث ظهور عدد أكبر من 4.

(3) C حدث ظهور العدد 3. (4) D حدث ظهور عدد أقل من 7.

(5) E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة "$2 \geq x$". (6) F حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.

(8) إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 20 إلى 29، أوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا :

(1) أكبر من 25. (2) أقل من 20. (3) أوليًا. (4) زوجيًا.

(9) إذا اخترت عشوائيًا عددًا واحدًا من مجموعة الأعداد {13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29 ، 31}، أوجد احتمال أن يكون مجموع رقمى العدد المُختار عددًا زوجيًا.

(10) فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {7 ، 5 ، 4}، ما احتمال كل من الأحداث الآتية :

(1) A حدث أن يكون مجموع الرقمين 9. (2) B حدث أن يكون رقم العشرات فرديًا.

(3) C حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 35. (4) D حدث أن يكون رقم العشرات = رقم الآحاد.

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

القراءة وسيلة لاكتساب المعرفة وتنمية الفكر وتوسيع الآفاق.

(11) **ثقافة :** فى مكتبتك الشخصية لديك 12 كتابًا أدبيًا ، 8 كتب تاريخية ، 10 كتب علمية.
إذا اخترت كتابًا عشوائيًا، فما احتمال أن تختار كتابًا أدبيًا ؟

تُبنى المنافسة الشريفة على احترام قواعد اللعبة، والالتزام بالأخلاق الرياضية، واحترام المنافس.

(12) **رياضة :** فى تجربة اختبار لاعبَين لضم أحدهما لفريق كرة السلة بأحد الأندية، قام اللاعب الأول برمى الكرة 15 مرة فسجل منها 6 رميات، وقام الثانى برمى الكرة 20 مرة فسجل منها 9 رميات.
حدد أيًا من اللاعبَين يختاره المدرب بالفريق، ولماذا ؟

(13) **رياضة :** مخطط الأعمدة البيانية المقابل يوضح الألعاب الرياضية المفضلة لدى 1000 طالب. إذا اختير طالب عشوائيًا،

① ما احتمال أنه يفضل كرة السلة؟

② ما احتمال أنه لا يفضل السباحة؟

③ ما احتمال أنه يفضل كرة القدم؟

(14) **ترفيه وتعلُّم :**
يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل عدد الساعات التى يقضيها 30 طالبًا فى مذاكرة دروسهم أسبوعيًا.
فإذا أختير منهم طالب عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الطالب المختار :

الساق	الأوراق							
0	1	4	5	6	8	8	9	
1	0	0	1	1	1	6	7	8
2	0	1	2	2	3	4	5	5
3	0	1	3	4	5	6	6	

المفتاح	6 | 1 تعنى 16

① يقضى أكثر من 32 ساعة فى المذاكرة؟

② يقضى أقل من 27 ساعة فى المذاكرة؟

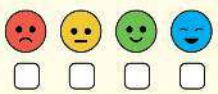
③ يقضى أكثر من 16 ساعة وأقل من 30 ساعة فى المذاكرة؟

تفكير إبداعى

(15) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها 5 كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{2}{3}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

قيّم فهمك!

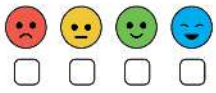
ما مدى فهمك للاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تقييم الوحدة الرابعة

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الرابعة ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ما احتمال ظهور عدد أقل من 5 ؟

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

(2) فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوى، فما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

(3) سُحبت كرة عشوائيًا من صندوق به 35 كرة متماثلة منها 7 كرات بيضاء والباقى أحمر وأسود اللون، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء ؟

(أ) $\frac{1}{35}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (جـ) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{34}{35}$

(4) سُحبت عشوائيًا بطاقة مكتوب عليها حرف من حروف كلمة (نورهان) فما احتمال أن يكون هذا الحرف (ن)؟

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{2}{3}$

◄ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) عند سحب بطاقة عشوائيًا من بين مجموعة من البطاقات المتماثلة المرقمة من 25 إلى 34، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على البطاقة المسحوبة هو .....

(6) صندوق يحتوى على 48 برتقالة منها 6 برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة غير تالفة = ...

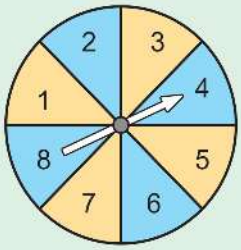
(7) صُمم مكعب بحيث يحمل وجهان فيه الرقم 2، ووجهان الرقم 4، ووجهان الرقم 6، وأُلقى المكعب مرة واحدة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوى أوليًا هو .....

(8) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى، فإن حدث أن يكون مجموع العددين 5 هو .....

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) حقيبة تحتوى على 40 بلية متماثلة فإذا سحب هانى بلية عشوائيًا ووجدها حمراء، وكان احتمال سحب بلية حمراء يساوى $\frac{3}{5}$ فأوجد عدد البلى الأحمر فى الحقيبة.

(10) لدى خالد لعبة دوارة مقسمة إلى 8 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل المقابل عندما تدور يقع المؤشر بشكل عشوائى على أحد الأقسام.



أوجد كلًا مما يأتى :

① احتمال أن يقع المؤشر على عدد أكبر من أو يساوى 4.

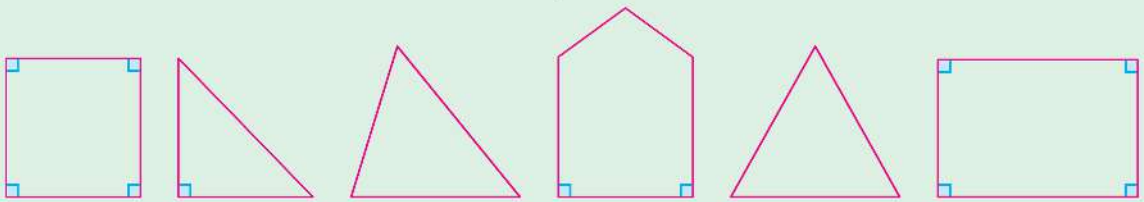
② احتمال أن يقع المؤشر على عدد يقبل القسمة على 6.

(11) من مجموعة الأرقام {5 , 4 , 3} كون عددًا من رقمين ثم أوجد احتمال كل من الحدثين الآتيين :

① A حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًا.

② B حدث أن يكون مجموع الرقمين 8.

(12) عند سحب بطاقة عشوائيًا من بين 6 بطاقات متماثلة مرسوم عليها المضلعات التالية:



أوجد احتمال أن تحمل البطاقة :

(1) مثلثًا.
(2) مضلعًا ليس رباعيًا.
(3) مضلعًا له أكثر من ثلاثة أضلاع.
(4) مضلعًا له أكثر من زاوية قائمة.
(5) مضلعًا خماسيًا.

نشاط الوحدة الرابعة من الفائز المحتمل

◂ **الهدف من النشاط :**

تنمية مزيد من الفهم لدى الطلاب لمفهومى الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى، بطريقة عملية من خلال لعبة العجلة الدوارة.

◂ **خطوات التنفيذ :**

بالتعاون مع (3) من زملائك، نفذ خطوات اللعبة التالية وأكمل الجدول التالى لمحاولة تحديد الفائز باللعبة:

اللاعب	نتيجة العجلة الدوارة			
	لاعب (1)	لاعب (2)	لاعب (3)	لاعب (4)
لاعب (1)				
لاعب (2)				
لاعب (3)				
لاعب (4)				
المجموع				

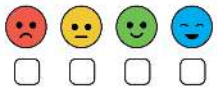
1. يقوم كل فرد بتدوير العجلة الدوارة عدد (5 مرات) وتحديد رقم اللاعب الذى يقف عنده المؤشر.
2. استخدم العلامات التكرارية لتسجيل النتيجة بالنسبة لرقم اللاعب الناتج فى كل محاولة.
3. بالتعاون مع زملائك أجب عن الأسئلة التالية:
   - ما إجمالى عدد المحاولات التى تم تنفيذها؟
   - ما نوع الاحتمال الذى تمثله هذه اللعبة؟ الاحتمال النظرى ☐ الاحتمال التجريبى ☐
   - ما احتمال توقف المؤشر عند رقم كل لاعب بناءً على النتائج المسجلة بالجدول؟
4. وفقًا لشكل العجلة الدوارة والنتائج التى تم تسجيلها فى الجدول، هل كان لأعضاء الفريق الأربعة فرص متساوية فى الفوز؟ نعم ☐ لا ☐

المبرر : .....

تقييم نهائى

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لموضوعات الصف الأول الإعدادى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



المجموعة الأولى

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور صورة على الأقل ؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

(2) $\frac{1}{4}$ العدد 4^8 هو .....

(أ) 4^2 (ب) 4^4 (جـ) 4^6 (د) 4^7

(3) شبه منحرف ارتفاعه 5.4 سم وطولا قاعدتيه المتوازيتين 8 سم، 10 سم، فإن مساحته تساوى ..... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 48.6 (ب) 54 (جـ) 97.2 (د) 432

(4) إذا كان : $7.5 \times 10^n = 0.000075$ فما قيمة n ؟

(أ) -5 (ب) -4 (جـ) 4 (د) 5

(5) $(x^3 + x^2 + x) \div x =$ .....

(أ) $x^3 + x^2$ (ب) $x^2 + x$ (جـ) $x^2 + x + 1$ (د) صفر

(6) ما صورة النقطة (4 , 3) بالانتقال $(x , y) \longrightarrow (x - 4 , y - 2)$ ؟

(أ) (2 , 1) (ب) (1 , -2) (جـ) (-1 , 2) (د) (-1 , -2)

(7) إذا كان : $x^3 + 124 = -1$ فما قيمة x ؟

(أ) -5 (ب) -4 (جـ) 4 (د) 5

(8) ما صورة النقطة (4 , -2) بالانعكاس فى محور x ؟

(أ) (-2 , -4) (ب) (2 , 4) (جـ) (-4 , 2) (د) (4 , 2)

(9) معين طولا قطريه 10 سم ، 15 سم، فإن مساحته تساوى ..... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 37.5 (ب) 75 (جـ) 150 (د) 300

المجموعة الثانية

◂ **أجب عن الأسئلة الآتية :**

(1) ارسم قطعة مستقيمة طولها 4.5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

(2) اختصر لأبسط صورة : $\left(\frac{14}{15}\right)^0 - \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

(3) إذا كان خارج قسمة المقدار : $(x^3 - 25x)$ على $(x + 5)$ هو $x^2 + ax$ ، فما قيمة a؟

(4) اختصر لأبسط صورة المقدار : $(4n + 3)(4n - 3) - (4n - 3)^2$، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عند $n = -1$

(5) ارسم على الشبكة التربيعية المستطيل ABCD الذى فيه A (1 , 1) ، B (3 , 1) ، C (3 , 6) ، D (1 , 6)
ثم أوجد صورته بالدوران R (O , 90°)

(6) ما مجموعة حل المتباينة $3x - 2 \leq 4$ فى N ؟

(7) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على : (أ) عدد أكبر من 2؟ (ب) عدد أولى أقل من 4؟

الرياضيات

للصف الأول الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى

2024 - 2025

ألوان الغلاف	وزن الغلاف	ألوان المتن	وزن المتن	المقاس	عدد الصفحات	رقم الكتاب
4 لون	180 جم كوشيه	4 لون	70 جم ورق أبيض	١٩x٢٧سم	١٠٠	٣٠/١/٢٢/٢/٢١/٢٣٧

http://elearning.moe.gov.eg

مراجعة

أ/ منال عباس أحمد عزقول

مستشار الرياضيات

د. جلال محروس معتمد مرسي

د. محمد محي الدين عبد السلام

د. أسامة عبد العظيم عبد السلام محمد

أ. سمير محمد سعداوي

أ. أحمد ابراهيم الدسوقي هاشم

أ. عماد حسن عمر الدليل

إشراف
د. أكرم حسن محمد

مساعد الوزير لشئون تطوير المناهج التعليمية والمشرف على الإدارة المركزية لتطوير المناهج

العصرية للطباعة