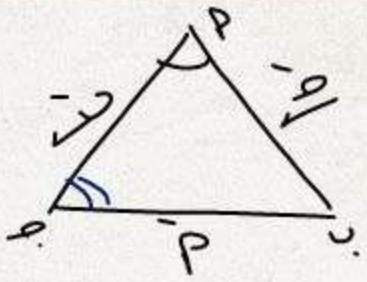
## حساب المثلثات

### ١ قانون الجيب




$$\frac{\text{جا أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جا جـ}}{\text{جـ}}$$

زاويتان وضلع

تربيع شهور

$$\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{جا جـ}} = ٢ \text{نق}$$

ملاحظة: $\Delta م = \frac{1}{2} أ ب \text{ جا } جـ$

### ٢ قانون جيب التمام

① ضلعين وزاويتهما محصورة

$$أ^2 = ب^2 + جـ^2 - 2 ب جـ \text{ جتا } أ$$

$$ب^2 = أ^2 + جـ^2 - 2 أ جـ \text{ جتا } ب$$

$$جـ^2 = أ^2 + ب^2 - 2 أ ب \text{ جتا } جـ$$

② ثلاث أضلاع

$$\text{جتا } أ = \frac{ب^2 + جـ^2 - أ^2}{2 ب جـ}$$

$$\text{جتا } ب = \frac{أ^2 + جـ^2 - ب^2}{2 أ جـ}$$

$$\text{جتا } جـ = \frac{أ^2 + ب^2 - جـ^2}{2 أ ب}$$

### ٣ حل المثلث

إيجاد أضلاع وزوايا $\Delta$

① زاويتان وضلع ← قانون الجيب

② ضلعين وزاويتهما محصورة ← قانون جيب التمام

③ ثلاث أضلاع ← قانون جيب التمام

هنذاكر مذكرتي mothakraty.com

## تفاضل

### ١ انواع الكميات

١) كميات حقيقية = عدد حقيقى

٢) كميات غير معينة = $\frac{0}{0}$ ، $\frac{\infty}{\infty}$

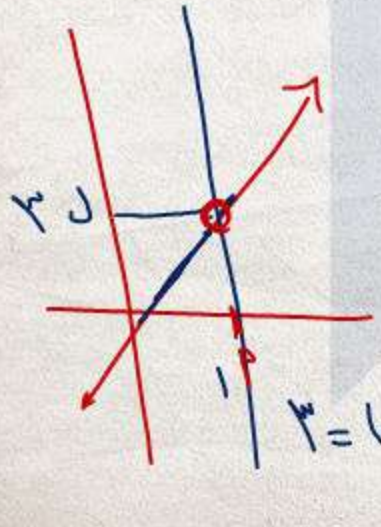
٣) كميات غير معرفة = $\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}}$

### ٢ تقدير النهاية بيانيا

$\lim_{س \to أ^+} د(س) = \lim_{س \to أ^-} د(س) = ل$

يمين أ ، يسار أ

فإن $\lim_{س \to أ} د(س) = ل$




$\lim_{س \to ١} ص = ٣$

هنداوى أونلاين
مذكرتى Mozkty.com

## تفاضل

### ٣ نهاية الدالة جبريا

**نظرية**

$$\text{نها}_{س \to أ} د(س) = د(أ)$$

$$\text{نها}_{س \to ٥} س + ٥ = ٥ + ٣ = ٨$$ فعينه

**نتيجة**

$$\text{نها}_{س \to م} ك = ك$$ ثابت

$$\text{نها}_{س \to ٧} ٧ = ٧$$

### ٤ القانون والنتيجة

**القانون**

$$\text{نها}_{س \to أ} \frac{س^{ن} - أ^{ن}}{س - أ} = ن \times أ^{ن-١}$$

$$\text{نها}_{س \to ٢} \frac{س^{٥} - ٢^{٥}}{س - ٢} = ٥ \times ٢^{٥-١}$$

**النتيجة**

$$\text{نها}_{س \to أ} \frac{س^{م} - أ^{م}}{س - أ} = م \times أ^{م-١}$$

$$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{(س+١)^{ن} - ٤^{ن}}{س - ٣} = ن \times ٤^{ن-١}$$

مذكرتي mozkraty.com

## تفاضل

### ٥ نهاية الدالة عند الانهاية

**نظرية**

$$\text{نها}_{س \to \infty} \frac{1}{س^{ن}} = \text{صفر}$$

**نتيجة**

$$\text{نها}_{س \to \infty} \frac{م}{س^{ن}} = \text{صفر}$$

$$\text{نها}_{س \to -\infty} \frac{م}{س^{ن}} = \text{صفر}$$

**ملاحظات**

$$\frac{ك س^{٥} + ٥}{ك س^{٤} + ٤}$$

① النهاية = عدد حقيقى ( درجة البسط = درجة المقام )

② النهاية = صفر ( درجة البسط < درجة المقام )

③ النهاية = $\pm \infty$ ( درجة البسط > درجة المقام )

### ٦ نهاية الدوال المثلثية

حلى نقف

**نظرية**

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا} س}{س} = ١$$

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{ظا} س}{س} = ١$$

**النتيجة**

① $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا} م س}{س} = م$ ، $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\text{جا} س}{م س} = \frac{١}{م}$

② $\text{نها}_{ب \to ٠} \frac{\text{جا} ب}{ب} = ب$ ، $\text{نها}_{ب \to ٠} \frac{\text{ظا} ب}{ب} = ب$

③ $\text{نها}_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا} س}{س} = \text{صفر}$

## تفاضل

### ٧ بحث وجود نهاية الدالة

على

$$د(س) = \begin{cases} \text{قاعدة ١} & س < ق \\ \text{قاعدة ٢} & س > ق \end{cases}$$

$$د(ق^+) = \text{نهـ}_{س \to ق^+} \text{قاعدة ①} = ل$$

$$د(ق^-) = \text{نهـ}_{س \to ق^-} \text{قاعدة ②} = ل$$

$$د(ق^+) = د(ق^-) = ل$$

$$\text{نهـ}_{س \to ق} د(س) = ل$$

على

### ٨ الاتصال

$$د(ق) = د(ق^-) = د(ق^+)$$

$$س = ق \quad س > ق \quad س < ق$$

هنذاكر أونلاين
مذكرتى
Mozkrty.com

## جبر

### ١ تحديد العلاقة دالة أم لا

**جبريا**

ص = د(س)

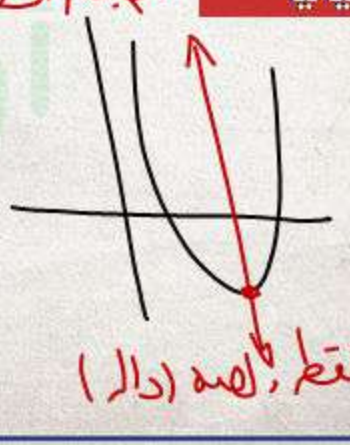
ن ← عدد فردى ← ع دالة

ن ← عدد زوجى ← ع ليست دالة

**بيانيا**

اختبار الخط الرأسى

تقطع المنحنى (ليست دالة)



تقطع المنحنى (دالة)

### ٢ تحديد مجال الدوال الحقيقية

**الدالة كثيرة الحدود**

ح

د(س) = ٥

د(س) = س

د(س) = س٢ + س

**الدالة الكسرية**

د(س) = بسط / مقام

ح - اصفار المقام

**الدالة الجذرية**

ن (العدد الزوجى)

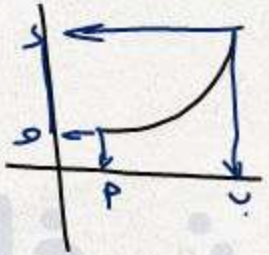
ح

ن (العدد الفردى)

ح

## جبر

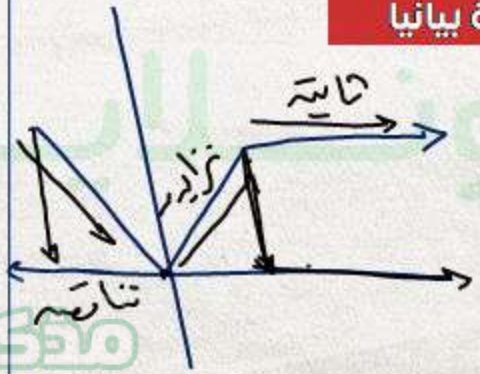
### ٣ تعيين مجال ومدى الدالة بيانيا




مجال = محور السينات
[م ، ب]

المدى = محور الصادات
[ه ، ص]

### ٤ تعيين اطراد الدالة بيانيا




١ تزايدية
٢ تناقصية
٣ ثابتة

### ٥ العمليات على الدوال

+ ، − ، × ، ÷

د١ ، د٢

(د١ ± د٢) ⟸ م = م١ ∩ م٢

(د١ × د٢) ⟸ م = م١ ∩ م٢

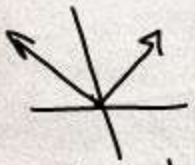
د١ / د٢ ⟸ م = م١ ∩ م٢ − {أصفار المقام}

### ٦ بحث نوع الدالة

**زوجية**

د(−س) = د(س)

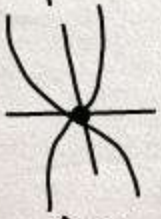
المحاور صور لمحور الصادات



**فردية**

د(−س) = − د(س)

المحاور صور نفسها



**غير ذلك**

د(−س) ≠ د(س) ≠ − د(س)

لا يوجد تماثل

هنداوى اونلاين
مدرستى Madrasty.com

## جبر

### ٧ حل معادلات القيمة المطلقة

**الحالة الاولى** $|أ س + ب| = ج$

$أ س + ب = \pm ج$

ج سالبة ⟹ المعادلة ليس لها حل

**الحالة الثانية** $|أ س + ب| = |ج س + د|$

$(أ س + ب) = \pm (ج س + د)$

**الحالة الثالثة** $|أ س + ب| = ج س + د$

نحرم المقياس.

$أ س + ب = ج س + د$

$س \geq \frac{ب}{أ}$

$أ س + ب = -ج س - د$

$س < \frac{ب}{أ}$

### ٨ حل متباينات القيمة المطلقة

**الحالة الاولى**

| $|س| > أ$ | $|س| \geq أ$ |
|---|---|
| $س > أ$ أو $س < -أ$ | $س \geq أ$ أو $س \leq -أ$ |
| $ح = ]-\infty ، -أ[ \cup ]أ ، \infty[$ | $ح = ]-\infty ، -أ] \cup [أ ، \infty[$ |

**الحالة الثانية**

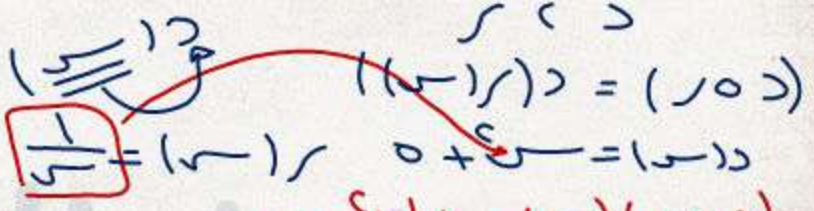
| $|س| < أ$ | $|س| \leq أ$ |
|---|---|
| $س < أ$ (تقاطع) $س > -أ$ | $س \leq أ$ ، $س \geq -أ$ |
| $ح = ]-أ ، أ[$ | $ح = [-أ ، أ]$ |

أوائل — مذكرتي Mozkty.com

## جبر

### ٩ تركيب دالتين

حل مقترح

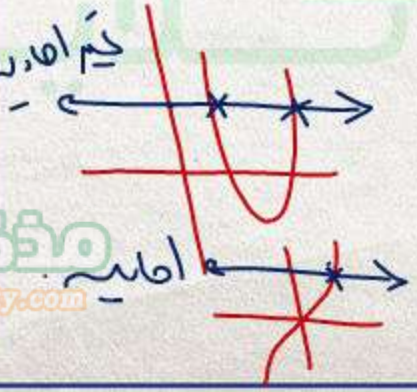



### ١٠ الدالة الاحادية

حل

د(أ) = د(ب)

أ = ب




### ١١ قوانين الاسس

* $أ^{0} = 1$
* $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$
* $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$
* $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$
* $أ^{-م} = \frac{1}{أ^{م}}$
* $(أ ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$
* $(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

### ملاحظات

* $س^{٢} = أ$ ⟹ $س = \pm (أ)^{\frac{1}{٢}}$ ن زوجي
* $س^{٢} = أ$ ⟹ $س = (أ)^{\frac{1}{٢}}$ ن فردي

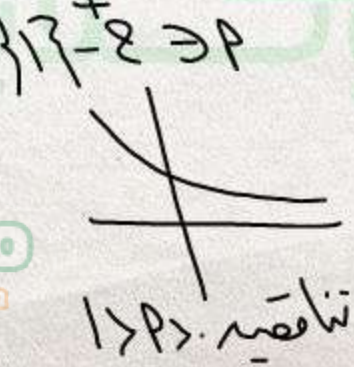
## جبر

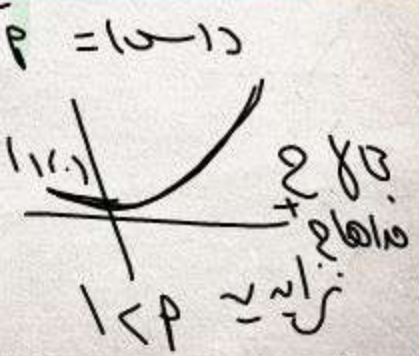
### ١٢ المعادلات الاسية

- $أ^{ن} = ١ \Leftarrow ن = صفر$
- $أ^{ن} = أ^{م} \Leftarrow ن = م$
- $أ^{ن} = ب^{ن} \Leftarrow$ أ = ب ، ن ≠ زوجى
  أ = ± ب ، ن زوجى
  ن = صفر ، أ ≠ ب

### ١٣ الدالة الاسية

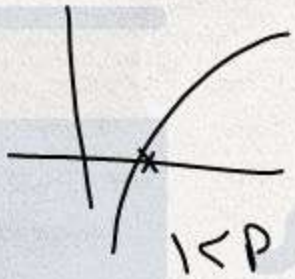
د(س) = $أ^{س}$ ، أ ∈ ح+ - {١}

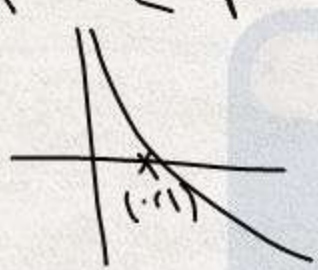



### ١٤ الدالة اللوغاريتمية

ص = $لو_{أ}$ س ⟺ $أ^{ص}$ = س




#### خواصها

- أ > ١ ⟺ تزايدية
- ٠ < أ < ١ ⟺ تناقصية
- مداها ح
- مجالها ح+

مذكرتي Mozkrty.com

## جبر

### ١٥ قوانين اللوغاريتمات

* لو$_م$ م = ١
* لو$_م$ ١ = صفر
* لو$_م$ (س ص) = لو$_م$ س + لو$_م$ ص
* لو$_م$ $\frac{س}{ص}$ = لو$_م$ س − لو$_م$ ص
* لو$_م$ س$^{ن}$ = ن لو$_م$ س
* لو$_م$ س = $\frac{\text{لو}_{ن} \text{س}}{\text{لو}_{ن} \text{م}}$
* لو$_م$ ن = $\frac{1}{\text{لو}_{ن} \text{م}}$

### ١٦ الدالة العكسية

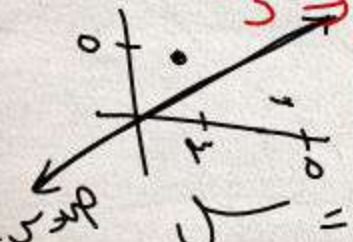
د = {(س، ص) : ص = ٢س + ١}

د$^{-1}$ = {(ص، س) : س = ٢ص + ١}

ص = س − ١

د$^{-1}$(س) = س − ١

د(٢) = ٥ ⇒ د$^{-1}$(٥) = ٢




مذكرتي
Mozkty.com