الصف الثاني الثانوي   الرياضيات التطبيقية   الاستاتيكا + الهندسة الفراغية

محصلة قوتين متلاقيتين في نقطة

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2\, ق_1\, ق_2 \,\text{جتا}\, ى}$$

زاوية ميل المحصلة

مع القوة الأولى

$$\text{ظا}\, هـ = \frac{ق_2 \,\text{جا}\, ى}{ق_1 + ق_2 \,\text{جتا}\, ى}$$

مع القوة الثانية

$$\text{ظا}\, هـ = \frac{ق_1 \,\text{جا}\, ى}{ق_2 + ق_1 \,\text{جتا}\, ى}$$

ملحوظات

[1] القوتان متعامدتان $ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$

[2] القوتان متساويتان في القياس

∴ المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

$ح = 2\, ق \,\text{جتا}\, \frac{ى}{2}$ $هـ = \frac{ى}{2}$

[3] القيمة العظمى للمحصلة

$ح = ق_1 + ق_2$ (ى = صفر)

[4] القيمة الصغرى للمحصلة $ق_1 > ق_2$

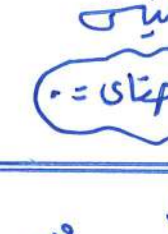
$ح = ق_1 - ق_2$ (ى = 180°)

[5] المحصلة عمودية على

القوة الأولى: $ق_1 + ق_2 \,\text{جتا}\, ى = 0$

القوة الثانية: $ق_2 + ق_1 \,\text{جتا}\, ى = 0$

تحليل القوة إلى مركبتين



$$ق_1 = \frac{ق \,\text{جا}\, هـ_2}{\text{جا}(هـ_1 + هـ_2)} \qquad ق_2 = \frac{ق \,\text{جا}\, هـ_1}{\text{جا}(هـ_1 + هـ_2)}$$

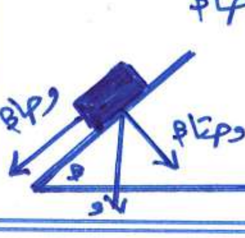
في اتجاهين متعامدين

$ق_1 = ق \,\text{جتا}\, هـ$

$ق_2 = ق \,\text{جا}\, هـ$

مركبة الوزن في اتجاه خط أكبر ميل = و جا هـ

مركبة الوزن في الاتجاه العمودي = و جتا هـ



مثال 1 قوتان مقدارهما $8\sqrt3$ ، 8 نيوتن تؤثران في نقطة مادية وتحصران زاوية قياسها 150° أوجد مقدار المحصلة وقياس زاوية ميل المحصلة مع القوة الأولى

الحل

$ح = \sqrt{(8\sqrt3)^2 + 8^2 + 2 \times 8\sqrt3 \times 8 \,\text{جتا}\, 150} = 8$ نيوتن

$\text{ظا}\, هـ = \frac{8 \,\text{جا}\, 150}{8\sqrt3 + 8 \,\text{جتا}\, 150} = \frac{1}{\sqrt3}$ ∴ ق(هـ) = 30°

مثال 2 قوتان مقدارهما 30 ، 16 نيوتن تؤثران في نقطة مادية ومقدار المحصلة 26 نيوتن أوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2\, ق_1\, ق_2 \,\text{جتا}\, ى$

$26^2 = 30^2 + 16^2 + 2 \times 30 \times 16 \,\text{جتا}\, ى$

$\text{جتا}\, ى = \frac{26^2 - 30^2 - 16^2}{2 \times 30 \times 16} = -\frac{1}{2}$ ∴ ق(ى) = 120°

مثال 3 قوتان مقدارهما ق ، 4 نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° إذا كان مقدار المحصلة $4\sqrt3$ نيوتن أوجد ق وكذلك قياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع ق

الحل

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2\, ق_1\, ق_2 \,\text{جتا}\, ى$

$(4\sqrt3)^2 = ق^2 + 4^2 + 2\, ق \times 4 \,\text{جتا}\, 120$

$48 = ق^2 + 16 - 4ق$

$ق^2 - 4ق - 32 = 0$

$(ق - 8)(ق + 4) = 0$

$\boxed{ق = 8}$ ق = −4 مرفوض

$\text{ظا}\, هـ = \frac{4 \,\text{جا}\, 120}{8 + 4 \,\text{جتا}\, 120}$ (هـ = 30°)

مثال 4 قوتان مقدارهما 8 ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° إذا كان مقدار المحصلة $ق\sqrt3$ نيوتن أوجد قيمة ق

الحل

محلولة بالمذكرة $\boxed{ق = 4}$

مثال ٥) قوتان مقدارهما ١٥، ٨ ث.جم تؤثران في نقطة مادية أوجد قياس الزاوية بينهما إذا كانت ح = ١٣ ث.جم

الحل

$\text{ح}^2 = \text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\,\text{ق}_2 \text{ جتا ى}$

$(١٣)^2 = ١٥^2 + ٨^2 + ٢ \times ١٥ \times ٨ \text{ جتا ى}$

$\text{جتا ى} = \frac{١٣^2 - ١٥^2 - ٨^2}{٢ \times ١٥ \times ٨}$ ق(ى) = ١٢٠°

مثال ٦) قوتان ٦، ق ث.جم تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية ٤٥° مع القوة ق

الحل

$\text{ظا } ٤٥ = \frac{٦ \text{ جا } ١٣٥}{\text{ق} + ٦ \text{ جتا } ١٣٥}$

$\therefore \text{ق} + ٦ \text{ جتا } ١٣٥ = ٦ \text{ جا } ١٣٥$

$\text{ق} = ٦ \text{ جا } ١٣٥ - ٦ \text{ جتا } ١٣٥ = ٦\sqrt{٢} \text{ ث.جم}$

$\therefore \text{ح} = \sqrt{٦^2 + (٦\sqrt{٢})^2 + ٢ \times ٦ \times ٦\sqrt{٢} \text{ جتا } ١٣٥} = ٦ \text{ ث.جم}$

مثال ٧) قوتان مقدارهما ق، ق$\sqrt{٣}$ نيوتن تؤثران في نقطة مادية إذا كانت المحصلة ٢ق نيوتن أوجد الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

$(٢\text{ق})^2 = \text{ق}^2 + (\text{ق}\sqrt{٣})^2 + ٢ \times \text{ق} \times \text{ق}\sqrt{٣} \text{ جتا ى}$

$٤\cancel{\text{ق}^2} = \cancel{\text{ق}^2} + ٣\cancel{\text{ق}^2} + ٢\sqrt{٣}\,\cancel{\text{ق}^2} \text{ جتا ى}$

$\therefore \text{جتا ى} = \frac{٤ - ١ - ٣}{٢\sqrt{٣}}$ ى = ٩٠°

مثال ٨) قوتان متساويتان في المقدار، مقدار المحصلة ٤$\sqrt{٣}$ ث.جم وقياس الزاوية بين المحصلة واتجاه إحدى القوتين ٣٠° أوجد مقدار كل قوة

الحل

$\text{ح} = ٢\text{ق} \text{ جتا } \frac{\text{ى}}{٢}$

$(٤\sqrt{٣}) = ٢\text{ق} \text{ جتا } ٣٠$

$\text{ق} = \frac{٤\sqrt{٣}}{٢ \text{ جتا } ٣٠} = ٤ \text{ ث.جم}$

مثال ٩) قوتان مقدارهما ١٢، ١٥ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{-٤}{٥}$ أوجد مقدار المحصلة وقياس الزاوية ميلها مع ق١

الحل

$\text{ح} = \sqrt{١٢^2 + ١٥^2 + ٢ \times ١٥ \times ١٢ \times \frac{-٤}{٥}} = ٩ \text{ نيوتن}$

$\text{ظا هـ} = \frac{١٥ \times \frac{٣}{٥}}{١٢ + ١٥ \times \frac{-٤}{٥}} =$ ق(هـ) = ٩٠°

مثال ١٠) قوتان تؤثران في نقطة مادية إذا كانت أكبر قيمة للمحصلة ٣٢ ث.جم وأصغر قيمة للمحصلة ١٢ ث.جم أوجد مقدار كلاً من القوتين ثم أوجد المحصلة إذا كانت قياس الزاوية بينهما ٦٠°

الحل

$\text{ق}_1 + \text{ق}_2 = ٣٢$

$\text{ق}_1 - \text{ق}_2 = ١٢$

$٢\text{ق}_1 = ٤٤$ $\therefore \boxed{\text{ق}_1 = ٢٢}$ $\boxed{\text{ق}_2 = ١٠}$

$\text{ح} = \sqrt{٢٢^2 + ١٠^2 + ٢ \times ٢٢ \times ١٠ \text{ جتا } ٦٠} = ٢\sqrt{٢٠١}$

مثال ١١) قوتان مقدارهما ق١، ق٢ نيوتن والمحصلة ح نيوتن حيث ح ∈ [٢، ١٠] حيث ق١ > ق٢

[١] أوجد قيمة ق١، ق٢ $\boxed{\text{ق}_1 = ٦}$ $\boxed{\text{ق}_2 = ٤}$

[٢] مقدار المحصلة ح عند ى = ١٢٠° (ح = $٢\sqrt{٧}$)

مثال ١٢) قوتان مقدارهما ق، ق$\sqrt{٢}$ نيوتن تؤثران في نقطة مادية والمحصلة عمودية على القوة الأولى أوجد الزاوية بين القوتين ثم أثبت أن ح = ق

الحل

∵ المحصلة عمودية على القوة الأولى ∴ ق١ + ق٢ جتا ى = ٠

$\text{ق} + \text{ق}\sqrt{٢} \text{ جتا ى} = ٠$

$\therefore \text{جتا ى} = \frac{-\text{ق}}{\text{ق}\sqrt{٢}}$ ∴ ى = ١٣٥°

$\text{ح} = \sqrt{\text{ق}^2 + (\text{ق}\sqrt{٢})^2 + ٢ \times \text{ق} \times \text{ق}\sqrt{٢} \text{ جتا } ١٣٥}$

$= \sqrt{\text{ق}^2 + ٢\text{ق}^2 - ٢\text{ق}^2}$

$= \sqrt{\text{ق}^2} = \text{ق}$ #

(مثال ١٣) قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الأولى أوجد ق ، ح

الحل

∵ المحصلة عمودية على القوة الأولى

∴ ق١ + ق٢ جتاى = ٠

٤ + ق جتا ١٢٠ = ٠   ق = −٤ / جتا١٢٠ = ٨ نيوتن

ح = √(٤² + ٨² + ٢ × ٤ × ٨ جتا١٢٠) = ٤√٣ نيوتن

(مثال ١٤) قوتان متساويتان في المقدار ومتلاقيتان في نقطة ومقدار المحصلة ١٢ ث كجم إذا عكس اتجاه احداهما فإن مقدار المحصلة ٦ ث كجم أوجد مقدار القوتين

الحل

(الحالة الأولى) ١٢² = ق² + ق² + ٢ × ق × ق جتاى

∴ ١٤٤ = ٢ق² + ٢ق² جتاى

(الحالة الثانية) ٦² = ق² + ق² + ٢ × ق × ق جتا(١٨٠ − ى)

∴ ٣٦ = ٢ق² − ٢ق² جتاى

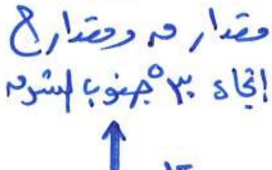
بجمع الحالة الأولى والثانية

١٨٠ / ٤ = ٤ق² / ٤   ∴ ق² = ٤٥

∴ ق = ٣√٥ ث كجم

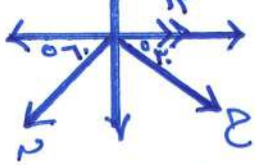
(مثال ١٥) قوتان مقدارهما ١٢ ، ق ث كجم تؤثران في نقطة مادية تعمل الأولى في اتجاه الشرق وتعمل الثانية في اتجاه ٦٠° جنوب الغرب أوجد مقدار ق ومقدار ح إذا علم أن خط عمل المحصلة يؤثر في اتجاه ٣٠° جنوب الشرق

الحل



من قانون تحليل قوة الى قوتين

١٢ = ح جا٩٠ / جا(٣٠ + ٩٠)



∴ ح = ١٢ × جا١٢٠ / جا٩٠ = ٦√٣

ق = ٦√٣ جا٣٠ / جا(٣٠ + ٩٠) = ٦

الحوت فكرة والفكرة لا تموت

(مثال ١١) قوة مقدارها ٦٠٠ ث جم تؤثر في نقطة مادية أوجد مركبتيها في اتجاهين يصنعان معها زاويتين قياسهما ٣٠° ، ٤٥°

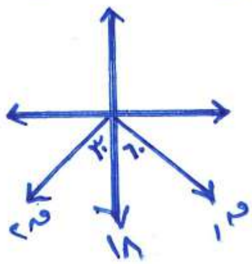
الحل

ق١ = ٦٠٠ جا٤٥ / جا(٤٥ + ٣٠) = ٤٣٩,٢ ث جم

ق٢ = ٦٠٠ جا٣٠ / جا(٤٥ + ٣٠) = ٣١٠,٦ ث جم

(مثال ١١) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل في اتجاه الجنوب أوجد مركبتيها في اتجاهين ٦٠° شرق الجنوب ، ٣٠° غرب الجنوب

الحل



ق١ = ١٨ جا٣٠ / جا(٣٠ + ٦٠) = ٩ نيوتن

ق٢ = ١٨ جا٦٠ / جا(٦٠ + ٣٠) = ٩√٣ نيوتن

(مثال ١٢) حلل قوة مقدارها ١٨ نيوتن في اتجاهين متعامدين احداهما يصنع مع القوة زاوية ٦٠°

الحل

ق١ = ١٨ جتا٦٠ = ٩ نيوتن

ق٢ = ١٨ جا٦٠ = ٩√٣ نيوتن

(مثال ١٣) ق١ = ٢ س − ٢ ص ، ق٢ = ٤ س − ٨ ص ، ح = ٢أ س − ٣ب ص أوجد قيمة أ ، ب

الحل

٢ + ٤ = ٢أ   −٨ − ٢ = −٣ب

٦ = ٢أ ∴ (أ = ٣)   −١٠ = −٣ب   (ب = ١٠/٣)

(مثال ١٤) ق١ = ٥ س + ٣ ص ، ق٢ = أ س + ٦ ص ، ق٣ = −١٤ س + ب ص ، ح = (١٠√٢ ، ٣/٤ π) أوجد قيمة أ ، ب

الحل

حول من الصورة القطبية إلى الصورة الكارتيزية

س = ١٠√٢ جتا١٣٥ = −١٠

ص = ١٠√٢ جا١٣٥ = ١٠

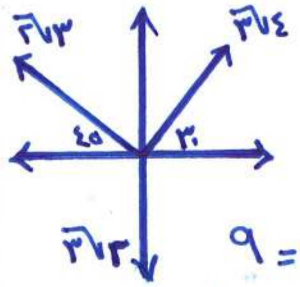
∴ ٥ + أ − ١٤ = −١٠   ٣ + ٦ + ب = ١٠

أ − ٩ = −١٠   ٩ + ب = ١٠

أ = −١٠ + ٩   ب = ١٠ − ٩

(أ = −١)   (ب = ١)

مثال (١٥) أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً



الحل

س = ٤√٣ جتا ٣٠ + ٣√٢ جتا ٤٥ = ٩

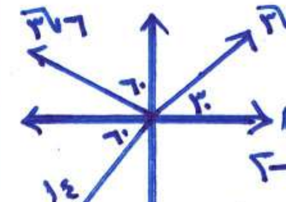
ص = ٤√٣ جا ٣٠ + ٣√٢ جا ٤٥ − ٢√٣ = ٣

ح = √((٩)² + (٣)²) = ٣√١٠ نيوتن

ظا هـ = ص / س = ٣ / ٩ ، ق(هـ) = ١٨° ٢٦َ ٥ً

مثال (١٦) أثرت القوى التي مقاديرها ٨ ، ٤√٣ ، ٦√٣ ، ١٤ نيوتن في نقطة مادية في الاتجاهات الزاوية بين الأولى والثانية ٣٠° والثانية والثالثة ١٢٠° وبين الثالثة والرابعة ٩٠° أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل



س = ٨ + ٤√٣ جتا ٣٠ − ٦√٣ جا ٦٠ − ١٤ جتا ٦٠ = −٢

ص = ٤√٣ جا ٣٠ + ٦√٣ جتا ٦٠ − ١٤ جا ٦٠ = −٢√٣

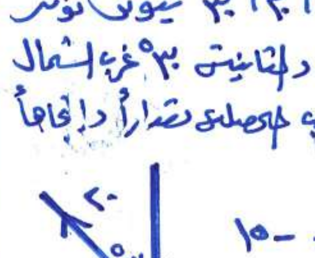
ح = √((−٢)² + (−٢√٣)²) = ٤ نيوتن

ظا هـ = ٢√٣ / ٢ ، هـ = ٦٠° ، هـ = ١٨٠ + ٦٠ = ٢٤٠°

نلاحظ أن هـ تقع في الربع الثالث

مثال (١٧) ثلاث قوى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ نيوتن تؤثر في نقطة مادية الأولى نحو الشرق والثانية ٣٠° غرب الشمال والثالثة ٦٠° جنوب الغرب أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل



س = ١٠ − ٢٠ جا ٣٠ − ٣٠ جتا ٦٠ = −١٥

ص = ٢٠ جتا ٣٠ − ٣٠ جا ٦٠ = −٥√٣

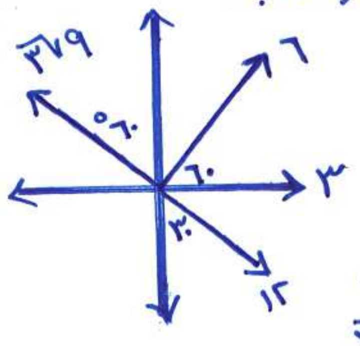
ح = √((−١٥)² + (−٥√٣)²) = ١٠√٣ نيوتن

ظا هـ = −٥√٣ / −١٥ ، هـ = ٣٠°

هـ تقع في الربع الثالث هـ = ١٨٠ + ٣٠ = ٢١٠°

مثال (١٨) أثرت القوى ٣ ، ٦ ، ٩√٣ ، ١٢ ث كجم في نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠° وبين الثانية والثالثة ٩٠° وبين الثالثة والرابعة ١٥٠° أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل



س = ٣ + ٦ جتا ٦٠ + ١٢ جا ٣٠ − ٩√٣ جا ٦٠ = −١,٥

ص = ٦ جا ٦٠ + ٩√٣ جتا ٦٠ − ١٢ جتا ٣٠ = ١,٥√٣

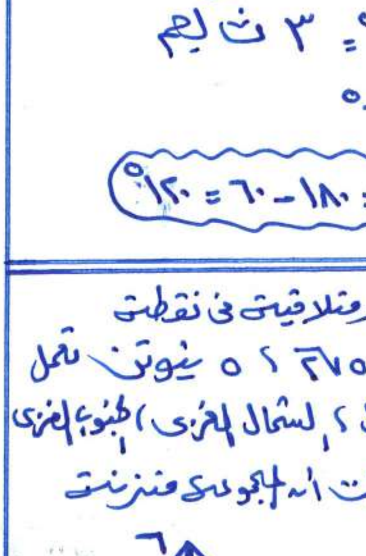
ح = √((−١,٥)² + (١,٥√٣)²) = ٣ ث كجم

ظا هـ = ١,٥√٣ / ١,٥ ، هـ = ٦٠°

هـ تقع في الربع الثاني هـ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

مثال (١٩) خمس قوى مستوية ومتلاقية في نقطة ومقاديرها ٩ ، ٦ ، ٤√٢ ، ٥√٢ ، ٥ نيوتن تعمل في اتجاهات الشرق ، الشمال ، الشمال الغربي ، الجنوب الغربي ، الجنوب على الترتيب أثبت أن المجموعة متزنة

الحل



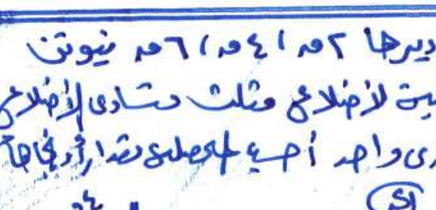
س = ٩ − ٤√٢ جتا ٤٥ − ٥√٢ جتا ٤٥ = صفر

ص = ٦ + ٤√٢ جا ٤٥ − ٥ − ٥√٢ جا ٤٥ = صفر

ح = √((صفر)² − (صفر)²) = صفر #

مثال (٢٠) ثلاث قوى مقاديرها ٢ق ، ٤ق ، ٦ق نيوتن تؤثر في اتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوي الأضلاع مأخوذة في ترتيب دوري واحد أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل



س = ٢ق − ٤ق جتا ٦٠ − ٦ق جتا ٦٠ = −٣ق

ص = ٤ق جا ٦٠ − ٦ق جا ٦٠ = −ق√٣

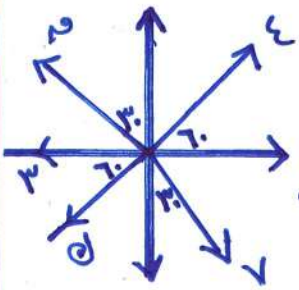
ح = √((−٣ق)² + (−ق√٣)²) = ٢√٣ ق

ظا هـ = ق√٣ / ٣ق ، هـ = ٣٠°

هـ في الربع الثالث هـ = ١٨٠ + ٣٠ = ٢١٠°

مثال (٢١) أثرت القوى المستوية ٥ ، ٤ ، م ، ٣ ، ل ، ٧ ث كجم في نقطة مادية والزوايا بين كل قوتين متتاليتين ٦٠° إذا كانت المجموعة متزنة أوجد م ، ل

الحل



س = ٥ + ٤ جتا ٦٠ + ٧ جتا ٦٠ − ٣ − ل جتا ٦٠ − م جا ٣٠

س = ٥ + ٢ + $\frac{٧}{٢}$ − ٣ − $\frac{ل}{٢}$ − $\frac{م}{٢}$ = ٠

∴ ٧,٥ − $\frac{١}{٢}$ (م + ل) = ٠

$\boxed{\text{∴ م + ل = ١٥}}$

ص = ٤ جا ٦٠ + م جتا ٣٠ − ٧ جتا ٣٠ − ل جا ٦٠

= − $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ م − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل = صفر

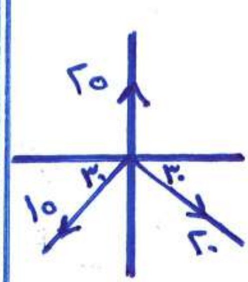
∴ − $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (م − ل) = ٠

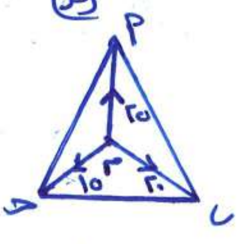
$\boxed{\text{∴ م − ل = ٣}}$

بالحذف بين المعادلات الناتجة $\boxed{\text{م = ٩}}$ $\boxed{\text{ل = ٦}}$

مثال (٢٢) أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع م نقطة تقاطع متوسطاته أثرت القوى التي مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ نيوتن في نقطة مادية في الاتجاهات م ح ، م ب ، م أ أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل





س = ٢٠ جتا ٣٠ − ١٥ جتا ٣٠ = ٢,٥ $\sqrt{٣}$

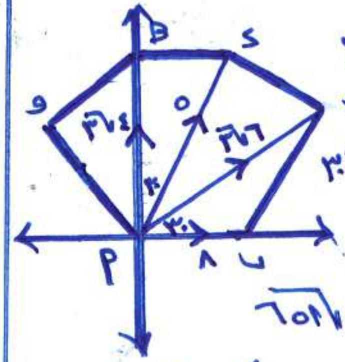
ص = ٢٥ − ٢٠ جا ٣٠ − ١٥ جا ٣٠ = ٧,٥

ح = $\sqrt{(٢,٥\sqrt{٣})^٢ + (٧,٥)^٢}$ = ٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن

ظا هـ = $\frac{٧,٥}{٢,٥\sqrt{٣}}$ ∴ ق(هـ) = ٦٠°

مثال (٢٣) أ ب ح ء هـ و سداسي منتظم أثرت القوى ٨ ، ٦ $\sqrt{٣}$ ، ٥ ، ٤ $\sqrt{٣}$ نيوتن في أب ، أح ، أء ، أهـ على الترتيب أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً

الحل



س = ٨ + ٦ $\sqrt{٣}$ جتا ٣٠ + ٥ جا ٣٠

= ١٩,٥

ص = ٤ $\sqrt{٣}$ + ٥ جتا ٣٠ + ٦ $\sqrt{٣}$ جا ٣٠

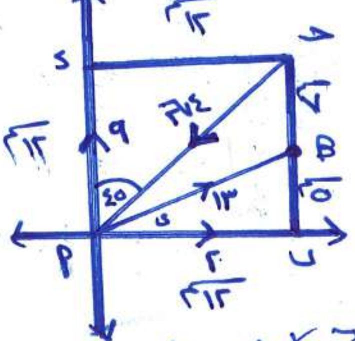
= ٩,٥ $\sqrt{٣}$

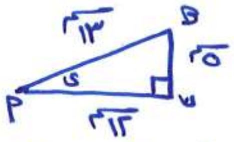
ح = $\sqrt{(١٩,٥)^٢ + (٩,٥\sqrt{٣})^٢}$ = $\sqrt{٦٥١}$

ظا هـ = $\frac{٩,٥\sqrt{٣}}{١٩,٥}$ ق(هـ) = ٤٠° ١٩َ

مثال (٢٤) أ ب ح ء مربع طول ضلعه ١٢ سم هـ ∈ ب ح بحيث ب هـ = ٥ سم أثرت القوى ٢ ، ١٣ ، ٤ $\sqrt{٢}$ ، ٩ في الاتجاهات أب ، أهـ ، أح ، أء على الترتيب أوجد المحصلة

الحل





جا ى = $\frac{٥}{١٣}$ جتا ى = $\frac{١٢}{١٣}$

س = ٢ + ١٣ جتا ى − ٤ $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥ = ١٠

ص = ٩ − ٤ $\sqrt{٢}$ جا ٤٥ + ١٣ جا ى = ١٠

ح = $\sqrt{(١٠)^٢ + (١٠)^٢}$ = ١٠ $\sqrt{٢}$ ث.جم

ظا هـ = $\frac{١٠}{١٠}$ = ١ ∴ ق(هـ) = ٤٥° في اتجاه أح

مثال (٢٥) إذا أثرت القوى التي مقاديرها ٥ ، ١٠ ، ٤ $\sqrt{٧}$ نيوتن في نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين خطي عمل القوتين الأولى والثانية ٦٠° أوجد العظمى والصغرى

الحل

ح = $\sqrt{٥^٢ + ١٠^٢ + ٢ \times ٥ \times ١٠ \text{ جتا } ٦٠}$ = ٥ $\sqrt{٧}$

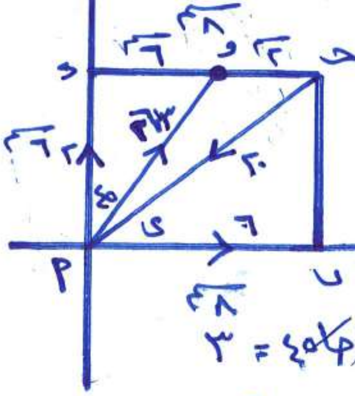
ح = ٤ $\sqrt{٧}$

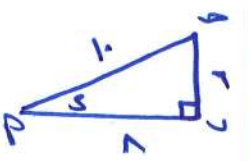
∴ العظمى = ٩ $\sqrt{٧}$ الصغرى = $\sqrt{٧}$

أ/ سعد حجازي
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتي بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

مثال (٢٦) أ ب حـ د مستطيل فيه أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم و و ∈ حـ د بحيث د و = ٦ سم أثرت القوى التي مقاديرها ٦ ، ٢٠ ، ١٣√٣ ، ٢ نيوتن في الاتجاهات $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أحـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{أو}}$ ، $\overrightarrow{\text{أد}}$ على الترتيب أوجد المحصلة

الحل





$\text{حا ى} = \frac{٦}{١٠}$ ، $\text{حتا ى} = \frac{٨}{١٠}$

$\text{س} = ٦ - ٢٠ \times \frac{٨}{١٠} + ١٣\sqrt{٣}\ \text{حتا}٤٥ = ٣$

$\text{ص} = ٢ + ١٣\sqrt{٣}\ \text{حتا}٤٥ - ٢٠ \times \frac{٦}{١٠} = ٣$

$\text{ح} = \sqrt{(٣)^٢ + (٣)^٢} = ٣\sqrt{٢}$

$\text{ظاهـ} = \frac{٣}{٣}$ ، $\text{ق}(\hat{\text{هـ}}) = ٤٥^\circ$

اتزان الجسم الجاسئ تحت تأثير قوتين / ثلاث قوى

يتزن الجسم تحت تأثير قوتين إذا كانت

[١] متساويتان في المقدار [٢] متضادتان في الاتجاه

[٣] خط عملهما على استقامة واحدة

مثال (٢٧) ق١ ، ق٢ ، ق٣ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ١٢ ، ١٢√٣ ، ٢٤ نيوتن على الترتيب إذا كانت القوى متزنة أوجد قياس الزاوية بين ق١ ، ق٢

الحل

$\text{ح}^٢ = \text{ق}_١^٢ + \text{ق}_٢^٢ + ٢\,\text{ق}_١\,\text{ق}_٢\ \text{حتا ى}$

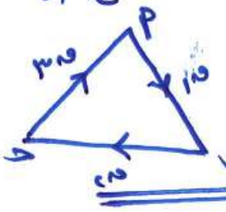
$(٢٤)^٢ = ١٢^٢ + (١٢\sqrt{٣})^٢ + ٢ \times ١٢ \times ١٢\sqrt{٣}\ \text{حتا ى}$

$\text{حتا ى} = \frac{(٢٤)^٢ - ١٢^٢ - (١٢\sqrt{٣})^٢}{٢ \times ١٢ \times ١٢\sqrt{٣}}$

$\therefore \text{ق}(\hat{\text{ى}}) = ٩٠^\circ$

قاعدة مثلث القوى

إذا أمكن تمثيل ثلاث قوى في ترتيب دوري واحد مأخوذة في أضلاع مثلث فإن القوى تتناسب مع أطوال أضلاعه



$\frac{\text{ق}_١}{\text{أب}} = \frac{\text{ق}_٢}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{ق}_٣}{\text{حـ أ}}$

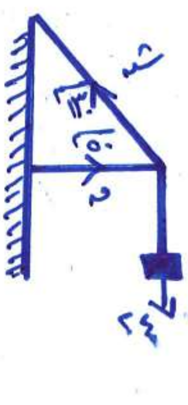
قاعدة لامي

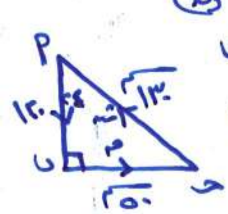
إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المقابلة

$\frac{\text{ق}_١}{\text{حا ى}_١} = \frac{\text{ق}_٢}{\text{حا ى}_٢} = \frac{\text{ق}_٣}{\text{حا ى}_٣}$

مثال (٢٨) علق ثقل مقداره ٢٤ نيوتن في أحد طرفي خيط طوله ١٣٠ سم والطرف الآخر مثبت في نقطة من حائط رأسي أثرت على الجسم قوة أفقية ق أوجد مقدار ق وكذلك الشد في الخيط عندما يكون الجسم على بعد ٥٠ سم من الحائط

الحل





بتطبيق مثلث القوى

$\text{أب} = \sqrt{١٣٠^٢ - ٥٠^٢} = ١٢٠$

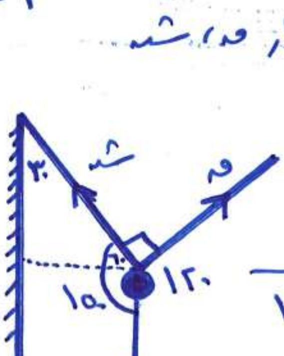
$\frac{\text{ق}}{٥٠} = \frac{\text{ش}}{١٣٠} = \frac{٢٤}{١٢٠}$

$\text{ق} = \frac{٢٤ \times ٥٠}{١٢٠} = ١٠$ نيوتن

$\text{ش} = \frac{٢٤ \times ١٣٠}{١٢٠} = ٢٦$ نيوتن

مثال (٢٩) أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ داين حتى صار الخيط يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الرأسي تحت تأثير قوة على الكرة في اتجاه عمودي على الخيط أوجد مقدار ق ، الشد

الحل



بتطبيق قاعدة لامي

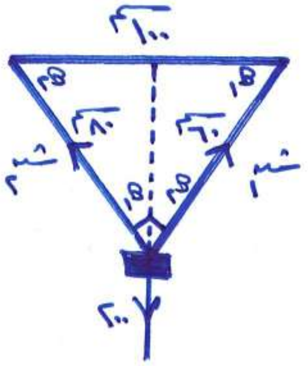
$\frac{\text{ق}}{\text{حا}١٥٠} = \frac{٦٠٠}{\text{حا}٩٠} = \frac{\text{ش}}{\text{حا}١٢٠}$

$\text{ق} = \frac{٦٠٠ \times \text{حا}١٥٠}{\text{حا}٩٠} = ٣٠٠$ داين

$\text{ش} = \frac{٦٠٠ \times \text{حا}١٢٠}{\text{حا}٩٠} = ٣٠٠\sqrt{٣}$ داين

مثال (٣٠) علقة ثقل مقداره ٢٠٠ ث جم بخيطين طولاهما ٦٠ سم ، ٨٠ سم من نقطتين على خط أفقي واحد البعد بينهما ١٠٠ سم أوجد مقدار الشد في كلا الخيطين

الحل



من عكس فيثاغورث

$(١٠٠)^2 = (٦٠)^2 + (٨٠)^2$

∴ △ قائم ويستخدم لامي

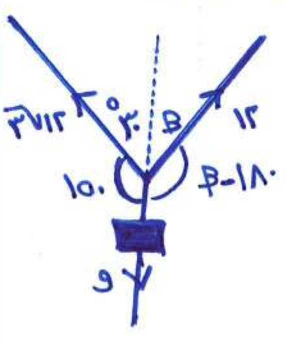
$\frac{ش_1}{جا هـ} = \frac{ش_2}{جا هـ} = \frac{٢٠٠}{حا ٩٠}$ ، $\frac{٨٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٦٠}{١٠٠}$

$ش_1 = \frac{٢٠٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠}}{حا ٩٠} = ١٦٠$ ث جم

$ش_2 = \frac{٢٠٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠}}{حا ٩٠} = ١٢٠$ ث جم

مثال (٣١) علقة ثقل وزنه و نيوتن بواسطة خيطين خفيفين يميلان على الرأسي بزاويتان هـ ، ٣٠° فاتزن الجسم عندما كان مقدار الشد في الخيط الأول ١٢ نيوتن والخيط الثاني ١٢√٣ نيوتن أوجد هـ ، و

الحل



$\frac{١٢}{حا ١٥٠} = \frac{١٢\sqrt{٣}}{\cancel{حا(١٨٠ - هـ)}\ حا هـ} = \frac{و}{حا(٣٠ + هـ)}$

$حا هـ = \frac{١٢\sqrt{٣} \times حا ١٥٠}{١٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق$(\hat{هـ}) = ٦٠°$

$و = \frac{١٢\sqrt{٣} \times حا ٩٠}{حا ٦٠} = ٢٤$ نيوتن

مثال (٣٢) علقة ثقل وزنه ٢٠٠ ث جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسي بزاوية قياسها هـ ويميل الخيط الآخر على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° إذا كان الشد في الخيط الأول ١٠٠ ث جم أوجد هـ ، $ش_2$

الحل

$\frac{٢٠٠}{حا(هـ + ٣٠)} = \frac{١٠٠}{حا ١٥٠} = \frac{ش_2}{\cancel{حا(١٨٠ - هـ)}\ حا هـ}$

$حا(هـ + ٣٠) = \frac{٢٠٠ \times حا ١٥٠}{١٠٠}$

$هـ + ٣٠ = ٩٠$ ∴ $هـ = ٦٠°$

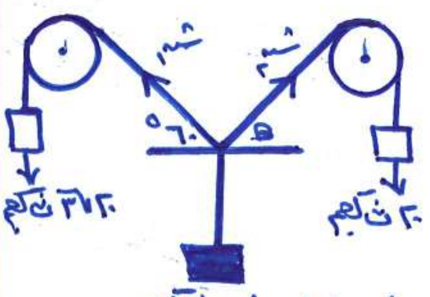
$ش_2 = \frac{١٠٠ \times حا ٦٠}{حا ٩٠} = ١٠٠\sqrt{٣}$ ث جم

مثال (٣٣) في الشكل المقابل

ملحوظة: الحلقتان ملساوتان

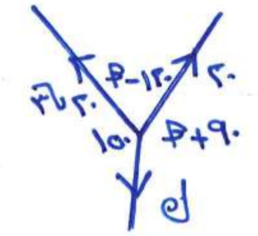
أوجد هـ ، ك

الحل



∵ الحلقتان ملساء

∴ الشد = الوزن في كل خيط ك ث كجم



$\frac{ك}{حا(١٢٠ - هـ)} = \frac{٢٠}{حا ١٥٠} = \frac{٢٠\sqrt{٣}}{\cancel{حا(٩٠ + هـ)}\ جتا هـ}$

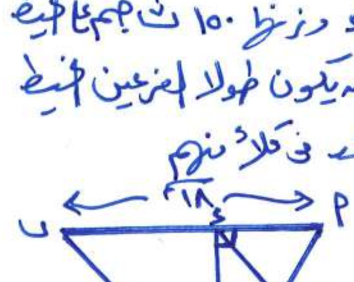
$جتا هـ = \frac{٢٠\sqrt{٣} \times حا ١٥٠}{٢٠} =$

∴ ق$(\hat{هـ}) = ٣٠°$

$ك = \frac{٢٠ \times حا(١٢٠ - ٣٠)}{حا ١٥٠} = ٤٠$ ث كجم

مثال (٣٤) خيط أملس طوله ٣٠ سم ربط من طرفيه في نقطتين أ، ب بحيث $\overline{أب}$ أفقي طوله = ١٨ سم إذا انزلقت حلقة ملساء وزنها ١٥٠ ث جم على الخيط أثبت أنه في وضع التوازن يكون طولا الجزئين الخيط متساويين ثم أوجد الشد في كل منهما

الحل



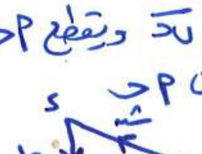
∵ الحلقة ملساء

∴ الشد في فرعي الخيط متساوي

نرسم $\overline{دو} \parallel \overline{بحـ}$ ويقطع أحـ في و

∴ و منتصف أحـ

مثلث القوى



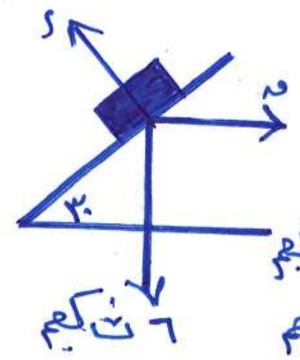
$\frac{ش}{٧٫٥} = \frac{ش}{٧٫٥} = \frac{١٥٠}{١٢}$

$ش = ش = \frac{١٥٠ \times ٧٫٥}{١٢}$

$= ٩٣٫٧٥$ ث جم

مثال (٣٥) وضع جسم وزنه ٦ ث كجم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° وحفظ في حالة توازن بواسطة قوة أفقية أوجد ق ، ر

الحل

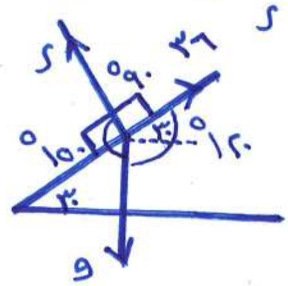


$\frac{ق}{حا ١٥٠} = \frac{ر}{حا ٩٠} = \frac{٦}{حا ١٢٠}$

$ق = \frac{٦ \times حا ١٥٠}{حا ١٢٠} = ٢\sqrt{٣}$ ث كجم

$ر = \frac{٦ \times حا ٩٠}{حا ١٢٠} = ٤\sqrt{٣}$ ث كجم

مثال ٣٦) وضع جسم وزنه و نيوتن على مستوى يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° وحفظ الجسم في حالة توازن تحت تأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى أحسب و ، ر



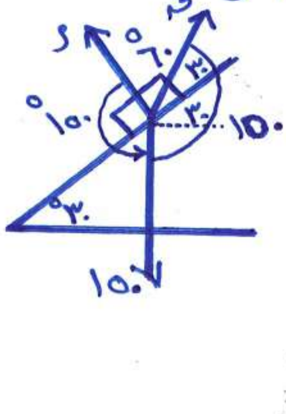
الحل

$$\frac{\text{ر}}{\text{حا}١٢٠} = \frac{\text{و}}{\text{حا}٩٠} = \frac{٣٦}{\text{حا}١٥٠}$$

$$\text{و} = \frac{٣٦ \times \text{حا}٩٠}{\text{حا}١٥٠} = ٧٢ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ر} = \frac{٣٦ \times \text{حا}١٢٠}{\text{حا}١٥٠} = ٣٦\sqrt{٣} \text{ نيوتن}$$

مثال ٣٧) وضع جسم وزنه ١٥٠ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية ظلها $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ووضع من الانزلاق بواسطة قوة تصنع مع اتجاه خط أكبر ميل للمستوى زاوية قياسها ٣٠° إلى أعلى أحسب ق ، ر



الحل

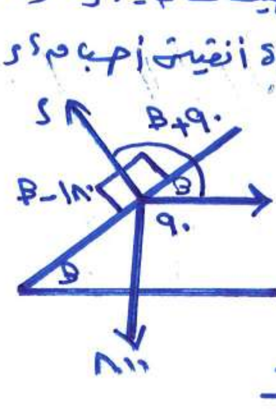
$\because$ ظا $هـ = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\therefore$ ق$(\hat{هـ}) = ٣٠°$

$$\frac{\text{ر}}{\text{حا}١٥٠} = \frac{١٥٠}{\text{حا}٦٠} = \frac{\text{ق}}{\text{حا}١٥٠}$$

$$\text{ق} = \frac{١٥٠ \times \text{حا}١٥٠}{\text{حا}٦٠} = ٥٠\sqrt{٣}$$

$$\text{ر} = \frac{١٥٠ \times \text{حا}١٥٠}{\text{حا}٦٠} = ٥٠\sqrt{٣}$$

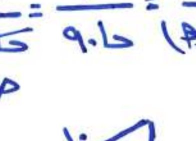
مثال ٣٨) وضع جسم وزنه ٨٠٠ ث.جم على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ حيث حا هـ = ٦و٠ وحفظ الجسم في حالة توازن بواسطة قوة أفقية أحسب ق ، ر



الحل

$$\frac{٨٠٠}{\cancel{\text{حا}(٩٠+هـ)}} = \frac{\text{ر}}{\text{حا}٩٠} = \frac{\text{ق}}{\cancel{\text{حا}(١٨٠-هـ)}}$$

$$\text{جتا}هـ \qquad\qquad \text{حا}هـ$$



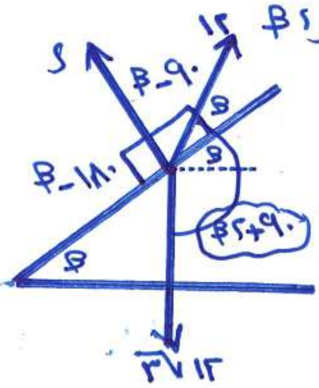
$$\text{حا}هـ = \frac{٦}{١٠}$$

$$\text{جتا}هـ = \frac{٨}{١٠}$$

$$\text{ق} = \frac{٨٠٠ \times \cancel{\text{حا}هـ}^{\frac{٦}{١٠}}}{\cancel{\text{جتا}هـ}_{\frac{٨}{١٠}}} = ٦٠٠ \text{ ث.جم}$$

$$\text{ر} = \frac{٨٠٠ \times \text{حا}٩٠}{\cancel{\text{جتا}هـ}_{\frac{٨}{١٠}}} = ١٠٠٠ \text{ ث.جم}$$

مثال ٣٩) وضع جسم وزنه $١٢\sqrt{٣}$ ث.جم على مستوى يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ وحفظ اتزان الجسم بواسطة قوة مقدارها ١٢ ث.جم تميل على المستوى لأعلى بزاوية قياسها هـ أحسب ر ، هـ



الحل

$$\frac{١٢}{\cancel{\text{حا}(١٨٠-هـ)}} = \frac{\text{ر}}{\cancel{\text{حا}(٩٠+٢هـ)}} = \frac{١٢\sqrt{٣}}{\cancel{\text{حا}(٩٠-هـ)}}$$

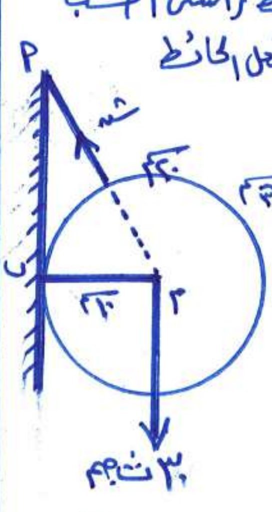
$$\text{حا}هـ \qquad \text{جتا}٢هـ \qquad \text{جتا}هـ$$

$$\frac{١٢}{\text{حا}هـ} = \frac{\text{ر}}{\text{جتا}٢هـ} = \frac{١٢\sqrt{٣}}{\text{جتا}هـ}$$

$$\frac{\text{حا}هـ}{\text{جتا}هـ} = \frac{١٢}{١٢\sqrt{٣}} \quad \therefore \text{ظا}هـ = \frac{١}{\sqrt{٣}} \quad \text{ق}(\hat{هـ}) = ٣٠°$$

$$\text{ر} = \frac{١٢\sqrt{٣} \times \text{جتا}٦٠}{\text{جتا}٣٠} = ١٢ \text{ ث.جم}$$

مثال ٤٠) كرة منتظمة ملساء طول نصف قطرها ١٠سم ووزنها ٣٠ ث.جم علقت من نقطة على سطحها بطرف خيط خفيف طوله ١٠سم مثبت طرفه الآخر على حائط رأسي أحسب في وضع التوازن الشد في الخيط ورد فعل الحائط



الحل

مثلث القوى أ ب م

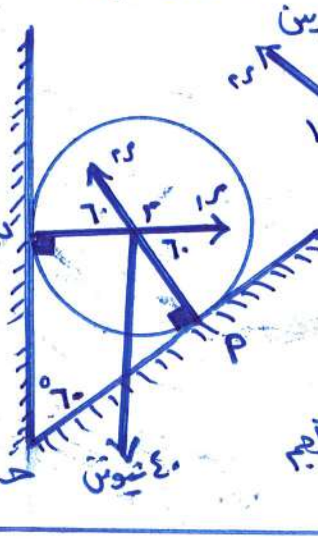
$$\text{أ ب} = \sqrt{٣٠^٢ - ١٠^٢} = ١٠\sqrt{٣}$$

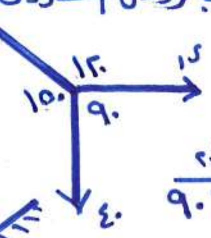
$$\frac{\text{ش}}{٢٠} = \frac{\text{ر}}{١٠} = \frac{٣٠}{١٠\sqrt{٣}}$$

$$\text{ش} = \frac{٣٠ \times ٢٠}{١٠\sqrt{٣}} = ٢٠\sqrt{٣} \text{ ث.جم}$$

$$\text{ر} = \frac{٣٠ \times ١٠}{١٠\sqrt{٣}} = ١٠\sqrt{٣} \text{ ث.جم}$$

مثال ٤١) كرة معدنية ملساء وزنها ٤٠ نيوتن يؤثر في مركزها موضوعة بين مستويين أملسين إحداهما رأسي والآخر يميل على الرأسي بزاوية ٦٠° أحسب ردي فعل المستويين



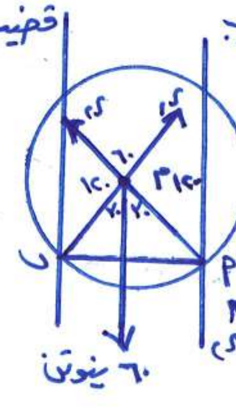


$$\frac{\text{ر}_١}{\text{حا}١٥٠} = \frac{٤٠}{\text{حا}١٢٠} = \frac{\text{ر}_٢}{\text{حا}٩٠}$$

$$\text{ر}_١ = \frac{٤٠ \text{ حا}١٥٠}{\text{حا}١٢٠} = \frac{٤٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ ث.كجم}$$

$$\text{ر}_٢ = \frac{٤٠ \times \text{حا}٩٠}{\text{حا}١٢٠} = \frac{٨٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ ث.كجم}$$

(مثال ٤١) كرة منتظمة ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان في مستوى أفقي واحد البعد بينهما يساوي طول نصف قطر الكرة أوجد الضغط على كلاً من القضيبين إذا كان وزن الكرة يساوي ٦٠ نيوتن

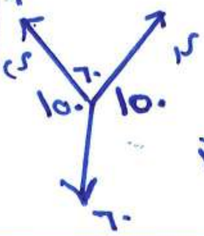


(الحل)

من المعطيات أ ب = نق

∴ أ م = م ب = أ ب = نق

∴ Δ أ ب م متساوي الأضلاع



$$\frac{ر_١}{جا ١٥٠} = \frac{ر_٢}{جا ١٥٠} = \frac{٦٠}{جا ٦٠}$$

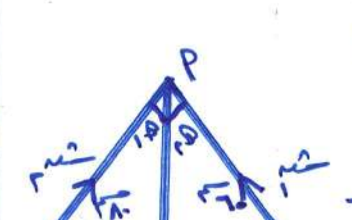
$$ر_١ = ر_٢ = \frac{٦٠ \times جا ١٥٠}{جا ٦٠} = ٢٠\sqrt{٣}$$

(مثال ٤٢) قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ووزنه ١٥٠ ث كجم علق من طرفيه تعليقاً حراً بواسطة خيطين ثبت طرفاهما في نقطة واحدة إذا كان طولا الخيطين ٨٠ سم ، ٦٠ سم أوجد الشد في كل الخيطين

(الحل)

$$∵ (١٠٠)^٢ = (٦٠)^٢ + (٨٠)^٢$$

∴ Δ قائم في أ

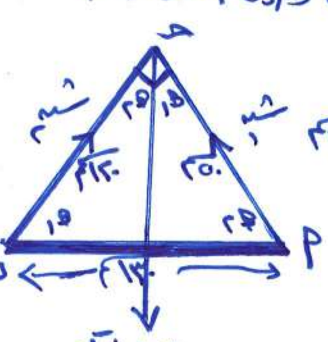


$$\frac{ش_١}{جتا هـ} = \frac{ش_٢}{جتا هـ} = \frac{١٥٠}{جا ٩٠}$$

$$ش_١ = \frac{١٥٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠}}{جا ٩٠} = ١٢٠ \text{ ث كجم}$$

$$ش_٢ = \frac{١٥٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠}}{جا ٩٠} = ٩٠ \text{ ث كجم}$$

(مثال ٤٣) أب ساق منتظمة طولها ١٣٠ سم وزنها ١٣٠ ث كجم علقت من طرفيها أ ، ب بحبلين ثبت طرفاهما في مسمار في نقطة حـ إذا كان الحبلان متعامدان وطول أ حـ = ٥٠ سم أوجد الشد في كلاً الحبلين



(الحل)

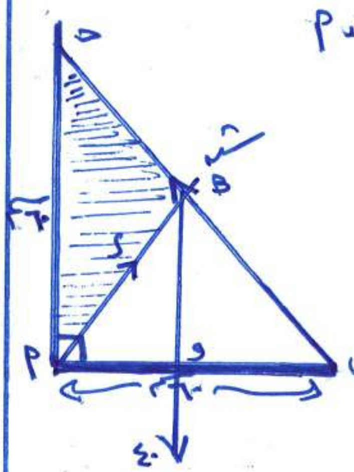
ب حـ من فيثاغورث $= \sqrt{١٣٠^٢ - ٥٠^٢} = ١٢٠$ سم

$$\frac{١٣٠}{جا ٩٠} = \frac{ش_١}{جتا هـ} = \frac{ش_٢}{جتا هـ}$$

$$ش_١ = \frac{١٣٠ \times \frac{٥٠}{١٣٠}}{جا ٩٠} = ٥٠ \text{ ث كجم}$$

$$ش_٢ = \frac{١٣٠ \times \frac{١٢٠}{١٣٠}}{جا ٩٠} = ١٢٠ \text{ ث كجم}$$

(مثال ٤٤) أب قضيب منتظم طوله ٦٠ سم ووزنه ٤٠ نيوتن متصل بمفصل في حائط رأسي عند أ حفظ في وضع أفقي بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب ب ومثبت بنقطة حـ على الحائط تعلو أ رأسياً بمسافة ٦٠ سم أوجد الشد في الخيط ورد فعل المفصل عند أ



(الحل)

و منتصف أب ، و ء // أ حـ

∴ ء منتصف ب حـ

$$ب حـ = \sqrt{٦٠^٢ + ٦٠^٢} = ٦٠\sqrt{٢}$$

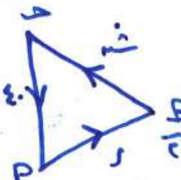
$$∴ حـ ء = ٣٠\sqrt{٢} \text{ سم}$$

$$و ء = \frac{١}{٢} أ حـ = ٣٠ \text{ سم}$$

Δ القوى حـ ء أ

أ ء متوسط خارج من رأس القائمة

$= \frac{١}{٢}$ طول الوتر $= ٣٠\sqrt{٢}$

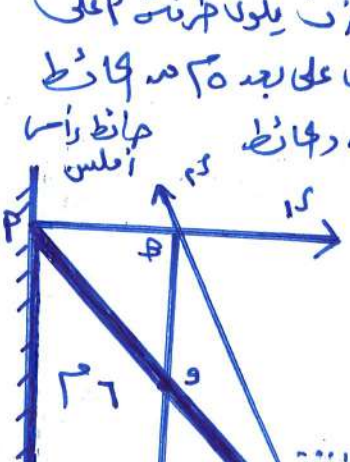


$$\frac{ش}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{ر}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{٤٠}{٦٠}$$

$$ر = \frac{٤٠ \times ٣٠\sqrt{٢}}{٦٠} = ٢٠\sqrt{٢}$$

$$ش = \frac{٤٠ \times ٣٠\sqrt{٢}}{٦٠} = ٢٠\sqrt{٢}$$

(مثال ٤٥) أب سلم وزنه ٧٢ ث كجم يرتكز بطرفه أ على حائط رأسي و ب على أرض أفقية خشنة إذا كان السلم في وضع التوازن يكون طرفه أ على بعد ٦ م من الأرض وطرفه ب على بعد ٢٫٥ م من الحائط أوجد رد فعل كلاً من الأرض والحائط

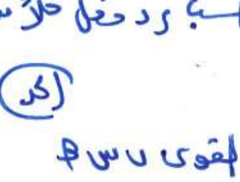


(الحل)

Δ القوى ب س ء

ب ء = ٦ م ب س = ٢٫٥ م

$$ب ء = \sqrt{٦^٢ + ٢٫٥^٢} = ٦٫٥ \text{ م}$$



$$\frac{ر_١}{٢٫٥} = \frac{ر_٢}{٦٫٥} = \frac{٧٢}{٦}$$

$$ر_١ = \frac{٧٢ \times ٢٫٥}{٦} = ٣٠ \text{ ث كجم} \qquad ر_٢ = \frac{٧٢ \times ٦٫٥}{٦} = ٧٨ \text{ ث كجم}$$

(ملحوظة)
- رد فعل الحائط الأملس عمودي على الحائط
- رد فعل الأرض الخشنة غير معلوم الاتجاه ويتم توصيله بنقطة تقاطع الوزن مع رد فعل الحائط

مثال (٤٦) أب قضيب منتظم وزنه ٢٠ ث كجم متصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي أثرت عليه قوة أفقية عند ب أتزن القضيب وهو يميل ع الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° أوجد مقدار كل من القوة ورد الفعل

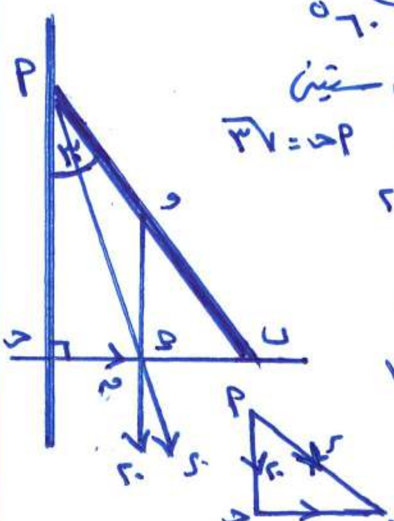
الحل

ق(∠ث) = ١٨٠ − ٣٠ − ٩٠ = ٦٠°

∴ Δ أ ب حـ مثلث ثلاثيني ستيني

ونفرض أضلاعه ب حـ = ١ ، أ حـ = √٣

أ ب = ٢



Δ القوى أ حـ ء

أ حـ = √٣ ، ء حـ = ½

أ ء = √((½)² + (√٣)²) = ١,٥

٢٠/√٣ = ق/½ = ر/١,٥

ق = (٢٠ × ½)/√٣ = ١٠√٣/٣ ث كجم

ر = (٢٠ × ١,٥)/√٣ = ١٠√٣ ث كجم

الهندسة الفراغية

الهرم المنتظم

المساحة الجانبية = ½ × محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

حجم الهرم = ⅓ × مساحة القاعدة × الارتفاع

ملحوظة

مساحة المضلع المنتظم عدد أضلاعه ن

ن/٤ × س² × ظا(٩٠ − ١٨٠/ن) ، س طول الضلع

أ/ سعد حجازي
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتي بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

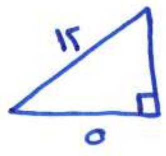
مثال (١) هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ٢٤٠ سم² ارتفاعه الجانبي ١٢ سم احسب ارتفاع الهرم وحجمه

الحل

المساحة الجانبية = ½ × محيط القاعدة × ع جـ

١٢ × (س × ٤) × ½ = ٢٤٠

٢٤ س = ٢٤٠ ، س = ٢٤٠/٢٤ = ١٠ سم



ع = √(١٢² − ٥²) = √١١٩ سم

حجم الهرم = ⅓ × (١٠ × ١٠) × √١١٩

= ١٠٠/٣ √١١٩ سم³

مثال (٢) هرم رباعي منتظم مساحة قاعدته ١٤٤ سم² حجمه ٣٨٤ سم³ أوجد ع ، ع جـ ، المساحة الجانبية

الحل

الحجم = ⅓ × مساحة القاعدة × ع

٣٨٤ = ⅓ × ١٤٤ × ع ، ع = ٨ سم

طول ضلع القاعدة = √١٤٤ = ١٢ سم

ع جـ = √(٦² + ٨²) = ١٠ سم

المساحة الجانبية = ½ × (١٢ × ٤) × ١٠ = ٢٤٠ سم²

مثال (٣) هرم رباعي حجمه ٤٠٠ سم³ والنسبة بين طول ضلع قاعدته : ارتفاعه = ٥ : ٦ أحسب المساحة الجانبية

الحل

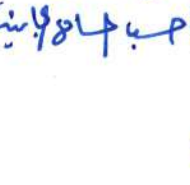
حجم الهرم = ⅓ × مساحة القاعدة × ع

٤٠٠ = ⅓ × (٥س × ٥س) × ٦س

٤٠٠/٥٠ = ٥٠/٥٠ س³ ، ∛٨ = ∛س³ ، س = ٢

∴ طول ضلع القاعدة = ٥ × ٢ = ١٠ سم

ارتفاع الهرم = ٦ × ٢ = ١٢ سم



ع = √(٥² + ١٢²) = ١٣ سم

∴ المساحة الجانبية = ½ × (١٠ × ٤) × ١٢ = ٢٤٠ سم²

مثال ٤ أحسب لأقرب رقم عشري واحد حجم هرم خماسي منتظم طول ضلع قاعدته ١٦ سم ارتفاعه ١٢ سم

الحل

مساحة مضلع خماسي = $\frac{ن}{٤} \times س^٢ \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{ن})$

= $\frac{٥}{٤} \times ١٦^٢ \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{٥}) = ٤٤٠,٤$ سم²

الحجم = $\frac{١}{٣} \times ٤٤٠,٤ \times ١٢ \simeq ١٧٦٢$ سم³

مثال ٥ هرم سداسي منتظم طول ضلع قاعدته ١٢ سم ارتفاعه الجانبي $١٠\sqrt{٣}$ سم أحسب

(١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية

الحل

المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢} \times (١٢ \times ٦) \times ١٠\sqrt{٣} = ٦٢٣,٥$ سم²

المساحة مضلع السداسي = $\frac{٦}{٤} \times ١٢^٢ \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{٦})$

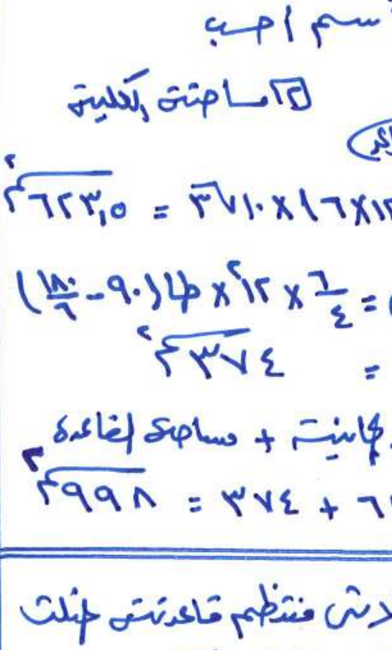
= ٣٧٤ سم²

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= ٦٢٣,٥ + ٣٧٤ = ٩٩٨ سم²

مثال ٦ م أ ب حـ هرم ثلاثي منتظم قاعدته مثلث أ ب حـ طول ضلع قاعدته ٦ سم ارتفاعه ٤ سم أحسب ارتفاعه الجانبي

الحل



المركز الهندسي للهرم الثلاثي نقطة تقاطع متوسطات المثلث ن

∵ حـ س متوسط

∴ Δ حـ ب س قائم في س

∴ حـ س = $\sqrt{٦^٢ - ٣^٢} = ٣\sqrt{٣}$ سم

∴ حـ ن = $٢\sqrt{٣}$ ، ن س = $\sqrt{٣}$

Δ حـ م ن قائم في ن حـ م = $\sqrt{٤^٢ + (٢\sqrt{٣})^٢} = ٢\sqrt{٧}$ طول الحرف

Δ م ن س قائم في ن

∴ م س = $\sqrt{٤^٢ + (\sqrt{٣})^٢} = \sqrt{١٩}$ سم

∴ الارتفاع الجانبي

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتي بالتفوق

المخروط

نق = $\frac{المحيط}{٢ط}$ نق = $\sqrt{\frac{المساحة}{ط}}$

المساحة الجانبية = ط ل نق

المساحة الكلية = ط نق (ل + نق)

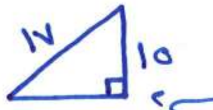
الحجم = $\frac{١}{٣}$ ط نق² ع

ملحوظة طول القوس = محيط القاعدة

طول القوس = $\frac{المركزية}{٣٦٠} \times ٢ ط$ نق

مثال ٧ مخروط دائري قائم طول راسمه ١٧ سم ارتفاعه ١٥ سم أحسب مساحته الكلية وحجمه

الحل



نق = $\sqrt{١٧^٢ - ١٥^٢} = ٨$ سم

المساحة الكلية = ط × ٨ (١٧ + ٨) = ٢٠٠ط سم²

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط × ٨² × ١٥ = ٣٢٠ط سم³

مثال ٨ مخروط دائري قائم مساحته الكلية ٩٦ط سم² طول راسمه ١٠ سم أحسب نق و حجم

الحل

المساحة الكلية = ط نق (ل + نق)

$\cancel{ط}$ ٩٦ = $\cancel{ط}$ نق (١٠ + نق)

٩٦ = ١٠ نق + نق²

نق² + ١٠ نق - ٩٦ = ٠ $\cancel{نق = -١٦}$ نق = ٦ سم

الحجم = $\frac{١}{٣}$ × ط × ٦² × ٨ = ٩٦ط سم³

مثال ٩ قطاع دائري م أ ب طول نصف قطر دائرته ١٨ سم قياس زاويته المركزية ٦٠° أحسب حجم المخروط

الحل

طول القوس = $\frac{٦٠}{٣٦٠} \times ٢ط \times ١٨ = ٦ط$ سم

نق = $\frac{المحيط}{٢ط} = \frac{٦ط}{٢ط} = ٣$ سم   ل = ١٨ سم

ع = $\sqrt{١٨^٢ - ٣^٢} = ٣\sqrt{٣٥}$

الحجم = $\frac{١}{٣}$ × ط × ٣² × $٣\sqrt{٣٥}$ = ١٦٧,٢٧ سم³

مثال ١٠ [١١٢]

مكعب من الشمع طول حرفه ٢٠ سم صُهر وحول الى مخروط دائري قائم ارتفاعه ٢١ سم أوجد نق اذا علم أن ١٢٪ من الشمع قد فقد أثناء عملية الصهر والتحول

الحل

$حجم المكعب = ٢٠ \times ٢٠ \times ٢٠ = ٨٠٠٠ \text{ سم}^3$

$حجم المخروط = ٨٠٠٠ \times ٨٨٪ = ٧٠٤٠ \text{ سم}^3$

$\cancel{حجم المخروط} = \frac{1}{3} ط\, نق^2\, ع$

$٧٠٤٠ = \frac{1}{3} \times ط \times نق^2 \times ٢١$

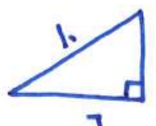
$نق^2 = \frac{٧٠٤٠}{٧ط} = ٣٢٠$

$نق = \sqrt{٣٢٠} \simeq ١٧,٨ \simeq ١٨ \text{ سم}$

مثال ١١ مخروط دائري قائم مساحة قاعدته ٣٦ط سم² طول راسمه ١٠ سم احسب
① المساحة الجانبية ② المساحة الكلية ③ الحجم

الحل

$نق = \sqrt{\frac{المساحة}{ط}} = \sqrt{\frac{٣٦ط}{ط}} = ٦ \text{ سم}$



$ع = \sqrt{١٠^2 - ٦^2} = ٨$

$\therefore المساحة الجانبية = ط \times ١٠ \times ٦ = ٦٠ط \text{ سم}^2$

$المساحة الكلية = ط \times ٦ (١٠ + ٦) = ٩٦ط \text{ سم}^2$

$الحجم = \frac{1}{3} ط\, نق^2 ع = \frac{1}{3} ط \times ٦^2 \times ٨ = ٩٦ط \text{ سم}^3$

مثال ١٢ مخروط قائم محيط قاعدته ١٨ط سم وطول راسمه ١٥ سم احسب مساحته الجانبية وحجمه

الحل

$نق = \frac{المحيط}{٢ط} = \frac{١٨ط}{٢ط} = ٩ \text{ سم}$

$ع = \sqrt{١٥^2 - ٩^2} = ١٢ \text{ سم}$

$المساحة الجانبية = ط \times ١٥ \times ٩ = ١٣٥ط \text{ سم}^2$

$المساحة الكلية = ط \times ٩ (٩ + ١٥) = ٢١٦ط \text{ سم}^2$

$الحجم = \frac{1}{3} ط \times ٩^2 \times ١٢ = ٣٢٤ط \text{ سم}^3$

معادلة الدائرة

مثال ١ كون معادلة الدائرة التي مركزها (-٢، ٣) وطول نصف قطرها ٥ سم

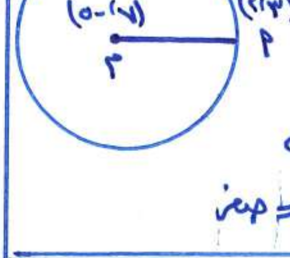
الحل

$(س + ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٢٥$

$س^2 + ص^2 + ٤س - ٦ص - ١٢ = ٠$

مثال ٢ كون معادلة الدائرة التي مركزها (٧، -٥) وتمر بالنقطة أ(٣، ٢)

الحل



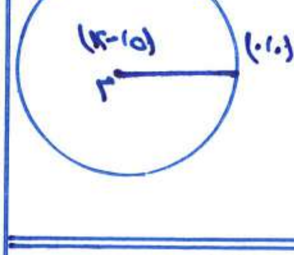
$نق = \sqrt{(٣ - ٧)^2 + (٢ - -٥)^2} = \sqrt{٥٦}$

$(س - ٧)^2 + (ص + ٥)^2 = ٥٦$

$س^2 + ص^2 - ١٤س + ١٠ص + ١٨ = صفر$

مثال ٣ كون معادلة الدائرة التي مركزها م(٥، -١٢) وتمر بنقطة الأصل

الحل



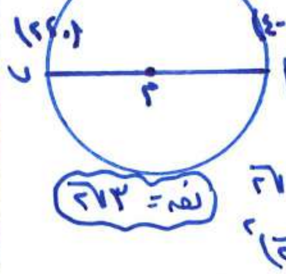
$نق = \sqrt{(٠ - ٥)^2 + (٠ - -١٢)^2} = ١٣$

$(س - ٥)^2 + (ص + ١٢)^2 = ١٣^2$

$س^2 + ص^2 - ١٠س + ٢٤ص = صفر$

مثال ٤ كون معادلة الدائرة التي $\overline{أب}$ قطر فيها أ(٦، -٤) ب(٠، ٢)

الحل



$المركز = \left(\frac{٦ + ٠}{٢}، \frac{-٤ + ٢}{٢}\right) = (٣، -١)$

$القطر = \sqrt{(٦ - ٠)^2 + (-٤ - ٢)^2} = ٦\sqrt{٢}$ نق = ٣√٢

$(س - ٣)^2 + (ص + ١)^2 = (٣\sqrt{٢})^2$

$س^2 + ص^2 - ٦س + ٢ص - ٦٢ = صفر$

مثال ٥ كون معادلة الدائرة التي مركزها (٣، -٤) وتمس محور السينات

القيمة المطلقة ص

الحل

$\because$ الدائرة تمس محور السينات $\therefore نق = ٤$

$(س - ٣)^2 + (ص + ٤)^2 = ١٦$

$س^2 + ص^2 - ٦س + ٨ص + ٩ = صفر$

الصف الثاني الثانوي   **مراجعة ليلة الامتحان تطبيقية (الاستاتيكا) + (الفراغية)**

[١] القوة تتعين تعيناً تاماً بمعرفتنا ......

(أ) مقدارها   (ب) اتجاهها
(ج) نقطة تأثيرها   (د) كل ما سبق

[٢] قوتان مقدارهما ٦، ٨ نيوتن محصلتهما يمكن أن تكون ...... نيوتن

(أ) ٢٠   (ب) ١٥   (ج) ١٢   (د) ١

ح ∈ [٢ ، ١٤] ∴ ح = ١٢

[٣] قوتان متلاقيتان في نقطة مادية مقدارهما ٣، ٦ نيوتن ومحصلتهما عمودية على القوة إحداهما فإن مقدار المحصلة = ... نيوتن

(أ) ٣   (ب) ٣√٣   (ج) ٦   (د) ٣√٦

المحصلة عمودية على إحداهما
∴ المحصلة عمودية مع الصغرى

٣ + ٦ جتا ى = ٠   جتا ى = $-\frac{٣}{٦}$ ى = ١٢٠°

ح = $\sqrt{٣^2 + ٦^2 + ٢ \times ٣ \times ٦}$ جتا ١٢٠ = ٣√٣

[٤] قوتان مقدارهما ٦، ٢,٥ نيوتن ومقدار المحصلة ٦,٥ نيوتن فإن الزاوية بين القوتين نوعها ......

(أ) حادة   (ب) قائمة   (ج) منفرجة   (د) مستقيمة

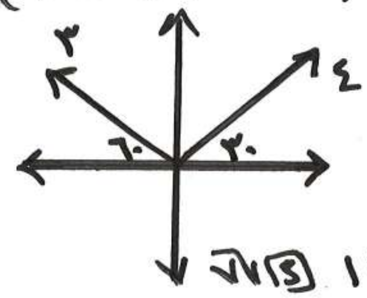
$(٦,٥)^2 = ٦^2 + (٢,٥)^2 + ٢ \times ٦ \times ٢,٥$ جتا ى

جتا ى = $\frac{(٦,٥)^2 - ٦^2 - (٢,٥)^2}{٢ \times ٦ \times ٢,٥}$ = ٠   ى = ٩٠°

[٥] قوتان متعامدتان مقدارهما ٦، ٨ نيوتن تؤثران في نقطة مادية فإن قياس زاوية ميل المحصلة مع القوة الأولى

(أ) جا$^{-1}$ $\frac{٤}{٣}$ (ب) جتا$^{-1}$ $\frac{٤}{٣}$ (ج) ظا$^{-1}$ $\frac{٤}{٣}$ (د) ظا$^{-1}$ $\frac{٣}{٤}$

[٦] في الشكل المقابل



|ح| = ...

(أ) ٧   (ب) ٥   (ج) ١   (د) √٧

ح = $\sqrt{٤^2 + ٣^2 + ٢ \times ٣ \times ٤}$ جتا ٩٠ = ٥

[٧] قوتان مقدارهما ق، ٢ق نيوتن المحصلة عمودية على القوة الأولى فإن قياس الزاوية بين القوتين

(أ) صفر   (ب) $\frac{\pi}{٢}$ (ج) $\frac{٢\pi}{٣}$ (د) π

ق + ٢ق جتا ى = صفر

جتا ى = $-\frac{١}{٢}$ ى = ١٢٠°

[٨] قوتان مقدارهما ١٢، ١٧ نيوتن الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة للمحصلة = ٢٩ − ٥ = ٢٤

(أ) ٢٩   (ب) ٥   (ج) ١٤   (د) ٢٤

[٩] إذا كانت النسبة بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى لمحصلة قوتين كنسبة ٤ : ١ فإن النسبة بين القوتين = ...

(أ) ٤ : ١   (ب) ٥ : ٣   (ج) ٣ : ١   (د) ٣ : ٢

$\frac{ق_١ + ق_٢}{ق_١ - ق_٢} \times \frac{٤}{١}$ $ق_١ + ق_٢ = ٤ق_١ - ٤ق_٢$

$ق_٢ + ٤ق_٢ = ٤ق_١ - ق_١$

$٥ق_٢ = ٣ق_١$

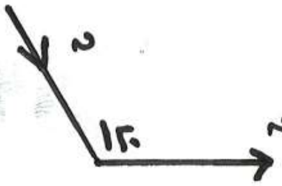
[١٠] $\overline{ق_١} = ٣\overline{س} + ٢\overline{ص}$ $\overline{ق_٢} = ٢\overline{ص}$

فإن $\|\overline{ح}\|$ = ...

(أ) $٣\overline{س} + ٤\overline{ص}$ (ب) ٥   (ج) ٧   (د) ١

$\overline{ح} = ٣\overline{س} + ٤\overline{ص} \Leftarrow \|\overline{ح}\| = \sqrt{٣^2 + ٤^2} = ٥$

[11] في الشكل المقابل



مقدار المحصلة = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ ق (ب) ق (ج) $\sqrt{3}$ ق (د) $\sqrt{5}$ ق

$ح = \sqrt{ق^2 + (-ق)^2 + 2 \times ق \times -ق \text{ جتا } 120} = \sqrt{3}$ ق

[12] إذا كانت $\vec{ح} = \vec{ق_1} + \vec{ق_2}$ ، $\|\vec{ح}\| = |\vec{ق_1}| - |\vec{ق_2}|$

فإن قياس الزاوية بين القوتين = ...°

(أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) π

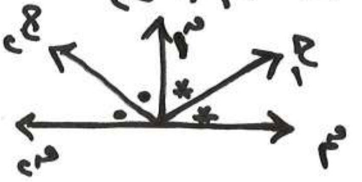
أصغر قيمة للمحصلة

[13] إذا كانت $\vec{ح_1}$ هي محصلة $\vec{ق_1}$ ، $\vec{ق_2}$ وكانت $\vec{ح_2}$ هي محصلة $\vec{ق_1}$ ، $-\vec{ق_2}$ وكان $|\vec{ق_1}| = |\vec{ق_2}|$

فإن ....

(أ) $\vec{ح_1} \perp \vec{ح_2}$ (ب) $\vec{ح_1} = \vec{ح_2}$

(ج) $|\vec{ح_1}| = |\vec{ح_2}|$ (د) $\vec{ح_1} \parallel \vec{ح_2}$



[14] قوتان متلاقيتان في نقطة مقدارهما ق1 ، ق2

حيث $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ حيث $5 \le ق_1 \le 20$

$12 \le ق_2 \le 21$ وكانت ح المحصلة فإن ....

(أ) $13 \le ح \le 29$ (ب) $0 \le ح \le 41$

(ج) $13 \le ح \le 41$ (د) $17 \le ح \le 29$

$17 \le ق_1 + ق_2 \le 41$ وتتحقق عندما $\theta = 0$

$5^2 + 12^2 \le ق_1^2 + ق_2^2 \le 20^2 + 21^2$

$169 \le ق_1^2 + ق_2^2 \le 841$

$\sqrt{169} \le \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2} \le \sqrt{841}$

$13 \le ح \le 41$ عندما $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

[15] قوتان مقدارهما ق ، ق نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس المحصلة ق نيوتن فإن ك = ...

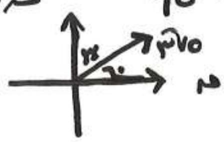
(أ) 120° (ب) 60° (ج) 45° (د) 90°

ح = 2 ق جتا $\frac{ه}{2}$ جتا $\frac{ه}{2} = \frac{1}{2}$

ك = 2 ك جتا $\frac{ه}{2}$ ه = 120°

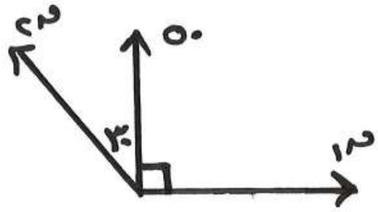
[16] قوة مقدارها $5\sqrt{3}$ نيوتن تؤثر في اتجاه 30° شرق الشمال حللت إلى مركبتين متعامدتين مقدار مركبتها في اتجاه الشرق = ...

(أ) 5 (ب) 7.5 (ج) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (د) 15



ق = $\frac{5\sqrt{3} \text{ جا } 30}{\text{جا } 90}$

[17] في الشكل المقابل



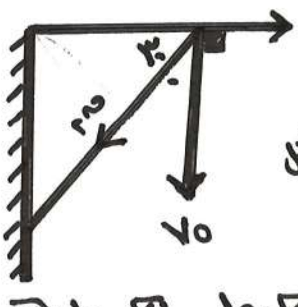
ق1 + ق2 = ...

(أ) 50 (ب) 25 (ج) $50\sqrt{2}$ (د) $50\sqrt{3}$

ق1 = $\frac{50 \text{ جا } 30}{\text{جا } 120}$ = ق2 = $\frac{50 \text{ جا } 90}{\text{جا } 120}$

ق1 + ق2 = $50\sqrt{3}$

[18] في الشكل المقابل حللت القوة 75 نيوتن إلى مركبتين ق1 أفقية وق2 كما بالشكل



ق2 = ...

(أ) 75 (ب) $75\sqrt{3}$ (ج) 150 (د) $150\sqrt{3}$

ق2 = $\frac{75 \text{ جا } 90}{\text{جا } 150} = 150$

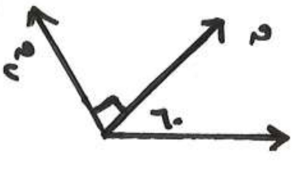
[19] إذا وضع جسم وزنه و على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ه فإن مركبة الوزن في اتجاه المستوى = ...

(أ) و جتا ه (ب) و جا ه (ج) و ظا ه (د) و

[20] بتحليل القوة التي مقدارها ق نيوتن إلى مركبتين ق₁ ، ق₂ اللتين تصنعان معاً زاويتي 60° ، 90° مع جهتين ومختلفتين مع خط عمل القوتين على الترتيب

ق₁ = ...

(أ) 2 ق₂ (ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ق₂ (ج) ~~$\frac{2}{\sqrt{3}}$~~ ق₂ (د) $\frac{1}{2}$ ق₂

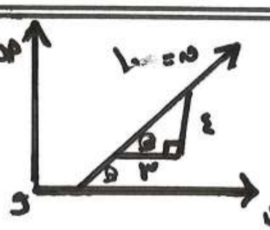


ق₁ = $\frac{\text{ق حا } 90}{\text{حا } 150}$ = 2 ق

ق₂ = $\frac{\text{ق حا } 60}{\text{حا } 150}$ = ق $\sqrt{3}$

$\frac{ق_1}{ق_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ∴ ق₁ = $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ق₂

[21] مركبة القوة في اتجاه و س تساوي ...... نيوتن



(أ) 10 (ب) ~~6~~ (ج) 8 (د) $\frac{40}{3}$

ق = 10 × جتا هـ = 10 × $\frac{3}{5}$ = $\boxed{6}$

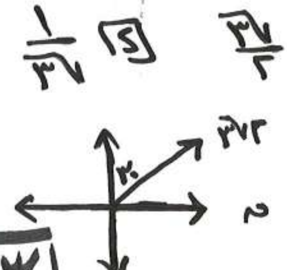
[22] قوة مقدارها 6 نيوتن تعمل في اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها في اتجاه الشمال الشرقي تساوي ...... نيوتن

(أ) 6 (ب) ~~$3\sqrt{2}$~~ (ج) $2\sqrt{3}$ (د) صفر

6 جتا 45 = $3\sqrt{2}$

[23] قوة مقدارها $2\sqrt{3}$ نيوتن تعمل في اتجاه 30° شرق الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها في اتجاه الشرق = ... نيوتن

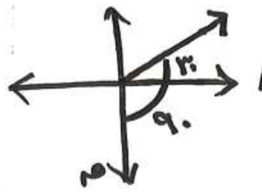
(أ) 3 (ب) ~~$\sqrt{3}$~~ (ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (د) $\frac{1}{\sqrt{3}}$



ق = $\frac{2\sqrt{3} \text{ جا } 30}{\text{جا } 90}$ = $\sqrt{3}$

[24] قوة مقدارها 8 نيوتن تعمل في اتجاه الشرق تم تحليلها إلى مركبتين الزاوية بينهما 120° فإن مركبتها في اتجاه الجنوب = ...

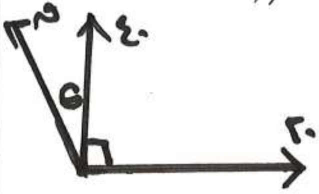
(أ) 16 (ب) 8 (ج) $8\sqrt{3}$ (د) ~~$\frac{8\sqrt{3}}{3}$~~



ق = $\frac{8 \text{ حا } 30}{\text{حا } 120}$ = $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

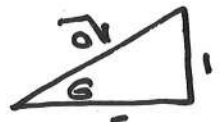
[25] قوة مقدارها 40 نيوتن تؤثر رأسياً لأعلى تم تحليلها إلى مركبتين إحداهما أفقية ومقدارها 20 نيوتن فإن مقدار المركبة الأخرى = ...

(أ) $20\sqrt{2}$ (ب) $20\sqrt{3}$ (ج) ~~$20\sqrt{5}$~~ (د) $20\sqrt{7}$



20 = $\frac{40 \text{ حا هـ}}{\text{حا}(90 + \text{هـ})}$

20 = $\frac{40 \text{ حا هـ}}{\text{جتا هـ}}$



∴ ظا هـ = $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

ق₂ = $\frac{40 \text{ حا } 90}{\text{حا}(90 + \text{هـ})}$ = $\frac{40 \text{ حا } 90}{\frac{2}{\sqrt{5}}}$ = $20\sqrt{5}$

[26] ق₁ = 3 س − 4 ص ، ق₂ = أ س − 2 ص

ق₃ = 5 س + ب ص ، ح = 7 س − 4 ص

احسب قيمة أ + ب = ...

(أ) −1 (ب) 2 (ج) ~~1~~ (د) 3

3 + أ + 5 = 7 ، −4 − 2 + ب = −4

أ + 8 = 7 ، −6 + ب = −4

أ = −1 ، ب = −4 + 6 = 2

أ + ب = −1 + 2 = 1

أ/ سعد حجازي
مدرس الرياضيات البحتة و التطبيقية
مع تمنياتي بالتفوق
01282619484

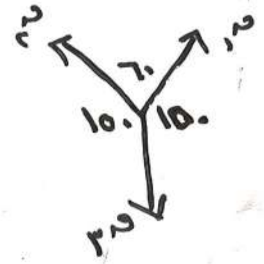
[٣٥] إذا اتزن جسم تحت تأثير عدة قوى مستوية فإن أقل عدد من القوى التي تحدث الاتزان هو ------

(أ) ١   ~~(ب) ٢~~   (ج) ٣   (د) ٤

[٣٦] ثلاث قوى مستوية ومتزنة تحت تأثير نقطة مادية قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠° وقياس الزاوية بين الثانية والثالثة ١٥٠° فإن النسبة بين مقادير القوى هي ------

~~(أ) ١ : ١ : √٣~~   (ب) ١ : ٢ : √٣

(ج) √٣ : √٣ : ١   (د) √٣ : √٣ : ١



$\frac{ق_1}{حا ١٥٠} = \frac{ق_2}{حا ١٥٠} = \frac{ق_3}{حا ٦٠}$

حا١٥٠ : حا١٥٠ : حا٦٠

$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$ × ٢

١ : ١ : √٣

[٣٧] أي من المجموعات الآتية لا يمكن أن تكون متزنة

(أ) ١٠ نيوتن ، ١٠ نيوتن ، ٥ نيوتن

~~(ب) ٤ نيوتن ، ٦ نيوتن ، ١٠ نيوتن~~

(ج) ١١ نيوتن ، ٧ نيوتن ، ٨ نيوتن

(د) ٨ نيوتن ، ٤ نيوتن ، ١٤ نيوتن

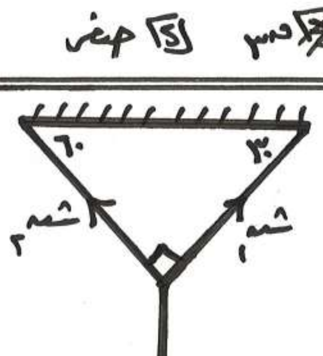
[٣٨] إذا كانت $\vec{ق_1}$ ، $\vec{ق_2}$ ، $\vec{ق_3}$ ثلاث قوى متلاقية في نقطة فإن مقدار محصلة $\vec{ق_1}$ ، $\vec{ق_2}$ هو ------

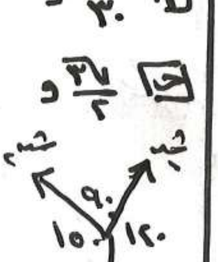
(أ) ق١   (ب) ق١ + ق٢ + ق٣   ~~(ج) -ق٣~~   (د) صفر

[٣٩] شد١ = ------

(أ) $\frac{1}{3}$ و   ~~(ب) $\frac{1}{2}$ و~~

(ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و   (د) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ و





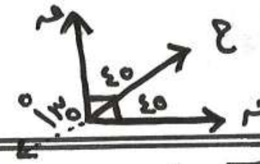
$\frac{شد_1}{حا ١٥٠} = \frac{شد_2}{حا ١٢٠} = \frac{و}{حا ٩٠}$

$شد_1 = \frac{و \times حا ١٥٠}{حا ٩٠} = \frac{1}{2}$ و

١٦

[٤٠] القوة التي تتزن مع القوتين المتعامدتين ق ، ق نيوتن تصنع زاوية قياسها مع أحد القوتين = ------°

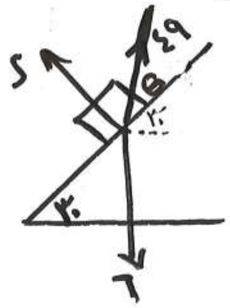
(أ) ٩٠°   (ب) ١٢٠°   ~~(ج) ١٣٥°~~   (د) ١٥٠°

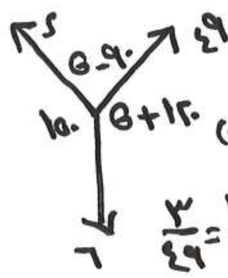


أي في الاتجاه المضاد لخط عمل المحصلة

[٤١] وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° وحفظ في حالة توازن بقوة مقدارها ٤٩ نيوتن وتصنع مع اتجاه خط أكبر ميل المستوى زاوية قياسها θ فإن جتا θ = ------

~~(أ) $\frac{3}{49}$~~   (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{3}{5}$ (د) $\frac{4}{5}$



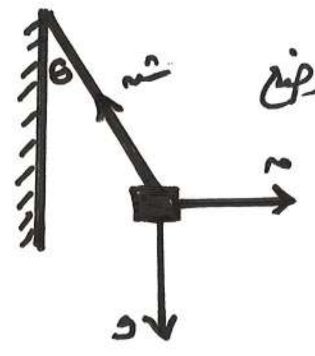


$\frac{٤٩}{حا ١٥٠} = \frac{٦}{جتا θ} = \frac{ر}{حا(θ+١٢٠)}$

$جتا θ = \frac{٦ \times حا ١٥٠}{٤٩} = \frac{3}{49}$

[٤٢] في الشكل المقابل

أي من الجمل الآتية غير صحيح في وضع الاتزان



[١] ق = و ظا θ

[٢] $\vec{و} + \vec{ش} + \vec{ق} = صفر$

[٣] ش² = ق² + و²

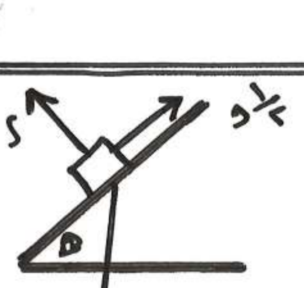
~~[٤] ش = ق + و~~

[٤٣] في الشكل المقابل

ق(∠θ) = ------°

~~(أ) ٣٠°~~   (ب) ٦٠°

(ج) ٤٥°   (د) ١٥



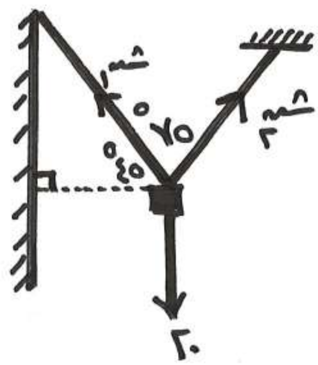
$\frac{و}{حا ٩٠} = \frac{ر}{حا(٩٠+θ)} = \frac{\frac{1}{2} و}{حا(١٨٠-θ)}$

$حا θ = \frac{\frac{1}{2} و \times حا ٩٠}{و} = \frac{1}{2}$ θ = ٣٠°

[٤٤] في الشكل المقابل

ش١ / ش٢ = -----

[أ] ١/٢   ~~[ب]~~ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ [ج] ٢/٣   [د] $\frac{\sqrt{3}}{2}$



ش١ / ش٢ = حا١٥٠ / حا١٣٥ ⟸ ش٢ / حا١٣٥ = ش١ / حا١٥٠ = ٢٠ / حا٧٥

ش١ / ش٢ = ١ / √٢

[٤٥] قوتان مقدارهما ٥ ، ٥√٢ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ويحصران بينهما زاوية ٤٥° فإن ح = ---

[أ] ٥   ~~[ب]~~ ٥√٥   [ج] ١٠   [د] ١٠√٥

[٤٦] جسم وزنه ٤٠ ث جم موضوع على مستوى يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° فإن مركبة الوزن في الاتجاه العمودي على المستوى = ----- ث جم

[أ] ٤٠   [ب] ٤٠√٣   [ج] ٢٠   ~~[د]~~ ٢٠√٣

العمودي = و جتا θ = ٤٠ × جتا٣٠ = ٢٠√٣

[٤٧] اذا كان $\overrightarrow{ق_1}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ − ٨ $\overrightarrow{ص}$

المحصلة $\overrightarrow{ح}$ = ٢أ $\overrightarrow{س}$ − ٥ ب $\overrightarrow{ص}$

فإن أ + ب = ٣ + ٢ = ٥

[أ] ١   [ب] ٣   ~~[ج]~~ ٥   [د] ٧

٢ + ٤ = ٢أ ⟸ أ = ٣   −٢ − ٨ = −٥ب ⟸ ب = ٢

[٤٨] قوة مقدارها ٤√٢ نيوتن تعمل في اتجاه الشرق تم تحليلها الى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها في اتجاه الشمال الشرقي = ٤√٢ جتا٤٥

~~[أ]~~ ٤   [ب] صفر   [ج] ٢   [د] ٢√٢

[٤٩] قوتان مقدارهما ٦ ، ق ث كجم تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° اذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية ٤٥° على ق

ق = -----

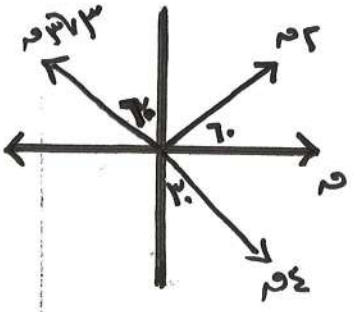
[أ] ٦   ~~[ب]~~ ٦√٢   [ج] ١٢   [د] ١٢√٢

ظا٤٥ = ٦ حا١٣٥ / (ق + ٦ جتا١٣٥) ⟸ ق + ٦ جتا١٣٥ = ٦ حا١٣٥

ق = ٦ حا١٣٥ − ٦ جتا١٣٥ = ٦√٢

[٥٠] أربع قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ق ، ٢ ق ، ٣√٣ ق ، ٤ ق ث كجم وقياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠° والثانية والثالثة ٩٠° والثالثة والرابعة ١٥٠° فإن ||$\overrightarrow{ح}$|| = ---

~~[أ]~~ ق   [ب] ٢ق   [ج] ٣ق   [د] ٤ق

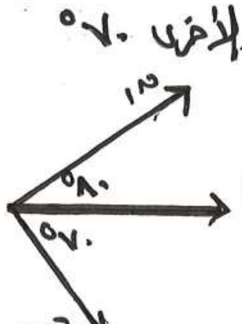


$\overrightarrow{س}$ = ق + ٢ق جتا٦٠ + ٤ق حا٣٠ − ٣√٣ق حا٦٠ = −½ ق

$\overrightarrow{ص}$ = ٢ق حا٦٠ + ٣√٣ق جتا٦٠ − ٤ق جتا٣٠ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ق

ح = $\sqrt{(-\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}$ = ١ق

[٥١] حلل قوة مقدارها ٢٠٠ داين في اتجاهين يميل أولهما على القوة بزاوية ٨٠° والآخر ٧٠°

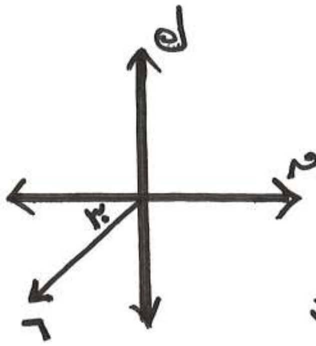


ق١ = ٢٠٠ حا٧٠ / حا١٥٠ =

ق٢ = ٢٠٠ حا٨٠ / حا١٥٠ =

[٥٢] أثرت القوى التي مقاديرها ق ، ك ، ٦ نيوتن في نقطة مادية في اتجاهات الشرق ، الشمال ، ٣٠° جنوب الغرب إذا كانت المحصلة ٨ نيوتن في اتجاه ٣٠ شمال الشرق أحسب ق ، ك

(حل)



ح = (٨ ، ٣٠°)

س = ٨ جتا ٣٠ = ٤√٣

ص = ٨ جا ٣٠ = ٤

س = ق − ٦ جتا ٣٠ = ٤√٣

∴ ق = ٤√٣ + ٦ جتا ٣٠ = $\boxed{٧\sqrt{٣}}$

ص = ك − ٦ جا ٣٠ = ٤

ك = ٤ + ٦ جا ٣٠ = $\boxed{٧}$

---

[٥٣] قوتان مقدارهما ٢ق ، ٥ق ومقدار المحصلة ٣ق فإن ى = ...

(أ) صفر (ب) ٣٠° (ج) ٩٠° (د) ١٨٠°

٣ق تعتبر قيمة صغرى

---

[٥٤] قوتان مقدارهما ٣ ، ق والزاوية بينهما ١٢٠° إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الأولى

ق = ...

(أ) ١,٥ (ب) ٣ (ج) ٣√٢ (د) ٦

٣ + ق جتا ١٢٠ = ٠

ق = $\frac{-٣}{جتا ١٢٠}$ = ٦

---

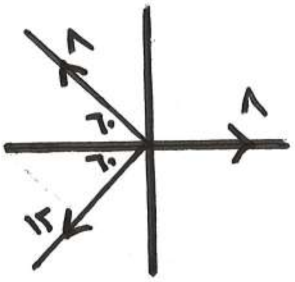
[٥٥] القيمة الصغرى للمحصلة لقوتين مقدارهما ١٥ ، ١٠ تؤثران في نقطة مادية

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) ٢٥

---

[٥٦] ثلاث قوى مقاديرها ٨ ، ٨ ، ١٢ نيوتن تؤثر في نقطة مادية في اتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوي الأضلاع مأخوذة في ترتيب دوري واحد فإن المحصلة ح = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨



س = ٨ − ٨ جتا ٦٠ − ١٢ جتا ٦٠ = −٢

ص = ٨ جا ٦٠ − ١٢ جا ٦٠ = −٢√٣

ح = $\sqrt{٢^٢ + (٢\sqrt{٣})^٢}$ = ٤

---

[٥٧] أ ، ب ، ء ثلاث نقاط تعين مستوى فإن

(أ) أب = ب ء = ء أ (ب) أب + ب ء = أ ء

(ج) أب + ب ء > أ ء (د) أب + ب ء < أ ء

---

[٥٨] أ ب ج ء مربع طول ضلعه ١٠ سم ، هـ منتصف ب ج أثرت القوى ٢ ، ٧√٥ ، ٤√٢ ، ٤٢ نيوتن في الاتجاهات ب ج ، ب هـ ، ب أ ، ب ء على الترتيب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

---

[٥٩] أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تعين

(أ) مستوى (ب) ٢ مستوى (ج) ٣ مستويات (د) ٤ مستويات

---

[٦٠] حجم مخروط دائري محيط قاعدته ٤٤ سم وارتفاعه ١٥ سم = ... سم³

(أ) ٧٧ (ب) ١٠٥ (ج) ١١٠ (د) ٧٧٠

نق = $\frac{المحيط}{٢ط}$ = $\frac{٤٤}{٢ط}$ = ٧ سم

الحجم = $\frac{١}{٣}$ ط نق² ع = ٧٧٠ سم³

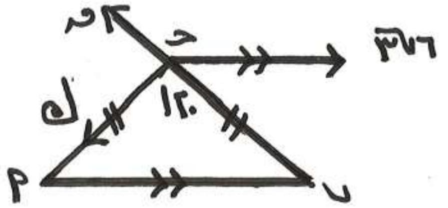
---

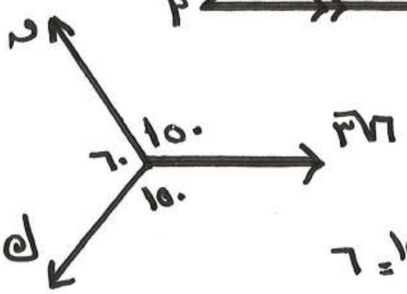
[٦١] حجم مخروط دائري قائم مساحة قاعدته ٣٦ط سم² وارتفاعه ٨ سم = ...

نق = $\sqrt{\frac{المساحة}{ط}}$ = $\sqrt{\frac{٣٦ط}{ط}}$ = ٦

الحجم = $\frac{١}{٣}$ ط × ٦² × ٨ = ... سم³

٦١ إذا كانت المتجهات متزنة أوجد قيمة (م، ل)





$\frac{ل}{حا ١٥٠} = \frac{م}{حا ١٥٠} = \frac{٣\sqrt{٦}}{حا ٦٠}$

$م = ل = \frac{٣\sqrt{٦} \times حا ١٥٠}{حا ٦٠} = ٦$

---

٦٣ إذا تضاعفت طول ضلع قاعدة هرم رباعي منتظم فإن حجمه ......

(أ) يتضاعف　(ب) يتضاعف ٣ مرات

~~(ج)~~ يتضاعف ٤ مرات　(د) لا يتغير

---

٦٤ صويت قطعة من الورق المقوى على شكل قطاع دائري طول نصف قطر قاعدته ٣٦ سم وقياس زاويته المركزية ٢١٠° لتصبح مخروط دائري قائم أوجد ارتفاع المخروط

الحل

القطاع　نق = ٣٦

$θ = ٢١٠$

$ل = \frac{٢١٠}{٣٦٠} \times ٢π \times ٣٦ = ٤٢π$

المخروط　ل = ٣٦　محيط القاعدة = ٤٢π

$نق = \frac{٤٢π}{٢π} = ٢١$ سم

$ع = \sqrt{٣٦^٢ - ٢١^٢} = ٢٩$ سم

---

٦٥ النسبة بين حجم هرم ثلاثي منتظم وحجم أكبر مخروط علم وضعت بداخل الهرم ......

~~(أ)~~ $\frac{٣\sqrt{٣}}{π}$　(ب) $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢π}$　(ج) $\frac{\sqrt{٣}}{π}$　(د) $\frac{٣\sqrt{٣}}{٤π}$

---

٦٦ أقل عدد من المستويات تحدد مجسم هو ......

(أ) ٣　~~(ب)~~ ٤　(ج) ٢　(د) ٥

---

٦٧ شكل سداسي منتظم مركزه الهندسي نقطة الأصل ومساحته ٣√٣ سم² فمعادلة الدائرة المارة برؤوسه ......

~~(أ)~~ $س^٢ + ص^٢ = ٢$　(ب) $س^٢ + ص^٢ = ٤$

(ج) $س^٢ + ص^٢ = ٦$　(د) $س^٢ + ص^٢ = ٨$

$مساحة القاعدة = \frac{ن}{٤} \times س^٢ \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{ن})$

$٣\sqrt{٣} = \frac{٦}{٤} \times س^٢ \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{٦})$

$س^٢ = \frac{٣\sqrt{٣}}{\frac{٦}{٤} \times ظا(٩٠ - \frac{١٨٠}{٦})} = ٢$

∴ $س = \sqrt{٢}$　ومنه نق = $\sqrt{٢}$

نصف حجم كرة = حجم مخروط فإن ......

(أ) $ع = \frac{٢}{٣}$ نق　~~(ب)~~ ع = ٢نق　(ج) ع = ٢نق²

$حجم الكرة = \frac{٤}{٣} π نق^٣$

$حجم الأسطوانة = \frac{١}{٣} π نق^٢ ع$

$\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣} π نق^٣ = \frac{١}{٣} π نق^٢ ع$

ع = ٢نق

---

٦٨ جميع الحالات تعين مستوى فيما عدا ......

(١) مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه　(٢) مستقيمين متوازيين

(٣) مستقيمين متقاطعين　~~(٤)~~ مستقيمين متخالفين

---

٦٩ أي قوتين مما يأتي لا يمكن أن تكون مقدار المحصلة التي قيمتها ٤ نيوتن ......

(أ) ٢، ٤　(ب) ٣، ٣

~~(ج)~~ ٢، ٦　(د) ٣، ٨

الحل

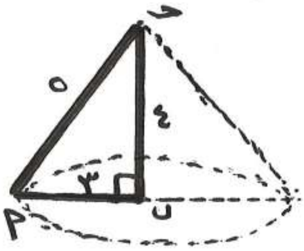
(أ) ح ∈ [٢، ٦]　(ب) ح ∈ [٠، ٦]

(ج) ح ∈ [٤، ٨]　(د) ح ∈ [٥، ١١]

[٧٠] أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه

أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم أوجد حجم الجسم الناشئ

من دوران المثلث أ ب حـ حول $\overleftrightarrow{ب حـ}$ دورة كاملة



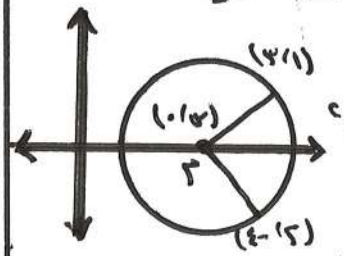
الحل

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ ط نق^2 ع

= $\frac{1}{3}$ × ط × ٣^2 × ٤

= ١٢ ط سم^3

[٧١] كون معادلة الدائرة المارة بالنقطتين (١، ٣) ، (٢، -٤) ومركزها يقع على محور السينات



الحل

$\sqrt{(س-١)^2+(٠-٣)^2} = \sqrt{(س-٢)^2+(٠+٤)^2}$

(س - ١)^2 + ٩ = (س - ٢)^2 + ١٦

~~س^2~~ - ٢س + ١ + ٩ = ~~س^2~~ - ٤س + ٤ + ١٦

-٢س + ١٠ = -٤س + ٢٠

٢س = ١٠ ، س = ٥

∴ المركز = (٥، ٠) ، نق = $\sqrt{(٥-١)^2+(٠-٣)^2}$ = ٥

(س - ٥)^2 + (ص - ٠)^2 = ٢٥

$\boxed{س^2 + ص^2 - ١٠س = ٠}$

[٧٢] مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٥ سم

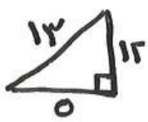
مساحته الكلية ٩٠ط سم^2 حجمه = ---

(أ) ١٠٥ط (ب) ٩٠ط (جـ) ~~١٠٠ط~~ (د) ١٢٠ط

المساحة الكلية = ط نق (ل + نق)

٩٠ط = ط × ٥ (٥ + ل)

٩٠ = ٢٥ + ٥ل ⇐ ل = ١٣



الحجم = $\frac{1}{3}$ × ط × ٥^2 × ١٢ = ١٠٠ ط سم^3

[٧٣] المعادلة $\begin{vmatrix} س & -ص \\ ص & س \end{vmatrix}$ = ٣٦ معادلة الدائرة ...

التي نصف قطرها ---- وحدة طولية

(أ) ٣٦ (ب) ~~٦~~ (جـ) ٩ (د) ١٨

س^2 + ص^2 = ٣٦ ، نق = ٦

[٧٤] المساحة الكلية لهرم ثلاثي منتظم الأوجه

طول حرفه ل = ... سم^2

المساحة الكلية = ٤ × مساحة المثلث

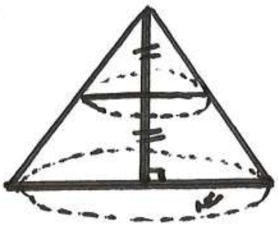
= ٤ × $\frac{1}{2}$ × ل × ل × حا ٦٠ = $\sqrt{3}$ ل^2

[٧٥] النسبة بين المساحة الجانبية

للمخروط الصغير : المساحة الجانبية للمخروط الكبير

(أ) ١ : ٢ (ب) ~~١ : ٤~~

(جـ) ١ : ٦ (د) ١ : ٨



الصغير : الكبير

~~ط~~ ل نق : ~~ط~~ × ٢ل × ٢نق

١ : ٤

[٧٨] عدد المستويات التي تحمل أوجه الهرم الخماسي

(أ) ٥ (ب) ~~٦~~ (جـ) ١٠ (د) لانهائي

[٧٩] النقطة التي تقع في الدائرة (س - ٣)^2 + ص^2 = ١٣

(أ) (٢، ٣) (ب) (٣، -٢) (جـ) (٢، ٥) (د) ~~(٤)~~ (١، ٣)

[٧٩] هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته ١٨ سم

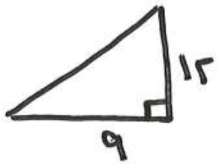
حجمه ١٢٩٦ سم^3 أحسب ارتفاعه الجانبي

الحل

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ (مساحة القاعدة) × ع

١٢٩٦ = $\frac{1}{3}$ (١٨ × ١٨) × ع

ع = $\frac{١٢٩٦}{\frac{1}{3}(١٨ \times ١٨)}$ = ١٢



ع جـ = $\sqrt{١٢^2 + ٩^2}$ = ١٥ سم

[٨١] النسبة بين المساحة الجانبية لهرم ثلاثي منتظم

الأوجه إلى مساحته الكلية = ------

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : ٤ (جـ) ~~٣ : ٤~~ (د) ١ : ٢

٨١ مخروط دائري حجمه ٧٢π سم³ ومحيط قاعدته ٦π سم
احسب ارتفاعه
(ع)

نق = المحيط / ٢π = ٦π / ٢π = ٣ سم

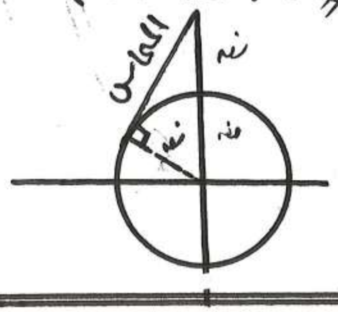
~~الحجم~~ = ١/٣ π نق² ع

٧٢π = ١/٣ π × ٣² × ع   ع = ٧٢/٣ = ٢٤ سم

---

٨٢ طول القطعة المماسة المرسومة للدائرة
س² + ص² = نق² من النقطة (٠، ٢نق) = ...

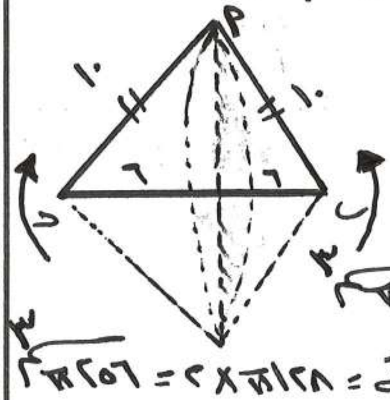
(أ) نق²   (ب) ٢نق   (ج) ~~√٣ نق~~   (د) √٣/٢ نق



المماس = √((٢نق)² − نق²)
= √٣ نق

---

٨٣ أ ب ج مثلث متساوي الساقين أب = أج = ١٠ سم
ب ج = ١٢ سم دار دورة كاملة حول قاعدته ب ج
احسب حجم الجسم الناشئ من الدوران
(أ)



ل = ١٠ سم   نق = ٨ سم
ع = ٦ سم

حجم المخروط
١/٣ π × ٨² × ٦ = ١٢٨π سم³

حجم الجسم الناشئ كله = ١٢٨π × ٢ = ٢٥٦π سم³

---

٨٤ قوتان متلاقيتان في نقطة مقدارهما ق١، ق٢
حيث ٠ ≤ ق١ ≤ ١٣   ٨ ≤ ق٢ ≤ ١٧
قياس الزاوية بينهم ١٨٠° مقدار المحصلة ح تكون

(أ) ٣ ≤ ح ≤ ٤   (ب) ٠ ≤ ح ≤ ٤
(ج) ~~٠ ≤ ح ≤ ١٧~~   (د) ٥ ≤ ح ≤ ١٧

ح = √(٠² + ٨² + ٢ × ٠ × ٨ جتا١٨٠) = ٨
ح = √(١٣² + ١٧² + ٢ × ١٣ × ١٧ جتا١٨٠) = ٤

---

٨٥ إذا كان المستقيم ل // المستوى س   أ ∈ س
ل ∩ س = ...

(أ) ~~∅~~   (ب) ل   (ج) {أ}   (د) س

---

٨٦ إذا كانت ح محصلة قوتين ق١، ق٢   ق٢ > ق١
فإن الشرط الأساسي لكي تجعل ح ⊥ ق١

(أ) ح² = ق١² + ق٢²   (ب) ~~ح² = ق٢² − ق١²~~
(ج) ق١ ⊥ ق٢   (د) جميع ما سبق

---

٨٧ إذا كانت س² + ص² + ٢(جتاθ)س − ٢(جاθ)ص − ٨ = ٠
تمثل معادلة دائرة فإن نق = ...

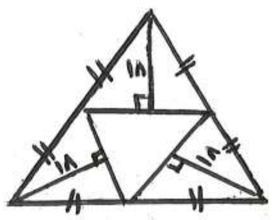
(أ) √٧   (ب) ٢√٢   (ج) ~~٣~~   (د) ٨

م(−جتاθ، جاθ)

نق = √(جا²θ + جتا²θ + ٨) = ٣

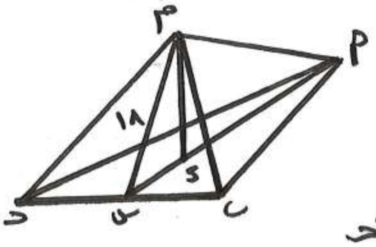
---

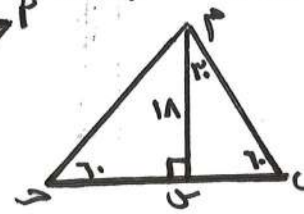
٨٨ أوجد مساحته الكلية
والحجم عند الشكل
(أ)



هرم ثلاثي ارتفاع جانبه ١٨

في Δ م ب ج متساوي الأضلاع





ب س = ١/٢ طوله   جا٦٠ = ١٨ / م ب   م ب = ١٨ / جا٦٠ = ١٢√٣

∴ م ب = ١٢√٣   ب س = ٦√٣

في Δ م ب س قائم في س   م ب = ١٢√٣   ب س = ٦√٣

∴ م س = √((١٢√٣)² − (٦√٣)²) = ١٨

د نقطة تقاطع متوسطات Δ   م د = ١٢ سم   د س = ٦ سم
ثلثين   ثلث

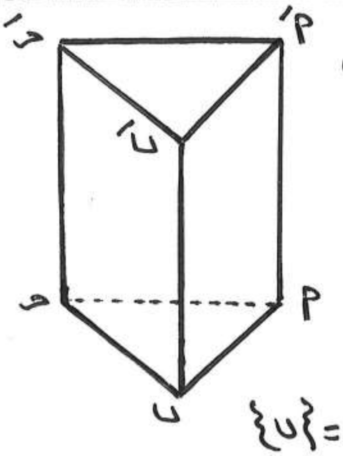
Δ أ د س قائم في د   د س = ٦ سم   أ س = ١٨

∴ أ د = √(١٨² − ٦²) = ١٢√٢

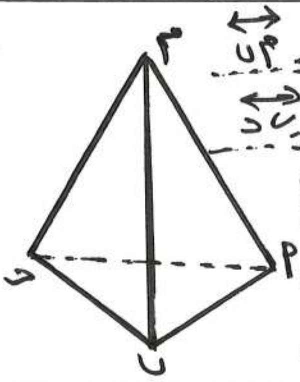
المساحة الكلية = ٤ × (١/٢ × ١٢√٣ × ١٢√٣ × جا٦٠) = ٧٤٨ سم²

الحجم = ١/٣ (١/٢ × ١٢√٣ × ١٢√٣ × جا٦٠) × ١٢√٢ = ١٠٥٨ سم³

1. عدد المستقيمات التي تمر بنقطة واحدة لا نهائي
2. عدد المستقيمات التي تمر بنقطتين ---- ١
3. عدد المستويات التي تمر بنقطتين لا نهائي
4. عدد المستويات التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ---- ١
5. المستقيم ل // المستوى س ، ل ∩ س = ∅
6. المستقيم ل ⊂ المستوى س ، ل ∩ س = ل
7. المستقيمان ل١ ، ل٢ متخالفان ، ل١ ∩ ل٢ = ∅
8. ينطبق المستويان إذا اشتركا في ٣ نقاط ليست على استقامة
9. المستقيمات الرأسية المختلفة في الفراغ تكون متوازية
10. إذا اشترك مستقيم ومستوى في نقطتين فإن المستقيم يقع بالكامل داخل المستوى
11. أقل عدد من المستويات يمكن أن تحدد مجسم هو ٤ ويكون الهرم الثلاثي
12. م نقطة لا تنتمي للمستوى الذي يضم النقاط أ ، ب ، ج فإن المستقيم $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ يقطع المستوى في نقطة
13. المستويان غير المتوازيين يتقاطعان في خط مستقيم



1. المستوى أ ب ب' أ' ∩ المستوى ب ج ج' ب' = $\overleftrightarrow{\text{ب ب'}}$
2. المستوى أ ب ج ∩ المستوى أ' ب' ج' = ∅
3. $\overleftrightarrow{\text{أ ج}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ' ج'}}$ = ∅
4. $\overleftrightarrow{\text{ب ب'}}$ ∩ المستوى أ ب ج = {ب}



1. المستوى م أ ب ∩ المستوى م ب ج = $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$
2. المستوى م ب ج ∩ المستوى م أ ج = $\overleftrightarrow{\text{م ج}}$
3. $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ ∩ المستوى أ ب ج = {ب}
4. المستوى م أ ب ∩ المستوى م ب ج ∩ المستوى م أ ج = {م}

هرم رباعي قاعدته معين طولا قطريه ١٢ ، ٨ سم وارتفاعه ١٠ سم حجمه = ----

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (ج) ~~١٦٠~~ (د) ٢٠٠

الحجم = $\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٨) × ١٠ = ١٦٠

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين

أوجد قيمة ك التي تجعل الدائرتان متماستان

م : (س + ٢)² + (ص + ١١)² = ك

ن : (س − ٣)² + (ص − ١)² = ١٦

(٤١)

مركز الأولى م (−٢ ، −١١) نق = √ك

مركز الثانية ن (٣ ، ١) نق = ٤

م ن = √((−٢ − ٣)² + (−١١ − ١)²) = ١٣

م ن = مجـ الـ نق ± نق

√ك + ٤ = ١٣ | √ك − ٤ = ١٣
√ك = ١٣ − ٤ | √ك = ١٣ + ٤
√ك = ٩ (ك = ٨١) | √ك = ١٧ (ك = ٢٨٩)

المعادلة $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ت ص} \\ \text{ت ص} & \text{س} \end{vmatrix}$ = ٤٩ نق = ----

س² − ت² ص² = ٤٩ ← س² + ص² = ٤٩ (نق = ٧)

أ/ سعد حجازي
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتي بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤