ملخص قوانين

أولاً (الاستاتيكا)

١ محصلة القوتين $ق_1$ ، $ق_2$ وقياس الزاوية بينهما ى

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1ق_2\,\text{حتا}\,ى}$$

يستخدم هذا القانون إذا اعطى لنا $ق_1$ ، $ق_2$ ، ى وطلب منا المحصلة ح

٢ قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الأولى $ق_1$

$$\text{طا}\,هـ = \frac{ق_2\,\text{جا}\,ى}{ق_1 + ق_2\,\text{حتا}\,ى}$$

يستخدم هذا القانون إذا اعطى لنا $ق_1$ ، $ق_2$ ، ى وطلب منا المحصلة قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الأولى $ق_1$ أو طلب ظل الزاوية التى تصنعها المحصلة مع $ق_1$

٣ قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الثانية $ق_2$

$$\text{طا}\,هـ = \frac{ق_1\,\text{جا}\,ى}{ق_2 + ق_1\,\text{حتا}\,ى}$$

يستخدم هذا القانون إذا اعطى لنا $ق_1$ ، $ق_2$ ، ى وطلب منا المحصلة قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الثانية $ق_2$

٤ لاحظ إذا اعطى لنا $ق_1$ ، $ق_2$ ، ح وطلب منا الزاوية بين القوتين نستخدم القانون

$$\text{حتا}\,ى = \frac{ح^2 - ق_1^2 - ق_2^2}{2ق_1ق_2}$$

٥ إذا كانت القوتان متساويتان فى المقدار

$$ح = 2ق\,\text{حتا}\,\frac{ى}{2}$$

$$، \quad هـ = \frac{ى}{2}$$

يستخدم هذا القانون إذا ذكر فى المسألة أن القوتان متساويتان وأعطى لنا القوتان وقياس الزاوية بينهما وطلب المحصلة أو أعطى المحصلة وطلب مقدار القوتين

لاحظ انه فى هذه الحالة المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين فإذا ذكر فى المسألة أن المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين ده معناه أن القوتين متساويتين

٦ إذا كانت القوتان متعامدتان

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$$

$$، \quad \text{طا}\,هـ = \frac{ق_2}{ق_1}$$

يستخدم هذا القانون إذا ذكر فى المسألة أن القوتان متعامدتان

٧ إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الأولى

$ح \perp ق_1$ نستخدم القانون

$$ق_1 + ق_2\,\text{حتا}\,ى = 0$$

يستخدم هذا القانون إذا ذكر فى المسألة أن المحصلة عمودية على القوة الأولى أو استنتاجنا ذلك من رسم المسألة

٨ إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الثانية

$ح \perp ق_2$ نستخدم القانون

$$ق_2 + ق_1\,\text{حتا}\,ى = 0$$

يستخدم هذا القانون إذا ذكر فى المسألة أن المحصلة عمودية على القوة الثانية أو استنتاجنا ذلك من رسم المسألة

٩ القيمة العظمى لمحصلة (أكبر قيمة للمحصلة) قوتين هى مجموعهم أى محصلة القوتين $ق_1$ ، $ق_2$ هى

$ح = ق_1 + ق_2$ وفى هذه الحالة تكون الزاوية بين القوتين تساوى صفر

١٠ القيمة الصغرى لمحصلة قوتين هى القيمة المطلقة للفرق بينهما (أصغر قيمة للمحصلة) أى أصغر قيمة

لمحصلة القوتين $ق_1$ ، $ق_2$ هى

$ح = |ق_1 - ق_2|$ وفى هذه الحالة تكون الزاوية بين القوتين تساوى ١٨٠°

١١ لاحظ أن محصلة قوتين دائماً تنتمى للفترة المغلقة الفرق بين القوتين ومجموع القوتين

أى أن $ح \in [ق_1 - ق_2 ، ق_1 + ق_2]$

أو $ق_1 - ق_2 \leq ح \leq ق_1 + ق_2$

إذا ذكر لنا فى المسألة أن $ح \in [٣ ، ٥]$

أو $٣ \leq ح \leq ٥$

ده معناه أن :

$ق_1 - ق_2 = ٣$ ، $ق_1 + ق_2 = ٥$ ونحلهم بالحذف

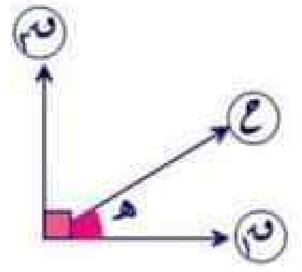
١٢ لاحظ أن فى حالة القوتان متساويتان ومتعامدتان يكون $ح^2 = ٢ ق^2$

الدرس الثانى : (تحليل القوة إلى مركبتين)

١ تحليل قوة معلومة إلى مركبتين غير متعامدتين

$$\frac{ق_1}{حا هـ_2} = \frac{ق_2}{حا هـ_1} = \frac{ح}{حا (هـ_1 + هـ_2)}$$

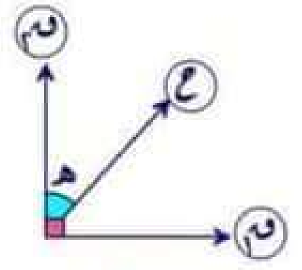
٢ تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين



فى حالة الشكل المقابل والزاوية التى سوف نستخدمها فى التحليل هى المحصورة بين القوة الأولى والمحصلة

$ق_1 = ح حتا هـ$

$ق_2 = ح حا هـ$

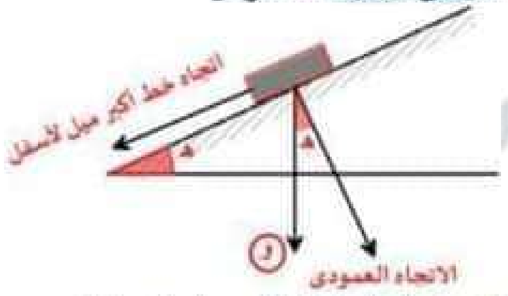


فى حالة الشكل السابق والزاوية التى سوف نستخدمها فى التحليل هى المحصورة بين القوة االثانية والمحصلة

$ق_1 = ح حا هـ$

$ق_2 = ح حتا هـ$

٣ تحليل جسم وزنه (و) موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) إلى مركبتين الأولى فى اتجاه خط أكبر للمستوى لأسفل والثانية فى الاتجاه العمودى



مركبة الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل = و حا هـ

مركبة الوزن فى الاتجاه العمودى = و حتا هـ

الدرس الثالث : (محصلة عدة قوى متلاقية فى نقطة)

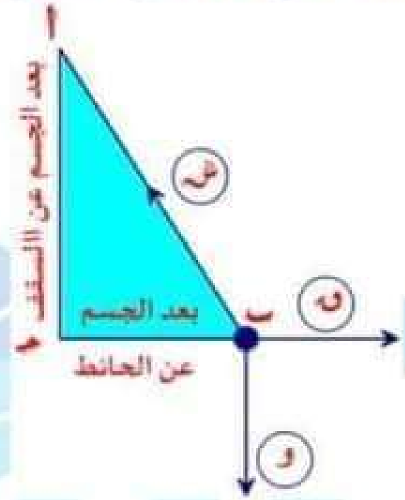
* $\overrightarrow{ح} = س \overrightarrow{س} + ص \overrightarrow{ص}$
* $ح = \sqrt{س^2 + ص^2}$

* $\text{ظا هـ} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$ مع مراعاة الربع الذى يقع فيه الضلع النهائى للقوة

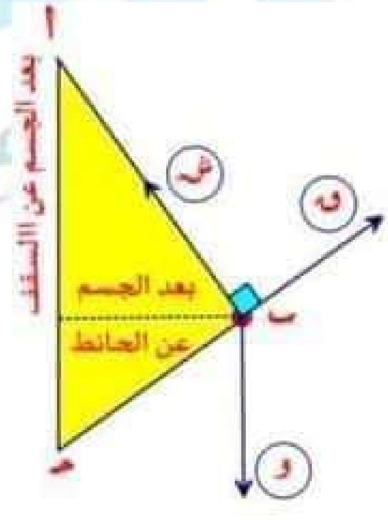
الاتزان

الأشكال الهندسية الهامة فى الوحدة الثانية

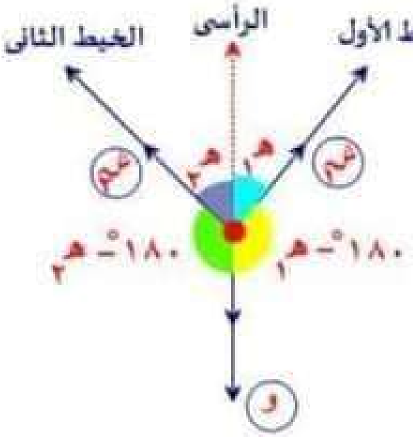
١ جسم مربوط بأحد طرفى خيط وأثرت عليه قوة أفقية



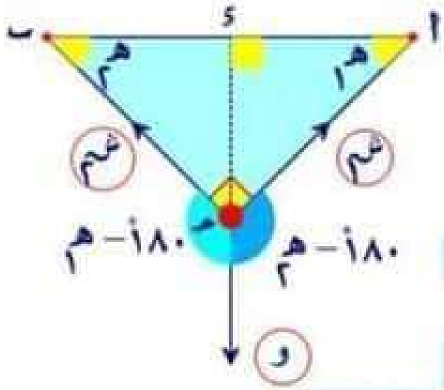
٢ جسم مربوط بأحد طرفى خيط وأثرت عليه عمودية على الخيط



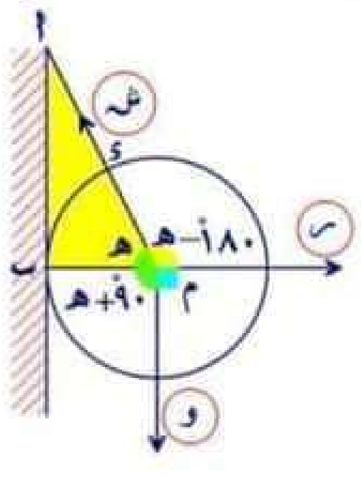
٣ جسم مربوط بخيطين يميلان على الرأسى بزاويتين



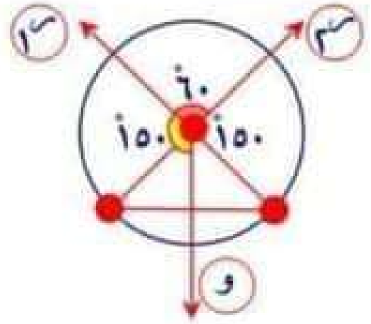
٤ جسم معلق بخيطين فى نقطتين فى سقف حجرة (أو فى خط أفقى واحد)



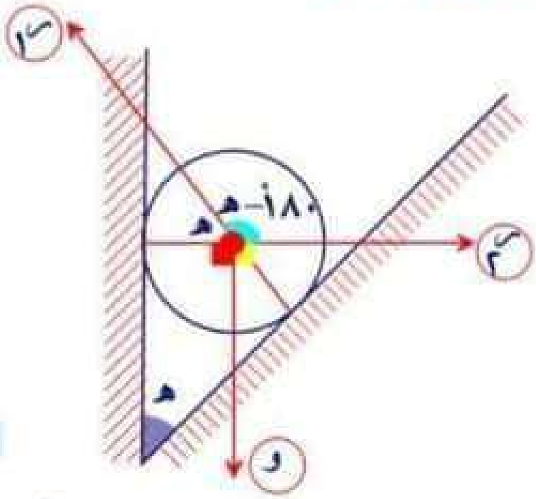
٥ كرة تستند على حائط رأسى املس ومعلقة من إحدى نقط سطحها بخيط خفيف فى نقطة فى حائط رأسى تعلو نقطة تماس الكرة مع الحائط



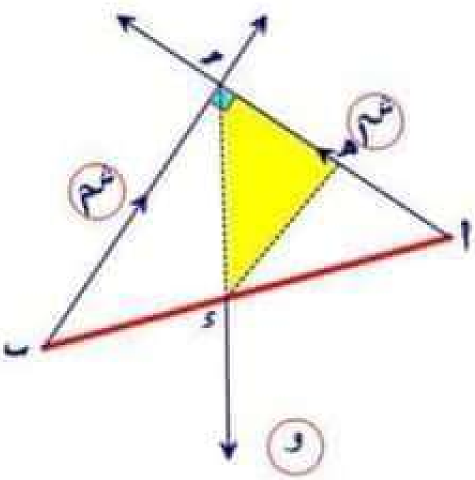
٦ كرة ترتكز على قضيبين متوازيين والبعد بينهما يساوى نصف قطر الكرة



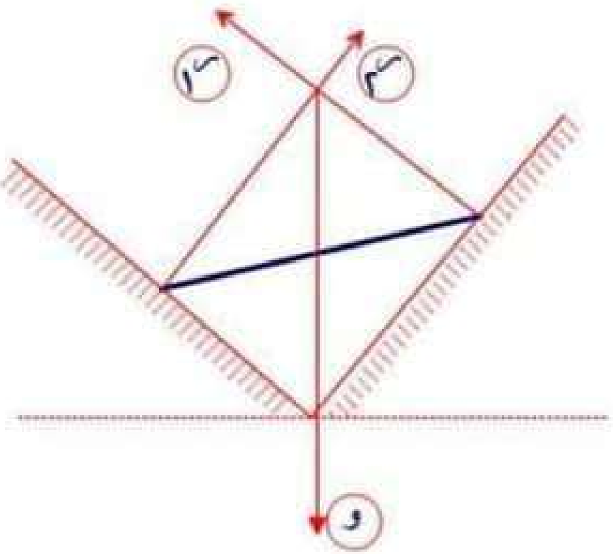
٧ كرة تستند على حائط رأسى أملس ومستوى يميل على الرأسى



٨ قضيب منتظم معلق بخيطين فى نقطة واحدة (فى سقف حجرة أو فى مسمار) والخيطين متعامدان



٩ قضيب يرتكز على مستويين أملسين يميلان على الأفقى



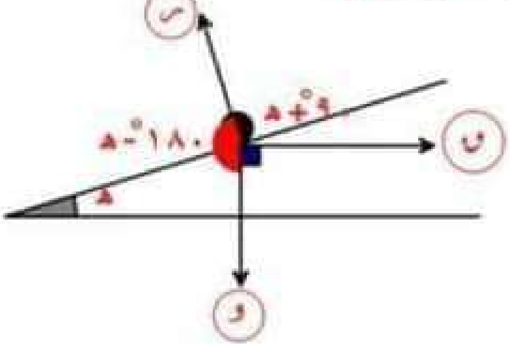
اتزان جسم علس مستوي مائل أملس

إذا وضع جسم وزنه (و) علي مستوي مائل أملس يميل علي الأفقي بزاوية قياسها هـ فإن الجسم يكون واقعاً تحت تأثير قوتين

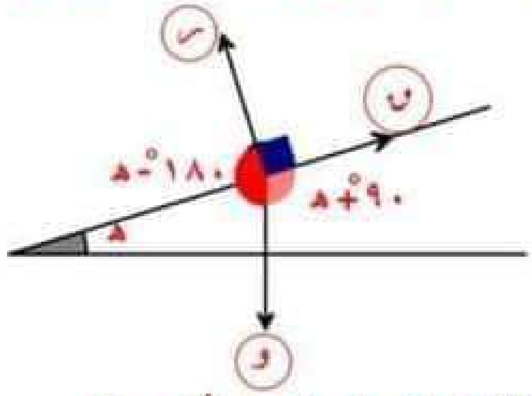
١ قوة الوزن (و) واتجاهها رأسياً إلى أسفل

٢ قوة رد فعل المستوى المائل الأملس (ر) وهي قوة عمودية علي المستوي وهاتان القوتان لا يمكن أن يتزنا حيث أن خطي عملهما ليسا علي استقامة واحدة ولكي يحدث الأتزان لابد من وجود قوة ثالثة تؤثر علي الجسم وتأخذ الأشكال الأتية :

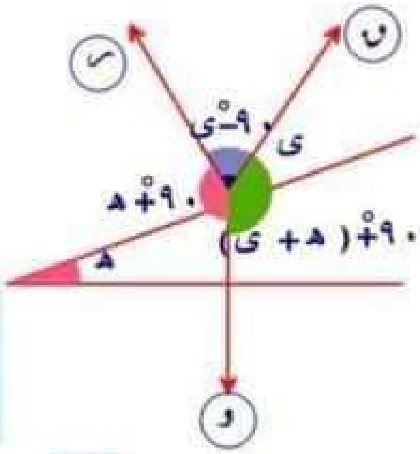
١ القوة أفقية



٢ القوة تعمل في اتجاه خط أكبر ميل



٣ القوة تميل علي خط أكبر ميل



ملحوظة

بعد رسم المسألة يتم تطبيق قاعدة لامى أو قاعدة مثلث القوى

قاعدة لامى

إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوي مستوية متلاقية في نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المحصورة بين القوتين الأخرتين

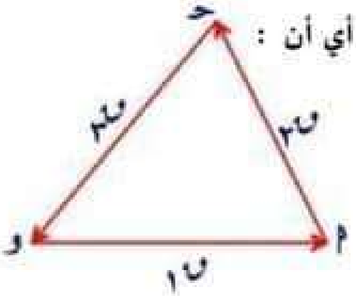
قاعدة مثلث القوي

إذا اتزنت ثلاث قوي متلاقية في نقطة وسم مثلث أضلاعه توازي خطوط عمل القوي فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوي المتناظرة

فمثلا : في الشكل المقابل يمثل مثلث القوي لمجموعة القوي المتزنة $ق_1$ ، $ق_2$ ، $ق_3$

حيث إن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوي المتناظرة أي أن :

$$\frac{ق_1}{و\,أ} = \frac{ق_2}{أ\,حـ} = \frac{ق_3}{حـ\,و}$$



قاعدة

إذا أمكن تمثيل ثلاث قوي مستوية متلاقية فى نقطة بأضلاع مثلث مأخوذ في ترتيب دوري واحد فإن هذه القوي تكون متزنة

هذا يعني إنه لكي تتزن القوي الثلاث يجب أن تكون مقاديرها تصلح لأن تكون أطوال أضلاع مثلث

أي تحقق متباينة المثلث (مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث)

ملخص قوانين

الهندسة الفراغية

المستقيمات والمستويات فى الفراغ

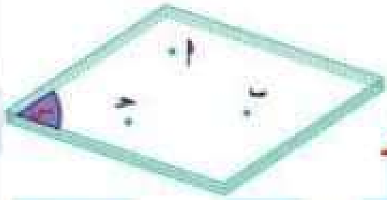
تعيين المستوي في الفراغ

يتحدد المستوي في الفراغ بإحدى الحالات الآتية

١ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

ففي الشكل المقابل :

النقط أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

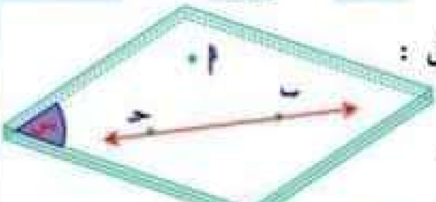


لذلك تعين المستوى

س أو المستوي أ ب حـ

٢ مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه

ففي الشكل المقابل :

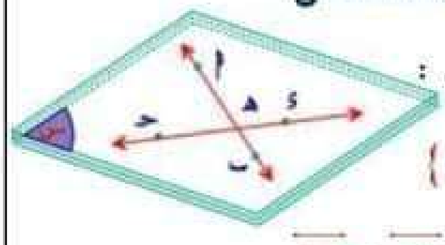


أ $\notin$ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ولذلك

النقطة أ والمستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ يعينان المستوي س أو المستوي أ ب حـ

٣ مستقيمان متقاطعان

ففي الشكل المقابل :



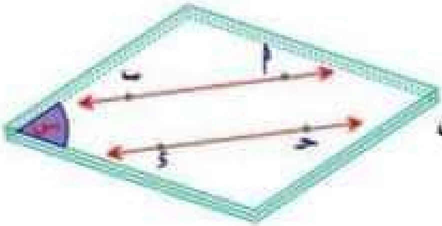
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \cap \overleftrightarrow{\text{حـ ء}} = \{\text{هـ}\}$

ولذلك المستقيمان $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ يعينان المستوي س أو المستوي أ ب حـ

٤ مستقيمان متوازيان غير منطبقين

ففي الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \cap \overleftrightarrow{\text{حـ ء}} = \varnothing$

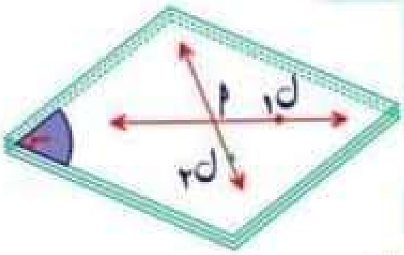


ولذلك المستقيمان $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ يعينان المستوي س

الأوضاع النسبية للمستقيمات والمستويات في الفراغ

(أ) المستقيمان المتقاطعان

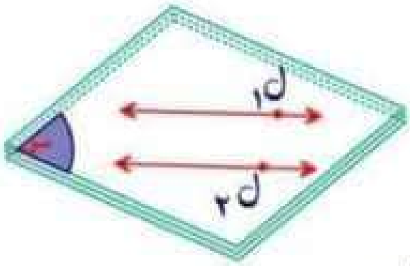
هما مستقيمان يقعان في نفس المستوي ويشتركان في نقطة واحدة



* $ل_1$ ، $ل_2$ متقاطعان
* $ل_1 \cap ل_2 = \{م\}$
* يجمعهما مستوي واحد

(ب) المستقيمان المتوازيان

هما مستقيمان يقعان في نفس المستوي ولا يشتركان في نقطة واحدة



* $ل_1 \parallel ل_2$
* $ل_1 \cap ل_2 = \varnothing$
* يجمعهما مستوي واحد

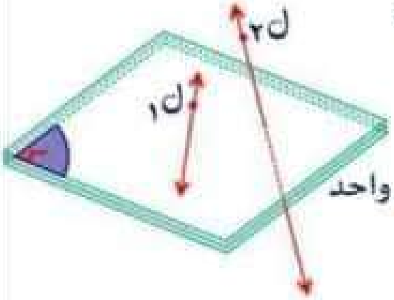
(حـ) المستقيمان المتخالفان

هما مستقيمان لا يمكن أن يحتويهما مستوي واحد

✱ ل١ ، ل٢ متخالفان

✱ ل١ ∩ ل٢ = ∅

✱ لا يجمعهما مستوي واحد



ملحوظة :

المستقيمان المتخالفان غير متوازين وغير متقاطعين لأنه لا يجمعهما مستوي واحد

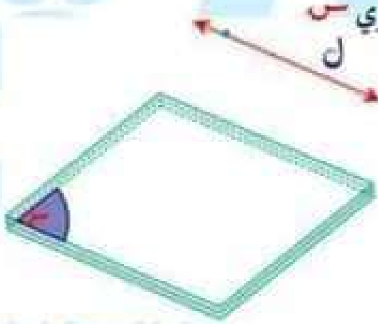
٢ الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى في الفرغ

أ المستقيم يوازى المستوي

المستقيم ل // المستوي س

أي أن :

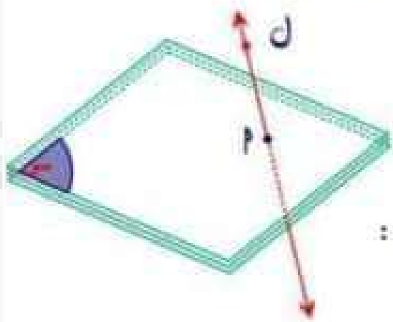
ل ∩ س = ∅



ب المستقيمان المتوازيان

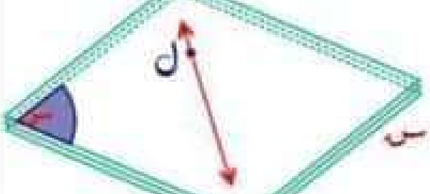
المستقيم ل يقطع المستوي س في نقطة واحدة أي أن :

ل ∩ س = {أ}



جـ المستقيم يقع فى المستوى

المستقيم ل يقع باكمله في المستوي س



أي أن : ل ⊂ س ، ل ∩ س = ل

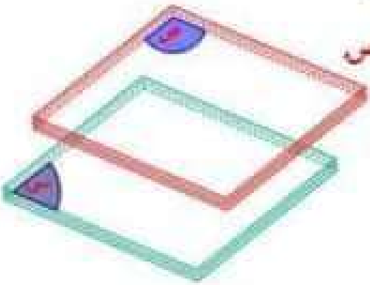
ملحوظة : إذا اشترك مستقيم ومستوي فى أكثر من نقطة واحدة فإن المستقيم يقع بأكمله داخل المستوي

٢ الأوضاع النسبية لمستويين في الفرغ

أ المستويان متوازيان

المستوي س // المستوى ص

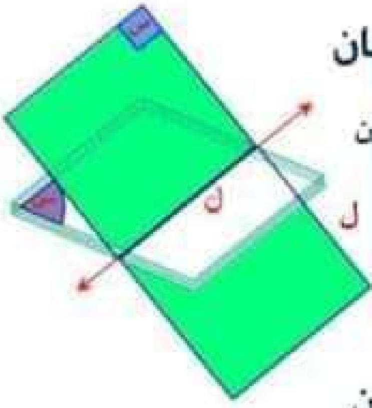
أي أن : س ∩ ص = ∅



ب المستويان متقاطعان

المستويان س ، ص يشتركان متقاطعان في خط مستقيم ل

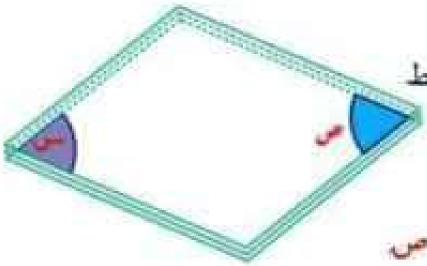
أي أن : س ∩ ص = ل



جـ المستويان منطبقان

المستويان س ، ص يشتركان فى جميع النقط (منطبقان) أي أن :

س ∩ ص = س = ص



ملاحظات :

١ إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة فإنهما يشتركان في مستقيم بمر بهذه النقطة

٢ إذا تقاطعت ثلاثة مستويات مثنى مثنى فإن مستقيمات تقاطعها إما تقاطعها إما أن تكون متوازية أو متقاطعة جميعاً جميعاً في نقطة واحدة

٣ إذا أشترك مستقيم ومستوى فى أكثر من نقطة واحدة فإن المستقيم يقع بتمامه داخل المستوى .

٤ المستقيمان الموازيان لثالث في الفراغ متوازيان

٥ المستقيمات الرأسية في الفراغ كلها متوازية ولكن ليس بالضرورة أن تكون المستقيمات الأفقية كلها متوازية

٦ إذا تقاطع المستقيمان الحاملان لقطري الشكل الرباعي في نقطة فإن أضلاعه تقع جميعاً في مستوي واحد

ملاحظات :

١ عدد المستويات التى تمر بـ

أ بنقطة واحدة عدد لانهائى

ب بنقطتين عدد لانهائى

جـ بثلاث نقاط على استقامة واحدة عدد لانهائى

د بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة واحد

٢ عدد المستقيمات التى تمر بـ

أ بنقطة واحدة عدد لانهائى

ب بنقطتين واحد

جـ بثلاث نقاط على استقامة واحدة واحد

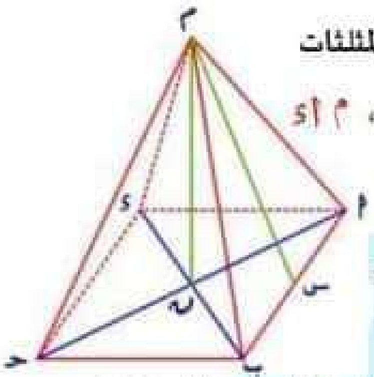
د بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة صفر

الهرم

تعريف الهرم

هو مجسم له قاعدة واحدة على شكل مضلع وجميع أوجهة الأخري مثلثات تشترك في رأس واحدة ويسمي الهرم ثلاثياً أو رباعياً أو خماسياً أو........ وفقاً لعدد أضلاع قاعدته

في الشكل المقابل : م أ ب جـ د هرم رباعي رأسه م وقاعدته المضلع أ ب جـ د



، أوجهه الجانبية سطوح المثلثات

م أ ب ، م ب جـ ، م جـ د ، م د أ

وأحرفه الجانبية

$\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$ ، $\overline{م جـ}$ ، $\overline{م د}$

ارتفاع الهرم : (م ن) هو بعد رأس الهرم عن مستوي قاعدته

الارتفاع الجانبي : (م س) هو بعد رأس الهرم عن أحد أضلاع قاعدته

حالات خاصة من الهرم

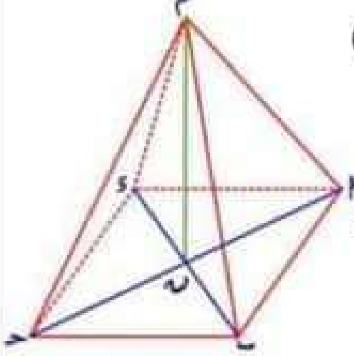
١ **الهرم القائم** : يكون الهرم قائماً إذا كان موقع العمود المرسوم من رأس الهرم علي قاعدته يمر بمركزها الهندسي .

٢ **الهرم المنتظم** : هو الهرم الذي قاعدته مضلع منتظم مركزه هو موقع العمود المرسوم من رأس الهرم عليها .

أي أنه : هرم قائم قاعدته مضلع منتظم

فمثلاً : في الهرم م أ ب ج د الموضح بالشكل

إذا كانت ن هي المركز الهندسي لقاعدته المنتظمة أ ب ج د (علي شكل مربع)



وكان :

$\overline{\text{م ن}} \perp$ مستوي القاعدة

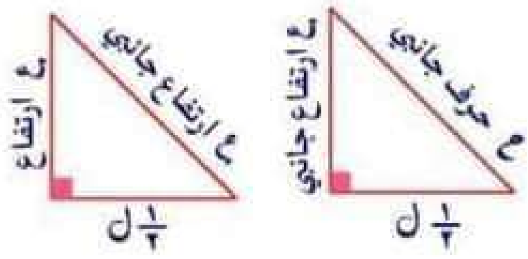
فإن الهرم م أ ب ج د

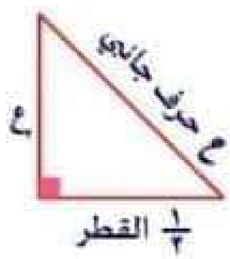
يسمي هرماً منتظماً

خواص الهرم المنتظم

1. أحرفه الجانبية متساوية في الطول .
2. ارتفاعاته الجانبية متساوية في الطول .
3. أوجهه الجانبية سطوح مثلثات متطابقة متساوية الساقين .

ويمكن تلخيص العلاقة بين طول حرف الهرم وارتفاعه الجانبي وارتفاع الهرم وطول قاعدته وطول قطره في الهرم الرباعي المنتظم بالمثلثات الآتية





الهرم الثلاثى

1 الهرم الثلاثى منتظم الوجوه

خواصه

أ) أحرفه الجانبية متساوية في الطول وتساوى أطوال أضلاع قاعدته

ب) أوجهة الجانبية مثلثات متساوية الأضلاع

ج) ارتفاعاته الجانبية متساوية فى الطول وأى منها يساوى ارتفاع قاعدته

د) علاقات هامة خاصة بالهرم الثلاثى منتظم الوجوه

* ٦ل^2 = ٩ع^2 = ٨ع$_{ج}^2$

ومن هذه العلاقة نستطيع إيجاد النسبة بين طول حرف الهرم (طول ضلع قاعدته) وبين ارتفاعه الجانبي أو بين طول ضلع قاعدته وارتفاع الهرم

* المساحة الجانبية = ٣ × $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ل^2
* المساحة الكلية = ٤ × $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ل^2
* الحجم = $\frac{\sqrt{٢}}{١٢}$ ل^3

حيث ل = طول الحرف ، ع = الارتفاع

، ع$_{ج}$ = الارتفاع الجانبى

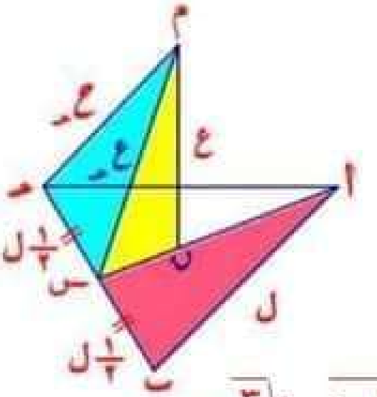
1 الهرم الثلاثى المنتظم خواصه

أ) أحرفه الجانبية متساوية في الطول

ب) أوجهة الجانبية مثلثات متساوية الساقين

ج) ارتفاعاته الجانبية متساوية فى الطول

د) علاقات هامة خاصة بالهرم الثلاثى منتظم الوجوه



* $ا س = \sqrt{ل^2 - (\frac{1}{2}ل)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} ل$

$\therefore ن س = \frac{1}{3} ا س = \frac{\sqrt{3}}{6} ل$

والمثلثات السابقة أهم مثلثين فى الهرم الثلاثى المنتظم

المخروط

المخروط

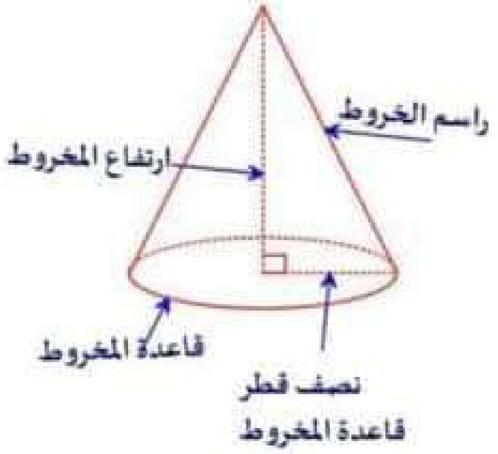
هو مجسم له قاعدة واحدة على شكل منحني مغلق وله رأس واحدة

ينتج المخروط من

1) من دوران مثلث قائم الزاوية حول أحد أضلاعه دورة كاملة

2) من دوران مثلث متساوي الساقين حول محوره نصف دورة كاملة

3) من طي ورقة على شكل قطاع دائري بحيث ينطبق قطريه كل على الآخر



ويمكن اختصار المطلوب فى مثل قائم

$ل = \sqrt{نق^2 + ع^2}$

شبكة المخروط

المخروط له شبكة واحدة ولكن يختلف شكلها باختلاف العلاقة بين طول الراسم ونصف قطر قاعدتها

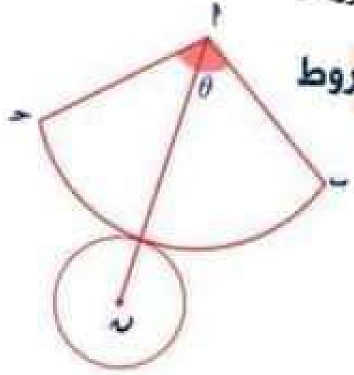
في كل الأشكال الآتية

1) ا ب يمثل راسم المخروط

2) الدائرة م تمثل قاعدة المخروط

3) ام يمثل ارتفاع المخروط

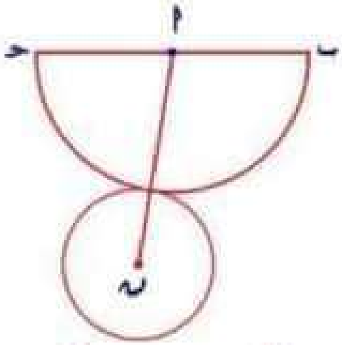
شكل شبكات المخروط



أ) عندما $ل > ٢ نق$

$\therefore \theta < 180°$

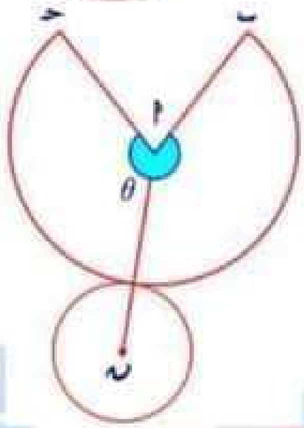
عندما



ل = ٢نق

θ = ١٨٠°

عندما



ل > ٢نق

θ > ١٨٠°

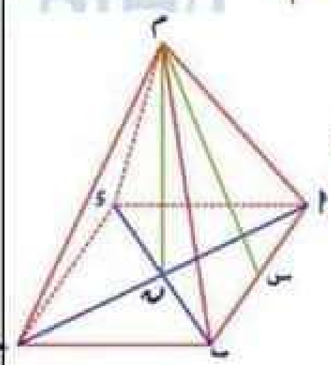
المساحة الجانبية والكلية والحجم

أولاً : الهرم

* الحجم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

* المساحة الجانبية = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي

* المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة



ثانياً : المخروط

* الحجم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

* المساحة الجانبية = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × طول الراسم

* المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

ملاحظات

١ قاعدة الهرم المنتظم من الممكن أن تكون :

* مثلث متساوي الأضلاع ومساحته = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل² حيث ل طول ضلع القاعدة

* مربع ومساحته = ل² حيث ل طول ضلع القاعدة

* مضلع منتظم (خماسي منتظم أو سداسي منتظم) $\frac{ن}{4}$ س² ظتا $\frac{\pi}{ن}$ حيث س طول الضلع ، ن عدد الأضلاع

٢ قاعدة المخروط تكون :

* دائرة ومساحتها = π نق²

ومحيط القاعدة = ٢πنق

يمكن كتابة قوانين المخروط

* الحجم = $\frac{1}{3}$ π نق² × ع

* المساحة الجانبية
= $\frac{1}{2}$ × (٢π نق) × ل = π نق ل

* المساحة الكلية
= πنق ل + πنق² = π نق (نق + ل)

الدائرة

تعريف الدائرة

هي مجموعة نقط المستوي التي تكون علي بعد ثابت من نقطة ثابتة في المستوي

* تسمي النقطة الثابتة مركز الدائرة (م)

* يسمي البعد الثابت طول نصف قطر الدائرة (نق)

أولاً : معادلة الدائرة (بدلالة إحداثي مركزها وطول نصف قطرها)

إذا كانت أ = (س ، ص) نقطة ما على الدائرة التي مركزها م (ء ، هـ) وطول نصف قطرها = نق هي

$$(س - ء)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$$

ملاحظات

1 إذا كان مركز الدائرة هو نقطة الأصل (٠ ، ٠) فإن معادلة الدائرة هي : $س^2 + ص^2 = نق^2$

2 وضع النقطة $(س_1 ، ص_1)$ بالنسبة للدائرة :

د : $(س_1 - ء)^2 + (ص_1 - هـ)^2 = نق^2$

* إذا كان :

$(س_1 - ء)^2 + (ص_1 - هـ)^2 = نق^2$ فإن النقطة تقع علي الدائرة

* إذا كان :

$(س_1 - ء)^2 + (ص_1 - هـ)^2 > نق^2$ فإن النقطة تقع خارج الدائرة

* إذا كان :

$(س_1 - ء)^2 + (ص_1 - هـ)^2 < نق^2$ فإن النقطة تقع داخل الدائرة

3 تتطابق الدائرتان إذا تساوي طولا نصفي قطريهما .

فمثلاً : إذا كانت معادلة الدائرة $د_1$ هي :

$س^2 + ص^2 = ٤٩$

، معادلة الدائرة $د_2$ هي :

$(س - ٣)^2 + (ص - ٤)^2 = ٤٩$ فإن :

$نق_1 = نق_2 = \sqrt{٤٩} = ٧$ وحدة طولية

أي أن الدائرتان متطابقتان .

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

الصورة العامة لمعادلة الدائرة هي :

$$س^2 + ص^2 + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠$$

حيث المركز = $(-ل ، -ك)$

$(-\frac{1}{2} \text{ معامل } س ، -\frac{1}{2} \text{ معامل } ص)$

، $نق = \sqrt{ل^2 + ك^2 - جـ}$

، $ل^2 + ك^2 - جـ > ٠$

فمثلاً : الدائرة التي معادلتها هي :

$س^2 + ص^2 + ٨س - ٤ص - ١٦ = ٠$

مركزها = $(-٤ ، ٢)$

، $نق = \sqrt{ل^2 + ك^2 - جـ} = \sqrt{١٦ + ٤ - (-١٦)} = ٦$

وحدة طولية

حالات خاصة

1 معادلة الدائرة المارة بنقطة الأصل هي

س٢ + ص٢ + ٢ل س + ٢ك ص = ٠ المعادلة خالية من الحد المطلق

أي أن : (هـ = ٠)

2 معادلة الدائرة التي مركزها علي محور السينات

س٢ + ص٢ + ٢ل س + هـ = ٠

المعادلة خالية من الحد المشتمل علي ص أي أن : (ك = ٠)

3 معادلة الدائرة التي مركزها يقع علي محور الصادات هي : س٢ + ص٢ + ٢ك ص + هـ = ٠

المعادلة خالية من الحد المشتمل علي س أي أن : (ل = ٠)

4 معادلة الدائرة التي تمس محور السينات :

نق = |ك|

، هـ = ل٢ + ك٢ − نق٢

، هـ = ل٢ + ك٢ − ك٢ = ل٢

المعادلة هي :

س٢ + ص٢ + ٢ل س + ٢ك ص + ل٢ = ٠

5 معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات :

نق = |ل| ، هـ = ل٢ + ك٢ − نق٢

، هـ = ل٢ + ك٢ − ل٢ = ك٢

المعادلة هي :

س٢ + ص٢ + ٢ل س + ٢ك ص + ك٢ = ٠

6 معادلة الدائرة التي تمس محور المحورين :

نق = |ك| = |ل|

، هـ = ل٢ + ك٢ − نق٢

، هـ = ل٢ + ك٢ − ل٢ = ك٢

المعادلة هي :

س٢ + ص٢ + ٢ل س + ٢ك ص + ك٢ = ٠

ملاحظات

1 الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

س٢ + ص٢ + ٢ل س + ٢ك ص + هـ = ٠ يجب أن تحقق الشروط الآتية :

- معادلة من الدرجة الثانية في : س ، ص
- خالية من الحد المشتمل علي س ص
- معامل س٢ = معامل ص٢ = ١

2 لكي تمثل معادلة من الدرجة الثانية في س ، ص معادلة دائرة يلزم تحقق الشروط السابقة وأن :

ل٢ + ك٢ − هـ > ٠

3 عند تعيين مركز أو طول نصف قطر دائرة من معادلتها العامة يجب أن يكون

معامل س٢ = معامل ص٢ = ١ لذلك يجب القسمة علي هذا المعامل إذا كان خلاف الوحدة .