مذكرة

رياضة

المعهد الفنى الصناعى

الصف الأول - الترم الأول

إعداد / محمد عبد البديع إسماعيل

العباسة – أبو حماد – شرقية

md.ae94@yahoo.com

* الباب الأول

* المحددات

* تعريف المحدد

* هو عبارة عن مجموعه من الاعداد مرتبه فى صفوف وأعمده بحيث يكون عدد الصفوف مساوياً لعدد الأعمده ويكتب بين خطين رأسين ويرمز له برمز Δ.

* أنواع المحددات

1) محدد ثنائي

شكل المحدد الثنائي →
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

* قاعدة فك المحدد الثنائي :-

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 * b_2 - b_1 * a_2)$$

EX:-

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = (5*3 - 6*9) = -39$$

Very good

2) محدد ثلاثي

شكل المحدد الثلاثي →
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

* قاعدة فك المحدد الثلاثي :-

$$\Delta = \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array}$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1(b_2*c_3 - c_2*b_3) - b_1(a_2*c_3 - c_2*a_3) + c_1(a_2*b_3 - b_2*a_3)$$

* لابد من قاعدة الاشارات + - +

EX:-

$$\begin{array}{ccc} + & - & + \end{array}$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -4 & -3 \\ -2 & 5 & 6 \\ 1 & -9 & -2 \end{vmatrix} = 7(5*-2 - 6*-9) + 4(-2*-2 - 6*1) - 3(-2*-9 - 5*1)$$
$$= 308 - 8 - 39 = 261$$

Very good

محمد عبد البديع إسماعيل

* حل المعادلات باستخدام المحددات بطريقة كرامر

م ٢

* حل معادلتين باستخدام طريقة كرامر

* خطوات حل المعادلتين

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$
$$a_2 x + b_2 y = c_2$$

١) ترتيب المعادلتين بحيث يكون الحد المطلق فى طرف و باقى الحدود فى طرف.

٢) الرقم الصحيح اللى بدون رمز يروح الاتجاه الثانى بعكس الإشاره.

٣) عندما يكون المتغير y و x غير موجود نضع مكان المتغير صفر.

٤) تكوين المحدد Δ و المكون من معاملات y و x.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

٥) تكوين المحدد Δx وذلك عن طريق استبدال معاملات x بالحدين المطلقين.

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

٦) تكوين المحدد Δy وذلك عن طريق استبدال معاملات y بالحدين المطلقين.

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

٧) تطبيق قاعدة كرامر:-

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad , \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

٨) التاكد من الحل وذلك عن طريق التعويض بقيمة y و x فى المعادلات الاساسيه الموجود فى المساله

حل باستخدام طريقة كرامر مجموعة الحل للمعادلات التاليه:-

$$2x + 4y = 2$$
$$3x - y = 4$$

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = (2*-1 - 4*3) = -2-12 = -14$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = (2*-1 - 4*4) = -2-16 = -18$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2*4 - 2*3) = 8-6 = 2$$

$$\because x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-18}{-14} = \frac{18}{14}$$

$$\boxed{\therefore x = \frac{18}{14}}$$

$$\because y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{2}{-14}$$

$$\boxed{\therefore y = \frac{2}{-14}}$$

Very good

⭐ حل ثلاث معادلات باستخدام طريقة كرامر

⭐ خطوات حل الثلاث معادلات

$$a_1x+b_1y+c_1z=d_1$$
$$a_2x+b_2y+c_2z=d_2$$
$$a_3x+b_3y+c_3z=d_3$$

١) ترتيب المعادلات بحيث يكون الحد المطلق فى طرف وباقى الحدود فى طرف.
٢) الرقم الصحيح اللى يدون رمز يروح الاتجاه التانى بعكس الاشاره.
٣) عندما يكون المتغير z و y و x غير موجود نضع مكان المتغير صفر.
٤) تكوين المحدد Δ والمكون من معاملات z و y و x :-

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

٥) تكوين المحدد Δx وذلك عن طريق استبدال معاملات x بالحدود المطلقه.
٦) تكوين المحدد Δy وذلك عن طريق استبدال معاملات y بالحدود المطلقه.
٧) تكوين المحدد Δz وذلك عن طريق استبدال معاملات z بالحدود المطلقه.

$$\Delta x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \Delta y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \Delta z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

٨) تطبيق قاعدة كرامر :-

$$x=\frac{\Delta x}{\Delta} \;,\quad y=\frac{\Delta y}{\Delta} \quad z=\frac{\Delta z}{\Delta}$$

٩) التاكد من الحل وذلك عن طريق التعويض بقيمة z و y و x فى المعادلات الاساسية الموجود فى المسالة.

Very good

مثال أوجد باستخدام طريقة كرامر مجموعة الحل للمعادلات التالية:-

م ٤

$$x+2y-2z=6$$
$$2x+4y+z=7$$
$$3x+2y+9z=14$$

الحل

$$\Delta=\begin{vmatrix} \overset{+}{1} & \overset{-}{2} & \overset{+}{-2} \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 9 \end{vmatrix}=1(4*9-1*2)-2(2*9-1*3)-2(2*2-4*3)$$
$$=20$$

$$\Delta x=\begin{vmatrix} \overset{+}{6} & \overset{-}{2} & \overset{+}{-2} \\ 7 & 4 & 1 \\ 14 & 2 & 9 \end{vmatrix}=6(4*9-1*2)-2(7*9-1*14)-2(7*2-4*14)$$
$$=204-98+84=190$$

$$\Delta y=\begin{vmatrix} \overset{+}{1} & \overset{-}{6} & \overset{+}{-2} \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 14 & 9 \end{vmatrix}=1(7*9-1*14)-6(2*9-1*3)-2(2*14-7*3)$$
$$=49-90-14=-55$$

$$\Delta z=\begin{vmatrix} \overset{+}{1} & \overset{-}{2} & \overset{+}{6} \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 14 \end{vmatrix}=1(4*14-7*2)-2(2*14-7*3)+6(2*2-4*3)$$
$$=42-14-48=-20$$

$$\because x=\frac{\Delta x}{\Delta}=\frac{190}{20}$$
$$\because y=\frac{\Delta y}{\Delta}=\frac{-55}{20}$$
$$\because z=\frac{\Delta z}{\Delta}=\frac{-20}{20}$$

$$\boxed{\therefore x=\frac{190}{20}}$$
$$\boxed{\therefore y=\frac{-55}{20}}$$
$$\boxed{\therefore z=\frac{-20}{20}}$$

Very good

محمد عبد البديع
العباسة - أبوحماد - شرقية
md.ae97@Yahoo.com

م٥ (✓)

★ المصفوفات

★ تعريف المصفوفه

★ هى عباره عن مجموعه من الاعداد مرتبه فى صفوف وأعمده وتكتب فى شكل مستطيل $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$ ويرمز له برمز A_{mn} حيث m رتبه الصف و n رتبة العمود والمصفوفه ليس لها قيمه عدديه.

★ العمليات الحسابيه للمصفوفات

١) جمع المصفوفات

★ يتم جمع كل عنصر من المصفوفه الأولى مع العنصر المماثل فى المصفوفه الثانيه.

EX!-

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad A+B=\begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 7 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

٢) طرح المصفوفات

★ يتم طرح كل عنصر من المصفوفه الأولى مع العنصر المماثل فى المصفوفه الثانيه.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad A-B=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 7 \\ -1 & 5 & -5 \\ 3 & -3 & 7 \end{bmatrix}$$

٣) قسمه المصفوفه على ثابت

★ أوجد $A/2$.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix} \quad A/2=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 5/2 \\ 3/2 & 2 & \frac{-3}{2} \\ 1/2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Very good

ص٦

٤) ضرب المصفوفه فى ثابت

* يتم ضرب الثابت فى المصفوفه عن طريق ضرب الرقم الثابت فى جميع الأرقام المصفوفه.

*أوجد 2A.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 5\\ 3 & 4 & -3\\ 1 & -2 & 6\end{bmatrix} \qquad 2A=\begin{bmatrix}4 & 2 & 10\\ 6 & 8 & -6\\ 2 & -4 & 12\end{bmatrix}$$

---

*ضرب المصفوفات

$\boxed{AB \neq BA}$

* شرط قابلية ضرب مصفوفه A فى المصفوفه B أن يكون عدد أعمدة المصفوفه A يساوى عدد صفوف المصفوفه.

١) ضرب مصفوفه صف فى مصفوفه عمود

* مصفوفه الصف هى مصفوفه مكونه من صف واحد.
* مصفوفه العمود هى مصفوفه مكونه من عمود واحد.

$$A=\begin{bmatrix}a1 & a2\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}b1\\ b2\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}a1*b1+a2*b2\end{bmatrix}$$

*أوجد AB :-

$$A=\begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix} \qquad B\begin{bmatrix}2\\ 6\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}3*2+4*6\end{bmatrix}=30$$

$$\boxed{\therefore AB=30}$$

Very good

٤ ضرب مصفوفة في مصفوفة عمود

$$A = \begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} c1 \\ c2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a1 * c1 + b1 * c2 \\ a2 * c1 + b2 * c2 \end{bmatrix}$$

* أوجد AB :-

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2*9 + 6*5 \\ 3*9 + -4*5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 + 30 \\ 27 - 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ 7 \end{bmatrix}$$

٣ ضرب مصفوفتين

$$A = \begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b11 & b12 \\ b21 & b22 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (a11*b11 + a11*b21) & (a12*b12 + a12*b22) \\ (a21*b11 + a21*b21) & (a22*b12 * a22*b22) \end{bmatrix}$$

Very good

محمد عبد البديع إسماعيل

④ضرب مصفوفه في مصفوفه 3*3

*أوجد AB :-

$$A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 2\\ 2 & 5 & 3\\ 3 & 6 & 4\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}1 & 7 & 5\\ 6 & 2 & 3\\ 3 & 4 & 2\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}(1+6+3) & (28+8+16) & (10+6+4)\\ (2+12+6) & (35+10+20) & (15+9+6)\\ (3+18+9) & (42+12+24) & (20+12+8)\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}10 & 52 & 20\\ 20 & 65 & 30\\ 30 & 78 & 40\end{bmatrix}$$

(✓)

Very good

اسألكم الدعاء لي بالنجاح والتوفيق

★مسألة إيجاد معكوس المصفوفه

★خطوات إيجاد معكوس المصفوفه

١) محدد المصفوفه $|A|$:- يتم عمل محدد للمصفوفه وإيجاد قيمة المحدد.

٢) مصفوفه العوامل $[AdJ]$:- وهى مكونه من العوامل المرافقه حيث العامل المرافق هو قيمة المحدد المكون من عناصر المصفوفه بعد حذف الصف والعمود الذى يحتوى على هذا العنصر مع وضع قاعدة الاشارات أمام المحدد الصغير ويتم فك المحدد وإيجاد رقم لكل محدد.

$$[AdJ] = \begin{bmatrix} +|\ | & -|\ | & +|\ | \\ -|\ | & +|\ | & -|\ | \\ +|\ | & -|\ | & +|\ | \end{bmatrix}$$

٣) مدور مصفوفة العوامل $[AdJ]^T$:- وهى مدور مصفوفه العوامل ويتم تدور المصفوفه عن طريق جعل الصف عمود أو العكس.

٤) إيجاد معكوس المصفوفه $[A]^{-1}$

$$\boxed{[A]^{-1} = \frac{[AdJ]^T}{|A|}}$$

Very good

محمد عبد البديع إسماعيل
العباسه - أبو حماد - شرقيه
شعبة أجهزة إلكترونيه

مثال أوجد معكوس المصفوفة $[A]^{-1}$.

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 1 & -2\\ 3 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}\overset{+}{1} & \overset{-}{3} & \overset{+}{1}\\ 2 & 1 & -2\\ 3 & 2 & 4\end{vmatrix}=1(1*4+2*2)-3(2*4+2*3)+1(2*2-1*3)=-33$$

$$\boxed{\therefore |A|=-33}$$

$$[AdJ]=\begin{bmatrix}8 & -14 & 1\\ -10 & 1 & +4\\ -5 & -4 & -4\end{bmatrix} \qquad [AdJ]^{T}=\begin{bmatrix}8 & -10 & -5\\ -14 & 1 & -4\\ 1 & 4 & -4\end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1}=\frac{[AdJ]^{-1}}{|A|}$$

$$[A]^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{8}{-33} & \frac{10}{33} & \frac{5}{33}\\ \frac{14}{33} & \frac{1}{-33} & \frac{4}{33}\\ \frac{1}{-33} & \frac{4}{-33} & \frac{4}{33}\end{bmatrix}$$

Very good

★ حل المعادلات باستخدام المصفوفات

★ خطوات حل المعادلات باستخدام المصفوفات

١) ترتيب المعادلات بحيث يكون الحد المطلق فى طرف وباقى الحدود فى طرف .
٢) الرقم الصحيح الذى بدون رمز يروح الاتجاه التانى بعكس الاشاره
٣) عندما يكون متغير (X و y و Z) غير موجود نضع مكان المتغير صفر.
٤) كتابة المعادلات فى صورة مصفوفات .
٥) إيجاد معكوس المصفوفه .
٦) حساب قمية (X و y و Z) من المعادله التاليه !-

$$\boxed{\begin{bmatrix} X \\ y \\ Z \end{bmatrix} = [A]^{-1} * \begin{bmatrix} c1 \\ c2 \\ c3 \end{bmatrix}}$$

٧) التاكد من حل المساله وذلك عن طريق التعويض بقمية (X و y و Z) فى المعادلات الاساسيه الموجوده فى رأس المساله.

Very good

محمد عبد البديع

ص ١٢

*** مسائله على حل المعادلات باستخدام المصفوفات**

* أوجد باستخدام المصفوفات حل المعادلات التاليه!-

$$2X + 3y = 8$$
$$X - 2y = -3$$

الحل

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 3 = -7$$

$$[AdJ] = \begin{bmatrix} \overset{+}{-2} & \overset{-}{1} \\ \overset{-}{3} & \overset{+}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[AdJ]^T = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1} = \frac{[AdJ]^T}{|A|} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{-7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{16}{7} + \frac{-9}{7} \\ \frac{8}{7} + \frac{6}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{7} \\ \frac{14}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Very good

* تمارين على المحددات

* حل كل مجموعة من المعادلات الآتية بطريقة كرامر:-

1
$$3x-2y=2$$
$$2x-3y=-2$$

2
$$3x-2y+z=2$$
$$2x+3y+z=11$$
$$x+y-z=0$$

3
$$-2y+z=-1$$
$$2x+2z=8$$
$$x+y=4$$

4
$$3x+z=-2$$
$$2x-3y+2z=0$$
$$x-y+2z=1$$

5
$$-3y+z=-3$$
$$2x+z=5$$
$$x+y=3$$

6
$$3x-z=1$$
$$2x+z=4$$
$$x+y=2$$

الأفكار غذاء العقول

Very good

★ تمارين على المصفوفات

١) أوجد قيمة كل من x، y من المعادلة :-

$$\begin{vmatrix} 2x+y & 5 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 4 & y-x \end{vmatrix}$$

٢) إذا كانت :-

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \\ -3 & 5 & 9 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

* أوجد :- $(A+B)$ ، $(B+A)$ ، $(A-B)$ ، $(B-A)$ * $(3A+2B)$
$(A*B)$ ، $(B*A)$ ، $(4B*A)$

٣) أوجد معكوس المصفوفة :-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

٤) أوجد باستخدام المصفوفات حل المعادلات الآتية :-

$\boxed{A}$

$$x+y+z=2$$
$$2x+3y-z=-7$$
$$x-y-z=0$$

$\boxed{B}$

$$x=2y-z$$
$$3x+6y=3z$$
$$z=2y-7x$$

Very good

★ الباب الثانى

★ التفاضل

★ الرموز الأساسيه فى التفاضل

رموز الداله	رموز تفاضل الداله
$X \leftarrow$ س	$F(\bar{X}) \leftarrow$ د َ(س)
$y \leftarrow$ ص	$\bar{y} \leftarrow$ ص َ
$A \leftarrow$ العدد	$\frac{dy}{dx} \leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

★ قواعد التفاضل الاساسيه

$$y = \bar{y}$$
$$F(x) = F(\bar{x})$$
$$F(X) = \frac{dy}{dX}$$
$$A = 0$$
$$X = 1$$
$$AX = A$$
$$X^n = nX^{n-1}$$
$$AX^n = A * nX^{n-1}$$

محمد عبد البديع إسماعيل

العباسة - أبو حماد - شرقية

Very good

EX1:- $y = 3X^2 + 5X + 6$

$\bar{y} = 6X + 5$

EX2:- $y = 10X^4 + 6X^2 + 7X + 2$

$\bar{y} = 40X^3 + 12X + 7$

EX3:- $y = X^{-3} + 4X + 2$

$\bar{y} = -3X^{-4} + 4$

---

*قواعد التفاضل

١) قاعدة قوس مرفوع لأس

$$y = [F(X)]^n$$
$$\bar{y} = n[F(X)]^{n-1} * [\bar{F}(X)]$$

EX!- $y = (6X^2+5X)^{10}$

$$\bar{y} = 10(6X^2+5X)^9 * (12X+5)$$

٢) قاعدة حاصل ضرب دالتين

صَ = الداله الأولى * تفاضل الداله الثانيه + الداله الثانيه * تفاضل الداله الأولى

EX!- $y = (4X^5+2)(X^2-7X)$

$$\bar{y} = (4X^5+2) * (2X-7) + (X^2-7X) * (20X^4)$$

٣) قاعدة خارج قسمة دالتين

$$\text{صَ} = \frac{\text{المقام * تفاضل البسط} - \text{البسط * تفاضل المقام}}{\text{مربع المقام}}$$

EX!- $y = \dfrac{X^4-3X^2+6}{X^2+5X}$

$$\bar{y} = \frac{(X^2+5X)*(4X^3-6X) - (X^4-3X^2+6)*(2X+5)}{(X^2+5X)^2}$$

Very good

٤ قاعدة الجذر التربيعى

$$y=\sqrt{x} \quad \bar{y}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

د(س) = تفاضل ما تحت الجذر / ٢ × الجذر

EX:- $y=\sqrt{x^5+3x+2}$ $\bar{y}=\dfrac{5x^4+3}{2\sqrt{x^5+3x+2}}$

٥ قاعدة أى جذر غير التربيعى

$$y=\sqrt[n]{(x)}$$

$$\bar{y}=\frac{1}{n\sqrt[n]{(x)^{n-1}}}$$

EX1:- $y=\sqrt[4]{(5x^2+3x)}$

$$\bar{y}=\frac{10x+3}{4\sqrt[4]{(5x^2+3x)^3}}$$

EX2:- $y=\sqrt[3]{(6x+4)^8}$

$$\bar{y}=\frac{8(6x+4)^7*(6)}{3\sqrt[3]{(6x+4)^2}}$$

Very good

★ ملحوظه هامه

$$y=\sqrt[3]{(6x+4)^8}=(6x+4)^{\frac{8}{3}}$$

* تفاضل الدوال المثلثيه

محمد عبد البديع

y	$\bar{y}$
$y=\sin x$	$\bar{y}=\cos x$
$y=\cos x$	$\bar{y}=-\sin x$
$y=\tan x$	$\bar{y}=\sec^2 x$
$y=\cot x$	$\bar{y}=-\csc^2 x$
$y=\sec x$	$\bar{y}=\sec x \cdot \tan x$
$y=\operatorname{cosec} x$	$\bar{y}=\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

$u \leftarrow$ داله

زى $2x^3-x$

* ملحوظه هامه جداً

$$Y=\sin u$$

$$\bar{Y}=\cos u \cdot \bar{u}$$

* وهكذا مع باقى الدول

* تفاضل الدوال الأسيه واللوغاريتمية

Very good

y	$\bar{y}$
$y=e^x$	$\bar{y}=e^x * 1$
$y=A^x$	$\bar{y}=A^x * 1 * \ln A$
$y=\ln \cdot x$	$\bar{y}=\frac{1}{x}$
$y=\log_a [u(x)]$	$\bar{Y}=\frac{1}{u(x)} \cdot \bar{u}(x) \cdot \ln a$

* مسائل على تفاضل الدوال المثلثية والأسية

EX1 :- $y = \sin(4x-7)$

$\bar{y} = \cos(4x-7) * 4$

$\bar{y} = 4\cos(4x-7)$

EX2 :- $y = \cos(4x^4 - x)$

$\bar{y} = -\sin(4x^4 - x) * (16x^3 - 1)$

EX3 :- $y = \tan^5(3x^2 + 8x)$

$\bar{y} = 5\tan^4(3x^2+8x) * \sec^2(3x^2+8x) * (6x+8)$

EX4 :- $y = e^{x^2+x-5}$

$\bar{y} = e^{x^2+x-5} * 2x+1$

EX5 :- $y = 5^{2x^3+7x}$

$\bar{y} = 5^{2x^3+7x} * (6x^2+7) * \ln 5$

EX6 :- $y = \tan(x^8 + 8^x)$

$\bar{y} = \sec^2(x^8+8^x) * (8x^7 + 8^x * 1 * \ln 8)$

EX7 :- $y = e^{\sin x} + \sqrt{\cos x}$

$\bar{y} = e^{\sin x} * \cos x + \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

very good

صـ ٢٠

* التفاضل الضمنى

* كيفية التعرف على مسالة التفاضل الضمنى

١) هى التى تتكون من معادلتين بينهما علامة يساوى.
٢) هى التى يكون فيها y و x فى طرف مع بعض.

* خطوات حل مسالة التفاضل الضمنى

١) نقوم بتفاضل الطرفين.
٢) الحاجه اللى مش فيها $\bar{y}$ تروح الاتجاه التانى بعكس الاشاره.
٣) أخاذ $\bar{y}$ عامل مشترك.
٤) $\bar{y}$ تساوى البعيد على القريب

EX 1:-

$$x^5 + e^y + xy^4 = \cos x$$

$$\underline{5x^4} + e^y * \bar{y} + \underline{x\,4y^3\,\bar{y} + y^4} = -\sin x$$

حاصل ضرب دالتين

$$e^y\bar{y} + x4y^3\bar{y} = -\sin x - 5x^4 - y^4$$

$$\bar{y}\,(e^y + x4y^3) = -\sin x - 5x^4 - y^4$$

$$\bar{y} = \frac{-\sin x - 5x^4 - y^4}{e^y + x4y^3}$$

Very good

اسألكم الدعاء لى بالنجاح والتوفيق

ص ٢١

$y' = 18x^2 + 4x - 3$

★ تمارين على التفاضل

1. $y = 6x^3 + 2x^2 - 3x + 5$
2. $y = \sqrt[4]{x^2 + 5x}$
3. $y = \dfrac{x^4 - 3x^2 + 6}{x^2 + 5x}$
4. $y = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x^4} - \dfrac{5}{\sqrt[3]{x^2}}$
5. $y = 5\sqrt{4x^3 - 9x + 6}$
6. $y = (4x^5 + 2)(x^2 - 7x)$
7. $y = (x^2 - 8x + 1)^5$
8. $y = \sin(5x - 3)$
9. $y = \cos(3x^3 - x)$
10. $y = \dfrac{x^2 + \cot x}{x^3 - 6}$
11. $y = \tan^7(3x^2 + 8x)$
12. $y = x^6 \cdot \operatorname{cosec}(x^4 - 3)$
13. $y = \sqrt{x^3 - \tan 5x^2}$
14. $y = e^{x^4 + 5x - 3}$
15. $y = e^{\sin x} + \sqrt{\cos x}$
16. $y = 5^{2x^4 + 3x}$
17. $y = \tan(x^8 + 8^x)$
18. $y = x^6 \cdot e^{\sqrt{x}}$
19. $y = \sqrt[5]{\tan e^x}$
20. $y = 3x^4 - 5(\ln x + 7e^{2x})$
21. $y = \sqrt{(x^2 - 3)^3} \cdot e^{\sec^2 x}$
22. $y = \sqrt{(x^2 - 19)^3 \ln(7x^5)}$
23. $y = \dfrac{x^6 + 5}{\sqrt{3x - 2}}$
24. $y = (x^5 + 4)^2 \ln x$
25. $y = \dfrac{5}{x^3} + \ln(2x - 5)$
26. $y = e^{3x^4 + 7}$
27. $y = (7x^3 - 1)\, e^{3x^2 - 5}$
28. $y = \dfrac{2x^3 - 5}{4x^5 + 3}$
29. $y = (11x^3 - 5x)^2 (14x^2 + 7)^8$
30. $y = \sin\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}$

31 $y=\sqrt[5]{x^2-11}+\csc^3(3x^2)$

32 $y=\sqrt[4]{\tan^5(3x^2-8)}$

33 $y=x^e e^{\pi x}+e^{\pi}$

34 $y=\dfrac{3e^{2x^3}}{\cos(2x^4)}$

35 $Y=(5x^4-3e^{7x}+8\ln x)^6$

36 $y=3e^{4x}+8\ln(\cos x^2)$

37 $3y^2+5x^3+\sqrt{y}=e^x$

38 $x^3+e^y+xy^5=\cos x$

39 $x^4+e^y+xy^3=-\sin x$

40 $x^6+e^y+xy^7=\tan x$

41 $y=\left(\dfrac{(4x+1}{x}\right)^5$

42 $y=x(x^3+1)^3$

43 $y=(x^4-x)(x^5)(x^3+7)$

44 $y=(5-3x)^7$

45 $y=x^7+5x+3$

46 $y=\frac{1}{8}x^2+3x^5+7x$

47 $y=\sin 3x\cos 2x$

48 $y=\sin\dfrac{4x}{5}$

49 $y=\dfrac{(3x-5)^2}{\sqrt{2x-1}}$

50 $y=\cos(3x+2x)$

* اجعل هدفك الأول أن تكون ممتازاً فيما تقوم به.
* النجاح ليس محطة الوصول بل قد يكون بداية السفر.
* من السهل الوصول إلى القمه ولكن من الصعب المحافظة عليها.

Very good

صلى على النبى

تكسب

ص ٢٣

* الباب الثالث

* التكامل

- تكامل غير محدود
- تكامل الدوال المثلثيه
- تكامل الدوال الأسيه
- تكامل محدود
- المساحات
- الحجوم

٦ دورس

تعريف التكامل

* هو العمليه العكسيه للتفاضل ويرمزله بالرمز $\int$.

* الفرق بين التكامل الغيرمحدود والتكامل المحدود

التكامل الغير محدود ← $\int$

* ناتج التكامل الغير محدود يساوى تكامل الداله + ثابت التكامل C

التكامل المحدود ← $\int_A^B$

* ناتج التكامل المحدود يساوى رقم فقط

٢٤م

* الدرس الأول التكامل الغير محدود

* قواعد التكامل الغير محدود

١) قواعد التكامل الأساسيه

1. $y = \int A \cdot dX = AX + C$
2. $y = \int X^{n} \cdot dX = \dfrac{X^{n+1}}{n+1} + C$
3. $y = \int AX^{n} \cdot dX = \dfrac{AX^{n+1}}{n+1} + C$

EX1 :- $\int X^3 + 4X^2 + 5X + 6 \cdot dX$

$$= \frac{X^4}{4} + \frac{4X^3}{3} + \frac{5X^2}{2} + 6X + C$$

EX2 :- $\int \sqrt{X} - \sqrt{X^2} \cdot dX$

$$= \int X^{\frac{1}{2}} - X \cdot dX$$

$$= \frac{X^{\frac{3}{2}}}{3/2} - \frac{X^2}{2} + C$$

صلى على النبى تكسب

Very good

٢ قاعدة تكامل قوس مرفوع لأس

$$\int (AX+B)^n \cdot dX$$

$$= \frac{1}{A} * \frac{(AX+B)^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\frac{(\text{القوس})^{1+\text{الأس}}}{\text{الأس الجديد}} * \frac{1}{\text{معامل } X} =$$

Ex1:- $\int (4X-3)^5 \cdot dX$

$$= \frac{1}{4} * \frac{(4X-3)^6}{6} + C$$

Ex2:- $\int (2-X)^9 \cdot dX$

$$= \frac{1}{-1} * \frac{(2-X)^{10}}{10} + C$$

محمد عبد البديع إسماعيل

العباسه - أبو حماد - شرقيه

٠١٢٨٤٥٥٧٦٥٣

md-ae94@Yahoo-com

٣ قاعدة تكامل الداله في تفاضلها

ص٥٥

$$\int u^n \cdot \bar{u} \cdot dX$$

$$= \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

Ex1:-

$$\int (5X^4+3X+2)^7 * (20X^3+3) \cdot dX$$

$$= \frac{(5X^4+3X+2)^8}{8} + C$$

$$= \frac{1}{8} * (5X^4+3X+2)^8 + C$$

Ex2:- $\int X^5 (X^6+4)^3 \cdot dX$

$$= \frac{1}{6} \int 6X^5 (X^6+4)^3$$

$$= \frac{1}{6} * \frac{(X^6+4)^4}{4} + C$$

Very good

٤) قاعدة البسط تفاضل المقام

* إذا كان البسط تفاضل المقام فإن قيمة التكامل تساوى ln المقام + c.

Ex 1:- $\int \frac{7x^6+10x}{x^7+5x^2-3} \cdot dx$

$= \ln(x^7+5x^2-3)+c$

* ملحوظه

* فى التكامل لا توجد قاعدة لحاصل ضرب دالتين أو خارج قسمة دالتين ولكن يجب أختصار المقادير ثم تحليها.

Ex1:- $\int \frac{x^2-4}{x-2} \cdot dx$

$= \int \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}} \cdot dx$

$= \int x+2 \cdot dx$

$= \frac{x^2}{2}+2x+c$

Very good

* قاعدة التوزيع

* هى التى يكون فيها المقام رمز واحد فقط.
* وهى التى يكون البسط ليس تفاضل المقام.

Ex1:- $\int \frac{x^4-3x^2+5}{x^2} \cdot dx$

$\int x^2-3+5x^{-2}$

$= \frac{x^3}{3}-3x+\frac{5x^{-1}}{-1}+c$

٥) قاعدة البسط تفاضل المقام اللى موجود تحت الجذر التربيعى

Ex1:- $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2}}$

$= 2\sqrt{x^2}+c$

محمد عبد البديع إسماعيل
العباسه - أبوحماد - شرقيه
٠١٢٨٤٥٥٧٦٥٣

* مسائل فهم

EX1:- $\int \sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{\sqrt[4]{x}} \cdot dx$

$$= \int x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{-1}{4}}$$

$$= \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^{5/3}}{5/3} + \frac{3x^{3/4}}{3/4} + c$$

EX2:- $\int \frac{1}{\sqrt[6]{2x-9}} \cdot dx$

$$= \int \frac{1}{(2x-9)^{\frac{1}{6}}}$$

$$= \int (2x-9)^{\frac{-1}{6}}$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{(2x-9)^{\frac{5}{6}}}{5/6} + c$$

صلى على النبى

اللهم إني أسألك علماً نافعاً
ورزقاً طيباً وعملاً متقبلاً

* الدرس الثانى تكامل الدوال المثلثيه

* قواعد تكامل الدوال المثلثيه

1. $\int \sin X \cdot dX = -\cos X + c$

2. $\int \cos X \cdot dX = \sin X + c$

3. $\int \tan X \cdot dX = \ln[\sec X] + c$

4. $\int \cot X \cdot dX = \ln[\sin X] + c$

5. $\int \sec X \cdot dX = \ln[\sec X + \tan X] + c$

6. $\int \operatorname{cosec} X \cdot dX = \ln[\operatorname{cosec} X - \cot X] + c$

---

* ملحوظه

1. $\int \sin u \cdot \bar{u} \cdot dX = -\cos u + c$

2. $\int \sin(AX+B) \cdot dX = \frac{-1}{A} \cos(AX+B) + c$

* وهكذا مع باقى الدوال.

very good

ص٢٩

* تمارين على تكامل الدوال المثلثيه

EX1 :- $\int \sin 3X \cdot dX$

$= \frac{-1}{3} \cos 3X + C$

EX2 :- $\int \cos(4X+1) \cdot dX$

$= \frac{1}{4} \sin(4X+1) + C$

EX3 :- $\int \tan(2+X) \cdot dX$

$= \ln[\sec(2+X)] + C$

EX4 :- $\int 2\cot 5X \cdot dX$

$= \frac{2}{5} \ln[\sin 5X] + C$

EX5 :- $\int \sec(1-7X) \cdot dX$

$= \frac{1}{-7} \ln[\sec(1-7X) + \tan(1-7X)]$

EX6 :- $\int X \sin X^2 \cdot dX$

$= \frac{1}{2} \int 2X \cdot \sin X^2 \cdot dX$

$= \frac{-1}{2} \cos X^2 + C$

صلى على النبى تكسب

★ الدرس الثالث تكامل الدوال الأسية

★ قواعد تكامل الدوال الأسية

$\boxed{1}$ $\int e^{x} \cdot dx = e^{x} + c$

$\boxed{2}$ $\int e^{u} \cdot \bar{u} \cdot dx = e^{u} + c$

$\boxed{3}$ $\int a^{x} \cdot dx = \frac{a^{x}}{\ln a} + c$

$\boxed{4}$ $\int a^{u} \cdot \bar{u} \cdot dx = \frac{a^{u}}{\ln a} + c$

★ تمارين على تكامل الدوال الأسية

EX1:- $\int e^{3x+2} \cdot dx$

$= \frac{1}{3} \int e^{3x+2} \cdot 3 \cdot dx$

$= \frac{1}{3} * e^{3x+2} + c$

EX2:- $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx$

$= e^{\sin x} + c$

EX3:- $\int 6^{\tan 2x} \cdot \sec^{2} 2x \cdot dx$

$= \frac{1}{2} \int 6^{\tan 2x} \cdot 2\sec^{2} 2x \cdot dx$

$= \frac{1}{2} * \frac{6^{\tan 2x}}{\ln 6} + c$

محمد عبدالبديع إسماعيل
العباسه - أبوحماد - شرقيه
٠١٢٨٤٠٠٧٦٥٣

EX4 :- $\int 5^{8x-1} \cdot dx$

$$= \frac{5^{8x-1}}{8\ln 5} + c$$

EX5 :- $\int x^3 e^{x^4+1} \cdot dx$

$$= \frac{1}{4} \int 4x^3 \cdot e^{x^4+1} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{4} * e^{x^4+1} + c$$

EX6 :- $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot dx$

$$= 2 \int e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx$$

$$= 2\, e^{\sqrt{x}} + c$$

EX7 :- $\int e^x \tan e^x \cdot dx$

$$= \ln \sec e^x + c$$

اسألكم الدعاء لي بالنجاح والتوفيق

* الدرس الرابع التكامل المحدود

رمز التكامل المحدود ←

$$\int_{A}^{B} X \cdot dX$$

B ← الحد الاعلى لتكامل وهو الرقم الأكبر .

A ← الحد الأسفل لتكامل وهو الرقم الأصغر .

* طريقة الحل

* هى فتح قوسين بينهما إشاره سالبه بعد التكامل .

EX:- $\int_{2}^{3} 3x^2 \cdot dx$

صلى على النبى تكسب

Solution

$$= \left[\frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} \right]_2^3$$

$$= (27) - (8) = 19$$

Very good

* الدرس الخامس المساحات

ينقسم هذا الدرس إلى ٤ أفكار

قانون الفكره الأولى والثانيه

$$A=\int_A^B y\cdot dx$$

١) الفكره الأولى

* فى حالة وجود المعادله y والمستقيمين $x=$ رقم ، $x=$ رقم

مثال أوجد المساحه المحصور بين المنحنى $y=3x^2+4x$ والمستقيمين $x=1$ ، $x=2$

solution

$$A=\int_A^B y\cdot dx$$

$$A=\int_1^2 3x^2+4x\cdot dx$$

$$A=\left[\frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}}+\frac{4x^2}{2}\right]_1^2$$

$$A=[(8+8)-(1+2)]$$

$$\boxed{\therefore A=13 \text{ وحده مربعه}}$$

٢) الفكره الثانيه

* فى حالة وجود المعادله y ومحور السينات
* الحل وضع $y=0$ ثم التحاليل لايجاد A ، B

مثال أوجد المساحه المحصور بين المنحنى $y=x^2-5x+6$ ومحور السينات.

solution

$$y=x^2-5x+6$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x-3)$$

$$x=2 \qquad x=3$$

$$A=\int_A^B y\cdot dx$$

$$A=\int_2^3 x^2-5x+6$$

$$A=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+6x\right]_2^3$$

$$A=[(9-22{,}5+18)-(2{,}6-10+12)]$$

* الاشاره السالبه تعنى حدث نقصان فى الطول

$$\boxed{\therefore A=-0{,}18 \text{ وحده مربعه}}$$

م ٣٤

قانون الفكره الثالثه والرابعه

$$A = \int_{A}^{B} [Y_1 - Y_2] \cdot dX$$

$Y_1 \leftarrow$ معادلة المنحى

$Y_2 \leftarrow$ معادلة المستقيم

③ الفكره الثالثه

* في حالة وجود معادلة المنحى والمستقيم ووجود حدود التكامل

مثال أوجد المساحه المحصوره بين المنحى $y = 3 - X^2$ والمستقيم $y = -2X$ حيث $X \in (-1, 2)$

Solution

$$A = \int_{A}^{B} Y_1 - Y_2 \cdot dX$$

$$A = \int_{-1}^{2} 3 - X^2 + 2X \cdot dX$$

$$A = \left[3X - \frac{X^3}{3} + \frac{2X^2}{2} \right]_{-1}^{2}$$

$$A = (6 - 2{,}6 + 4) - (-3 + 0{,}3 + 1)$$

$\boxed{\therefore A = 9 \text{ وحدة مربعه}}$

④ الفكره الرابعه

* في حالة وجود معادله المنحى والمستقيم دون وجود حدود التكامل
* لايجاد حدود التكامل يتم وضع $Y_1 - Y_2 = 0$ ثم التحليل.

مثال أوجد مساحة المنطقه المحصوره بمحنى الداله $y = 3X^2$ والمستقيم $y = 3$

Solution

$$Y_1 - Y_2 = 0$$

$$3X^2 - 3 = 0$$

$$3(X^2 - 1) = 0$$

$$(X - 1)(X + 1)$$

$$X = 1 \qquad X = -1$$

$$A = \int_{A}^{B} Y_1 - Y_2 \cdot dX$$

$$A \int_{-1}^{1} 3X^2 - 3 \cdot dX$$

$$A = \left[\frac{3X^3}{3} - 3X \right]_{-1}^{1}$$

$$A = (1 - 3) - (-1 + 3)$$

$\boxed{\therefore A = 4 \text{ وحدة مربعه}}$

محمد عبد البديع إسماعيل
العباسه - أبوحماد - شرقيه
٠١٢٨٤٠٠٧٦٥٣

★ الدرس السادس الحجوم

ينقسم هذا الدرس إلى ٦ أفكار

★ قوانين الحجوم

١) إذا دار الجسم نصف دوره أو دوره كامله حول محور السينيات :-

$$\boxed{V = \pi \int_A^B y^2 \cdot dx}$$

٢) إذا دار الجسم نصف دوره أو دوره كامله حول محور الصادات :-

$$\boxed{V = \pi \int_A^B x^2 \cdot dy}$$

★ أفكار مسائل الحجوم

١) الفكره المباشره.
٢) فكرة الجذر.
٣) فكرة فك القوس.
٤) فكرة البعيد على القريب.
٥) فكرة في حالة عدم وجود المستقيمين.
٦) فكرة في حالة وجود $y = 0$ $x = 0$.

صلى على النبى تكسب

١) الفكره المباشره

مثال أوجد حجم الجسم الناشى من دوران المنطقه المحدود بالمنحى $y^2 = 4 - x^2$ والمستقيمين $x = 2$ $x = 0$ دوره كامله حول محور السنيات.

Solution

$$V = \pi \int_A^B y^2 \cdot dx$$

$$V = \pi \int_0^2 4 - x^2 \cdot dx$$

$$V = \pi \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_0^2$$

$$V = \pi \left[(8 - 2.6) - (0)\right]$$

$$\boxed{\therefore V = 5.4\ \pi \text{ وحده مكعبه}}$$

٢) فكرة الجذر

مثال أوجد حجم الجسم الناشى من دوران المنطقه المحدود بالمنحى $y = \sqrt{25 - x^2}$ والمستقيمين $x = 1$ $x = 0$ دوره كامله حول محور السنيات.

Solution

$$V = \pi \int_A^B y^2 \cdot dx$$

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{25 - x^2})^2 \cdot dx$$

$$V = \pi \int_0^1 25 - x^2 \cdot dx$$

$$V = \pi \left[25x - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

$$V = \pi \left[(25 - 0.33) - (0)\right]$$

$$\boxed{\therefore V = 24.7\ \pi \text{ وحدة مكعبه}}$$

Very good

محمد عبد البديع إسماعيل
العياسه - أبو حماد - شرقيه
md.ae94@yahoo.com
٠١٢٨٣٠١٩١٦٣
٠١٢٨٤٠٠٧٦٠٣

٣) فكرة فك القوس

مثال١:- أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحدوده بالمنحنى $y=x+4$ والمستقيمين $x=0$ $x=2$ دوره كاملة حول محور السينات.

solution

$$V=\pi\int_A^B y^2 \cdot dx$$

$$V=\pi\int_0^2 (x+4)^2 \cdot dx$$

$$V=\pi\int_0^2 x^2+8x+16 \cdot dx$$

$$V=\pi\left[\frac{x^3}{3}+\frac{8x^2}{2}+16x\right]_0^2$$

$$V=\pi\left[(2{,}6+16+32)-(0)\right]$$

$$\therefore V=50{,}6\,\pi$$ وحده مكعبه

م/ محمد عبد البديع إسماعيل

العباسه - أبوحماد - شرقيه

٠١٢٨٤٠٠٧٦٥٣

٠١٢٨٣٠١٩١٦٣

٤) فكرة البعيد على القريب

مثال١:- أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحدوده بالمنحنى $y=9x^2$ والمستقيمين $y=0$ $y=3$ دوره كاملة حول محور الصادات.

solution

$$V=\pi\int_A^B x^2 \cdot dy$$

$$y=9x^2$$

$$x^2=\frac{y}{9}$$

$$V=\pi\int_0^3 \frac{y}{9} \cdot dy$$

$$V=\pi\left[\frac{y^2}{2*9}\right]_0^3$$

$$V=\pi\left[\left(\frac{9}{18}\right)-(0)\right]$$

$$\therefore V=\frac{9}{18}\pi$$ وحده مكعبه

ص ٣٧

صلى على النبى تكسب

٥ فكرة فى حالة عدم وجود المستقيمين

مثال:- أوجد حجم الجسم الناشئ من دورات المنطقة المحدوده بالمنحى $x^2+y^2=9$ دوره كامله حول محور الصادات.

solution

$$V=\pi\int_A^B x^2\,.dy$$

$$x^2+y^2=9$$

$$x^2=y^2-9 \longrightarrow ١$$

$$(y-3)(y+3)$$

$$y=3 \qquad y=-3$$

$$V=\pi\int_{-3}^{3} y^2-9\,.dy$$

$$V=\pi\left[\frac{y^3}{3}-9y\right]_{-3}^{3}$$

$$V=\pi\left[(9-27)-(-9+27)\right]$$

$$V=\pi(-18-18)$$

$$\boxed{\therefore V=-36\pi \text{ وحده مكعبه}}$$

* الإشاره السالبه تعنى أن الحجم حدث فى نقصان.

ص ٣٨

٦ فكرة فى حالة $X=0$ $y=0$

مثال:- أوجد حجم الجسم الناشئ من دورات المنطقة المحدوده بالمنحى $y=9-x^2$ والمستقيمين $y=0$ $X=0$ دوره كامله حول محور الصادات.

solution

$$V=\pi\int_A^B x^2\,.dy$$

$$y=9-x^2$$

$$x^2=9-y \longrightarrow ١$$

$$9-y=0 \qquad X-1$$

$$y-9=0$$

$$y=0 \qquad y=9$$

$$V=\pi\int_0^9 9-y\,.dy$$

$$V=\pi\left[9y-\frac{y^2}{2}\right]_0^9$$

$$V=\pi\left[(81-40.5)-(0)\right]$$

$$\boxed{\therefore V=40.5\,\pi \text{ وحده مكعبه}}$$

صلى على النبى تكسب

٣٩ م

*الباب الرابع

*الإحصاء

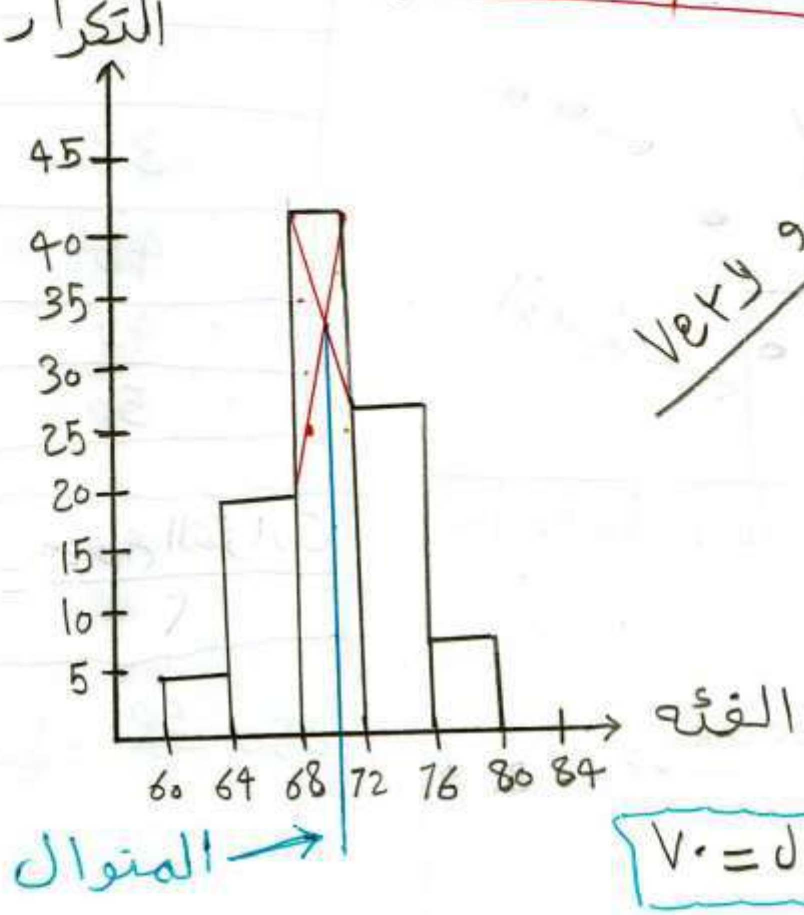
- المتوال
- الوسيط
- الوسط الحسابى

١) المتوال

*مثال على إيجاد المتوال

الفئه	-60	-64	-68	-72	-76
التكرار	5	18	42	27	8

صلى على النبى



Very good

∴ المتوال = ٧٠

تابع

③ الوسيط

* مثال على إيجاد الوسيط.

الفئة	40-	50-	60-	70-	80-	90-
التكرار	8	11	16	10	4	1

solution

* جدول التكرار الصاعد.

الحدود العليا	التكرار الصاعد
أقل من 40	0
أقل من 50	8
أقل من 60	19
أقل من 70	35
أقل من 80	45
أقل من 90	49
أقل من 100	50

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

∴ رتبة الوسيط $= \frac{50}{2} = 25$

∴ الوسيط $= 62$

Very good

٣ الوسط الحسابى

* مثال على إيجاد الوسط الحسابى.

الفئه	-65	-75	-85	-95	-105
التكرار	5	10	35	30	20

F_i	X_i	$\bar{X_i}$	$F_i\bar{X_i}$
5	65	70	350
10	75	80	800
35	85	90	3150
30	95	100	3000
20	105	110	2200
100			9500

* الرموز

$F_i \leftarrow$ التكرار

$X_i \leftarrow$ الفئه

$\bar{X_i} \leftarrow$ هى $\frac{X_{i1}+X_{i2}}{2}$

$F_i\bar{X_i} \leftarrow$ حاصل ضرب $F_i * \bar{X_i}$

$\bar{X} \leftarrow$ الوسط الحسابى

$$\boxed{\bar{X} = \frac{\sum F_i\bar{X_i}}{\sum F_i}}$$

$$\boxed{\bar{X} = \frac{9500}{100} = 95}$$

محمد عبد البديع إسماعيل
العياسه - أبوحماد - شرقية
-١٢٨٣٠١٩١٦٣
-١٢٨٤٥٥٧٦٥٣

ص٤٢

*Exercises

*أوجد المنوال والوسيط والوسط الحسابى لكل من التالى :-

١)

الفئة	80	100	120	140	160
التكرار	20	50	10	15	5

٢)

الفئة	-35	-45	-55	-65	-75
التكرار	5	10	35	30	20

٣)

الفئة	10	20	30	40	50
التكرار	13	24	36	18	9

مع تحيات
محمد عبد البديع إسماعيل
العباسة - أبوحماد - شرقية
٠١٢٨٣٥١٩١٦٣

صلى على النبى

وزارة التعليم العالي
الكلية التكنولوجية بالمحلة
المعهد الصناعي بالزقازيق

امتحان النقل للصف الدراسي الأول دور يناير — جميع الشعب الكهربية +مدنى
تاريخ الامتحـــــان : ١١ / ١ / ٢٠١٤ — المادة : رياضيات واحصاء
درجة الامتحان التحريرى : ١٢٠ درجة — الزمن : ساعتان

اجب عن اربعة اسئلة فقط:

$1+6-8$

السؤال الاول : — ٣٠درجة

١) باستخدام المحددات حل المعادلات الاتية — ٢٠درجة

$$X+Y-Z=0 \quad , \quad 2x-2y+3z=8 \quad , \quad 4x+2y-2z=2$$

٢) اوجد المساحة المحصورة بين المنحنى $Y=2X^2+X$ ومحور السينات والمستقيمان $X=1$ ، $X=4$ — ١٠درجات

السؤال الثانى: — ٣٠درجة

١) اذا كانت

$$A=\begin{bmatrix}3 & 10\\ 4 & -1\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}12 & 4\\ 2 & 5\end{bmatrix}$$

احسب : $A+2B$, $B-2A$, AB — ٢٠درجة

٢)احسب المشتقة الاولى للدالة $3X^2+2Y+XY=7$ — ١٠درجات

السؤال الثالث: احسب الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للجدول التكرارى الاتى — ٣٠درجة

الفئة	10-	20-	30-	40-	50-	60 –
التكرار	6	14	20	30	18	12

السؤال الرابع: احسب التكاملات الاتية: — ٣٠درجة

1) $\int \left(x^3+\frac{2}{x}+4\right)dx$

2) $\int \frac{\sec^2 x}{1+\tan x}\,dx$

3) $\int \sin 4X\,dx$

4) $\int 2e^{4x}\,dx$

5) $\int_2^5 (5x^2+2x)\,dx$

السؤال الخامس: اوجد المشتقة الاولى للدوال الاتية: — ٣٠درجة

١) $y=x^2+2x+\frac{1}{x}$

2) $y=\sin 3x+\tan 5x^2$

3) $Y=(1-\cot 4x)\cos 2x$

4) $y=e^{2x}+\ln 5x^2$

5) $y=\frac{1-\sqrt{x}}{x^4+4}$