

الأسئلة المقالية

(١) أوجد قيمة w ، v في كل مما يأتي:

$$(١) (٣ ، ٤ + w) = (٠ - ٥v ، ٢)$$

$$(٢) (٦ ، ٢w) = (١ + v ، ٤)$$

الحل

$$(١) (٣ ، ٤ + w) = (٠ - ٥v ، ٢)$$

$$٣ = ٠ - ٥v$$

$$٠ + ٣ = ٥v$$

$$\frac{٣}{٥} = v$$

$$v = \frac{٣}{٥}$$

$$٢ = ٤ + w$$

$$٤ - ٢ = w$$

$$w = ٢$$

$$(٢) (٦ ، ٢w) = (١ + v ، ٤)$$

$$٦ = ١ + v$$

$$١ - ٦ = v$$

$$v = -٥$$

$$٤ = ٢w$$

بأخذ الجذر التربيعي

$$\sqrt{٤} = \pm ٢ = w$$

$$w = \pm ٢$$

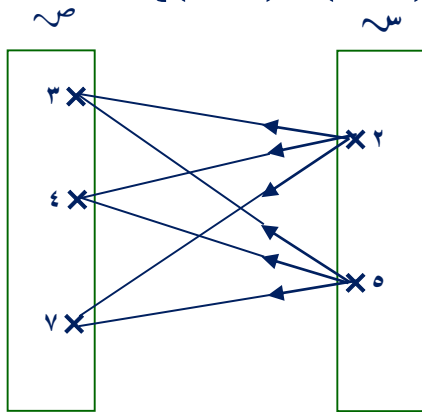
(٢) إذا كانت $S = \{٠ ، ٢\}$ ، $V = \{٧ ، ٤ ، ٣\}$ اوجد :

(١) $S \times V$ مثلعا بمنظط سهمي وبياني

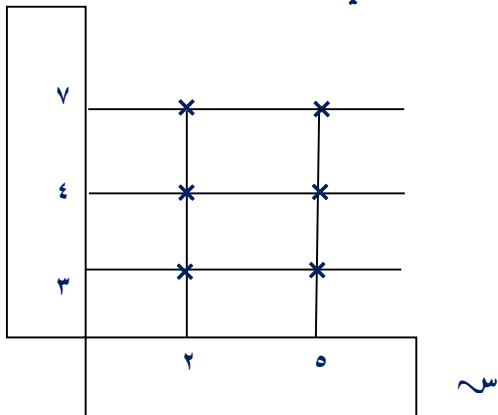
(٢) $V \times S$

الحل

$$(١) \{٧ ، ٤ ، ٣\} \times \{٠ ، ٢\} = S \times V = \{(٣ ، ٠) ، (٧ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ٢)\} = \{(٧ ، ٠) ، (٤ ، ٠)\}$$



منظط سهمي لـ $S \times V$



منظط بياني "ديكارتى" لـ $V \times S$

$$(٢) V \times S = \{٧ ، ٤ ، ٣\} \times \{٠ ، ٢\} = \{(٠ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (٠ ، ٣) ، (٢ ، ٣)\} = \{(٠ ، ٣) ، (٢ ، ٣)\}$$

تدريب: أوجد قيمة a ، b في كل مما يأتي:

$$(١) (١ - ٢a ، ٢-) = (٢٦ ، ٧ - a)$$

$$(٢) (٢\sqrt{٣} ، ٣٢) = (١ + b ، ٩)$$

الحل



(٤) إذا كان

$$\{ (0, 1), (3, 1), (1, 1) \} = \text{ص} \times \text{س} = \text{أوجد:}$$

$$(1, \text{س}), \text{ص}, (2, \text{ص} \times \text{س}), (3, \text{ص})$$

الحل

$$\{ 0, 3, 1 \} = \text{ص} \quad \{ 1 \} = \text{س}$$

$$\{ (1, 0), (1, 3), (1, 1) \} = \text{ص} \times \text{س}$$

$$9 = 3 \times 3 = (\text{ص}^2)$$

(٥) إذا كانت $\text{س} = \{ 3, 4, 2, 1 \}$

$$\text{ص} = \{ 6, 0, 4, 3, 2, 1 \}$$

س إلى ص حيث "أ-ب" تعني $v = b + 1$ لك

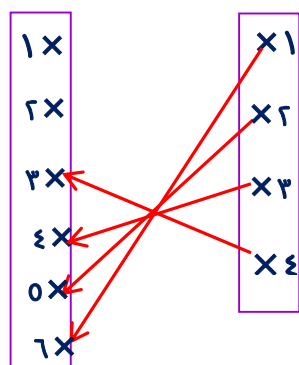
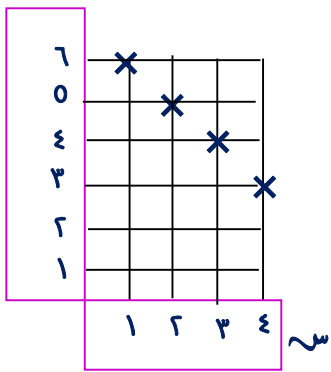
$\exists \text{س}, \text{ب} \exists \text{ص}$ اكتب ياه ع ومثلها بمنطق

سهمي وآخر بياني هل ع دالة؟ ولماذا؟

الحل

$$v = b + 1$$

$$\text{ياه} \text{ع} = \{ (3, 4), (4, 3), (0, 2), (6, 1) \}$$



منطق بياني

منطق سهمي

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر ص ظهر كمستط

أول مرة واحدة فقط في ياه ع

$$\text{المدى} = \{ 6, 0, 4, 3 \}$$

(٣) إذا كانت $\text{س} = \{ 0, 2 \}$,

$\text{ص} = \{ 4, 2 \}$ ، $\text{ع} = \{ 6, 4 \}$ فأوجد:

$$(1) (\text{س} \cap \text{ص}) \times \text{ع}$$

$$(2) (\text{س} - \text{ص}) \times \text{س}$$

$$(3) (\text{س} - \text{ص}) \times (\text{ص} - \text{ع})$$

$$(4) (\text{ع} \cup \text{ص}) \times (\text{س} - \text{ع})$$

الحل

$$(1) (\text{س} \cap \text{ص}) \times \text{ع}$$

$$\{ 4, 2 \} \times \{ 2 \} =$$

$$\{ (4, 2), (2, 2) \} =$$

$$(2) (\text{س} - \text{ص}) \times \text{س}$$

$$\{ 0, 2 \} \times \{ 0 \} =$$

$$\{ (0, 0), (2, 0) \} =$$

$$(3) (\text{س} - \text{ص}) \times (\text{ص} - \text{ع})$$

$$\{ 2 \} \times \{ 0 \} =$$

$$\{ (2, 0) \} =$$

$$(4) (\text{ع} \cup \text{ص}) \times (\text{س} - \text{ع})$$

$$\{ 6, 4, 2 \} \times \{ 0 \} =$$

$$\{ (6, 0), (4, 0), (2, 0) \} =$$

تدريب إذا كانت $\text{س} = \{ 4, 3 \}$ ، $\text{ص} = \{ 0, 4 \}$

$\text{ع} = \{ 0, 6 \}$ فأوجد:

$$(1) \text{س} \times (\text{ص} \cap \text{ع}) \quad (2) (\text{س} - \text{ص}) \times \text{ع}$$

$$(3) (\text{س} - \text{ص}) \times (\text{ص} - \text{ع})$$

٦) إذا كانت $\sim = \{2, 3, 4\}$ ،

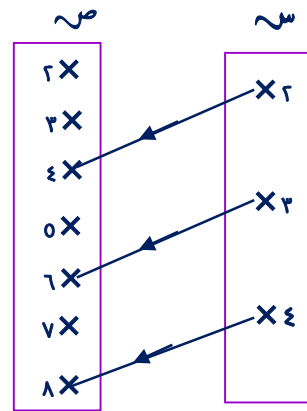
$\sim = \{ص : ص \geq 2, ص > 9\}$ حيث \sim مجموعة الأعداد الطبيعية، وكانت \sim علاقة مع \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني $\frac{1}{a} = b$ لكل $a \in \sim, b \in \sim$ ، \exists ص أكتب بيان \sim ومثلها بمنطق سيمي بيه ما إذا كانت \sim دالة أم لا؟ ولماذا؟ واذكر مداها

الحل

بيان $\sim = \{(2, 4), (3, 6), (4, 12)\}$

\sim دالة لأن كل عنصر \exists \sim ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط.

المدى $= \{4, 6, 12\}$



٨) إذا كانت $\sim = \{0, 1, 2, 3\}$ ،

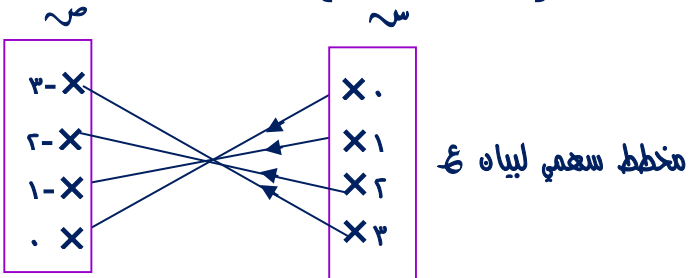
$\sim = \{-3, -2, -1, 0\}$ وكانت \sim علاقة مع \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني "أ هو المعكوس الجمعي لـ ب" لكل $a \in \sim, b \in \sim$ ، \exists ص أكتب بيان \sim ومثلها بمنطق سيمي بيه ما إذا كانت \sim دالة أم لا؟ ولماذا؟ واذكر مداها

الحل

بيان $\sim = \{(3, -3), (2, -2), (1, -1), (0, 0)\}$

\sim دالة لأن كل عنصر \exists \sim ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

المدى $= \{0, -1, -2, -3\}$



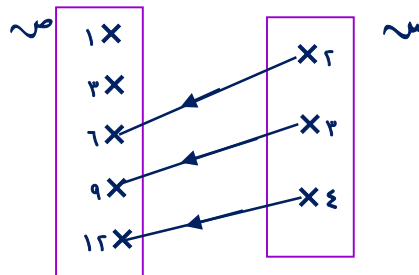
٧) إذا كانت $\sim = \{2, 3, 4\}$ ،

$\sim = \{1, 3, 6, 9, 12\}$ وكانت \sim علاقة مع \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني $\frac{1}{a} = b$ لكل $a \in \sim, b \in \sim$ ، \exists ص أكتب بيان \sim ومثلها بمنطق سيمي وهل \sim دالة؟ ولماذا؟

الحل

بيان $\sim = \{(12, 4), (9, 3), (6, 2)\}$

\sim دالة لأن كل عنصر \exists \sim ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط.



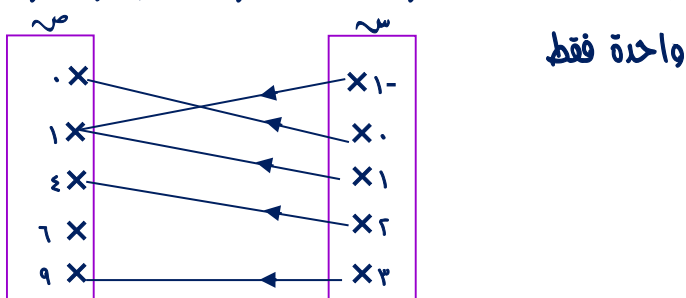
٩) إذا كانت $\sim = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ،

$\sim = \{0, 1, 4, 9, 16\}$ وكانت \sim علاقة مع \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني "أ = ب²" لكل $a \in \sim, b \in \sim$ ، \exists ص أكتب بيان \sim ومثلها بمنطق سيمي بيه ما إذا كانت \sim دالة أم لا؟

الحل

بيان $\sim = \{(1, 1), (0, 0), (-1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$

\sim دالة لأن كل عنصر \exists \sim ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط



(١١) إذا كانت $\sim = \{3, 4, 5, 10, 13\}$ ،
 $\simeq = \{4, 5, 7, 8, 9, 19, 25\}$ وكانت
 علاقة \simeq مع \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني
 $"b = a - 1"$ لك $a \in \sim$ ، $b \in \simeq$ ص
 اكتب بياض \simeq وهل \simeq دالة؟ ولماذا؟

الرد

بياض $\simeq = \{(3, 4), (4, 5), (5, 7), (8, 9), (9, 19), (10, 25), (13, 25)\}$

\simeq دالة لأن كل عنصر $\in \sim$ يظهر كمسقط أول مرة
 واحدة فقط

(١٠) إذا كانت $\sim = \{1, 2, 4, 6, 10\}$ ،
 وكانت \simeq علاقة على \sim حيث "أ-ب" تعني
 "أ مضاعف ب" لك $a \in \sim$ ، $b \in \simeq$ ص اكتب بياض \simeq
 وهل \simeq دالة أم لا؟ ولماذا؟ واذكر مداها

الرد

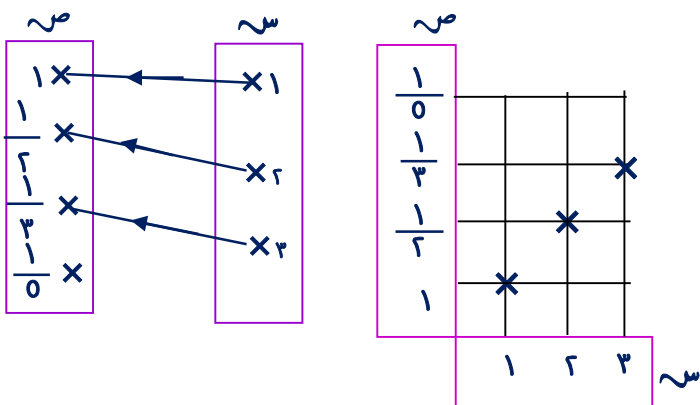
بياض $\simeq = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (1, 4), (2, 4), (4, 4), (1, 6), (2, 6), (6, 6), (1, 10), (2, 10), (10, 10)\}$

\simeq ليست دالة لأن العنصر $2 \in \sim$ ظهر كمسقط أول
 أكثر من مرة

(١٢) إذا كانت $\sim = \{1, 2, 3\}$ ،
 $\simeq = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$ وكانت \simeq علاقة مع
 \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني "أ معكوس ب" ل
 $"b = \frac{1}{a}"$ لك $a \in \sim$ ، $b \in \simeq$ ص اكتب بياض \simeq ومثلها
 بمخطط سهمي وآخر بياني وهل \simeq دالة؟ ولماذا؟

الرد

بياض $\simeq = \{(1, \frac{1}{3}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}), (1, 1)\}$



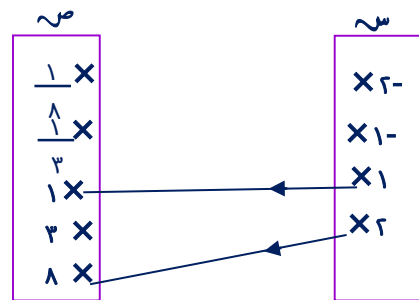
\simeq دالة لأن كل عنصر $\in \sim$ يظهر كمسقط أول مرة
 واحدة فقط

(١٠) إذا كانت $\sim = \{-2, -1, 1, 2\}$ ،
 $\simeq = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{8}, 1, 3, 8\}$ وكانت \simeq علاقة مع
 \sim إلى \sim حيث "أ-ب" تعني "أ = ٢ب" لك $a \in \sim$ ،
 $b \in \simeq$ ص اكتب بياض \simeq ومثلها بمخطط سهمي
 وآخر بياني وهل \simeq دالة؟ ولماذا؟

الرد

بياض $\simeq = \{(1, 2), (1, 1)\}$

\simeq ليست دالة لأن $-2 \in \sim$ لم يظهر كمسقط أول مرة
 واحدة فقط



تدريب

إذا كانت $s = \{1, 2, 3\}$ وكانت E علاقة على s حيث " aEb " تعني " $a + 1 = b$ " يقبل القسمة على 3
لك $a, b \in s$ أكتب يياه E وهل E داله ؟
ولماذا؟ وإذا كانت داله اذكر مداها

10) إذا كانت $s = \{1, 2, 3, 0\}$ وكانت E دالة على s وكان يياه $E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 0), (0, 1)\}$
اوجد القيمة العددية للمقدار $a + b$.

الاجابة

∴ E دالة على s
 $a + b = 3 + 0 = 3$

16) إذا كانت $s = \{-1, 0, 1\}$ ،
 $r = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ وكانت الدالة
د : $s \rightarrow r$ حيث $D(s) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
اوجد مجموعة صور عناصر s باستخدام الدالة د
الاجابة

د(-1) = (-1) = 1 + 1 = 2
د(0) = (0) = 1 + 1 = 1
د(1) = (1) = 1 + 1 = 2
المدى = {1, 2}

13) إذا كانت $s = \{-1, 1, 2\}$ ،
 $r = \{2, 4, 6, 8\}$ وكانت E علاقة مه
 s إلى r حيث " aEb " تعني " $a + 2 = b$ "
لك $a \in s$ ، $b \in r$ أكتب يياه E وهل E
داله ؟ ولماذا؟

الاجابة

يياه $E = \{(-1, 2), (1, 6), (2, 8)\}$
 E دالة لأنه كل عنصر $\in s$ ظهر كمسقط أول مرة
واحدة فقط

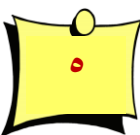
14) إذا كانت $s = \{1, 2, 0\}$ ،
 $r = \{2, 3, 7\}$ وكانت E علاقة مه s إلى
 r حيث " aEb " تعني " $a + 1 = b$ "
لك $a \in s$ ، $b \in r$ أكتب يياه E وهل E داله
أم لا ؟ ولماذا؟

الاجابة

يياه $E = \{(1, 2), (2, 3), (0, 7)\}$
 E دالة لأنه كل عنصر $\in s$ ظهر كمسقط أول مرة
واحدة فقط

تدريب

إذا كانت $s = \{4, 6, 8, 10\}$ ،
 $r = \{1, 2, 3, 4, 5, 0\}$ وكانت E علاقة
مه s إلى r حيث " aEb " تعني " $a = 2b$ "
لك $a \in s$ ، $b \in r$ أكتب يياه E ومثلها
بمخطط سهمي وهل E داله أم لا ؟ وما مداها إذا
كانت دالة.



(١٧) إذا كانت د(س) = $س^2 - ٥س + ٢$

اثبت أنه د(٢) = د($\frac{1}{٢}$)

الحل

$$د(٢) = (٢)^2 - ٥(٢) + ٢ = ٤ - ١٠ + ٢ = -٤$$

$$د(\frac{1}{٢}) = (\frac{1}{٢})^2 - ٥(\frac{1}{٢}) + ٢ = \frac{1}{٤} - \frac{٥}{٢} + ٢ = \frac{1 - 10 + 8}{٤} = -\frac{1}{٤}$$

$$د(٢) = -٤ \neq -\frac{1}{٤} = د(\frac{1}{٢})$$

$$٢ + \frac{٥}{٢} - \frac{١}{٢} = ٢ + \frac{٤}{٢} = ٣$$

صفر =

∴ د(٢) = د($\frac{1}{٢}$)

(١٩) إذا كان بيانه الدالة

د = { (١٥, ٥), (١٢, ٤), (٩, ٣), (٦, ٢), (٣, ١) }

(١) اكتب مجال ومدى الدالة د

(٢) اكتب قاعدة الدالة د

الحل

المجال = { ١, ٢, ٣, ٤, ٥ }

المدى = { ٣, ٦, ٩, ١٢, ١٥ }

قاعدة الدالة ص = $٣س$

(١٨) إذا كانت د دالة على س حيث

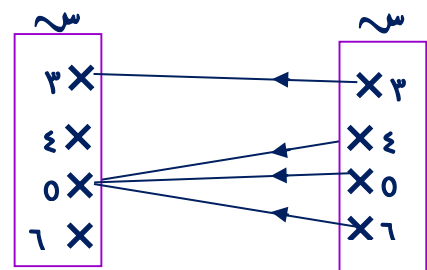
س = { ٣, ٤, ٥, ٦ } وكانت د(٣) = ٣ ،

د(٤) = ٥ ، د(٥) = ٥ ، د(٦) = ٥

(١) مثل د بمنظومة سيمي

(٢) اكتب بيانه د واذكر مداها

الحل



بيانه د = { (٣, ٣), (٤, ٥), (٥, ٥), (٦, ٥) }

المدى = { ٣, ٥ }

(٢٠) إذا كان بيانه الدالة

د = { (١١, ٥), (٩, ٤), (٧, ٣), (٥, ٢), (٣, ١) }

(١) اكتب مجال ومدى الدالة د

(٢) اكتب قاعدة الدالة د

الحل

المجال = { ١, ٢, ٣, ٤, ٥ }

المدى = { ٣, ٥, ٧, ٩, ١١ }

قاعدة الدالة ص = $٢س + ١$

(٢١) إذا كان المستقيم الممثل للدالة

د: $y = 2x - 1$ حيث x ← y يقطع محور الصادات في النقطة (ب, ٣) اوجد قيمة $٧ + ٧$

الحل

∴ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (ب, ٣)

∴ $y = ٣$ = صفر

∴ $x = ٣$ = صفر

(٣, ٠) تحقق الدالة

د(٠) = $٣ = ١ - ٠ \times ٢ = (٠)$

$١ - x = ٣ = ١ -$

$٣ - = ١$

$٦ - = ١٢ + ٧ = ٣ - \times ٢ + ٧ \times \text{صفر} = ٦ -$

(٢٣) مثل بيانيا الدالة د: $y = 2x - 1$ ← x حيث

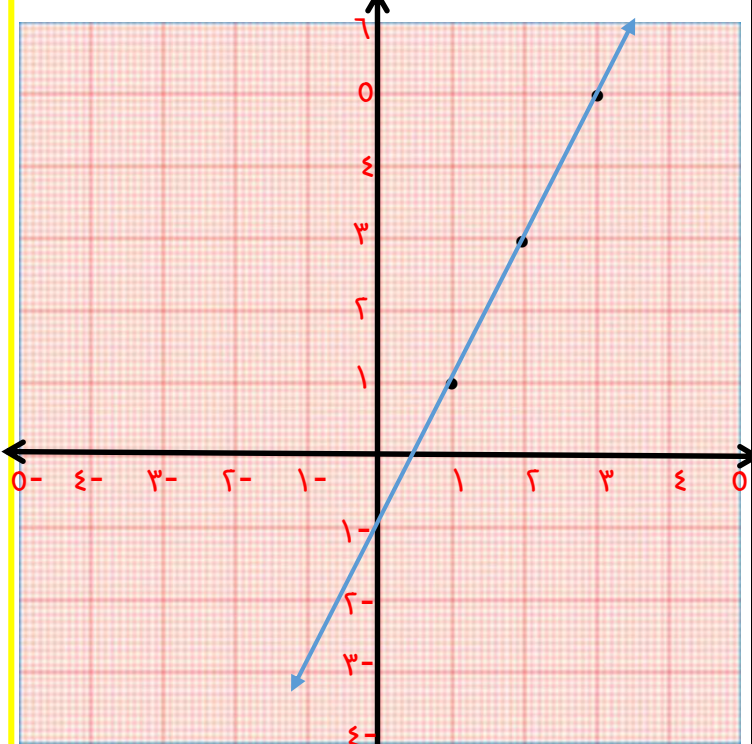
د(س) = $١ - ٢س$ ومنه الرسم اوجد نقطتي تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات

الحل

س	١	٢	٣
د	١	٣	٥

د(١) = $١ = ١ - ١ \times ٢ = (١)$ ، د(٢) = $٣ = ١ - ٢ \times ٢ = (٢)$

د(٣) = $٥ = ١ - ٣ \times ٢ = (٣)$



منه الرسم نجد ان

نقطة التقاطع مع محور السينات (١, ٠)

نقطة التقاطع مع محور الصادات (٠, ١)

للتأكيد: يمكن ايجاد نقطتي التقاطع مع محوري

السينات والصادات جبرياً كالاتي

١) لايجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع $y = ٠$ $٠ = ١ - ٢س$ $١ = ٢س$ $س = \frac{١}{٢}$	٢) لايجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع $x = ٠$ $١ - ٠ \times ٢ = (٠)$ $١ =$ $(٠, ١)$ (صفر, ١)
--	---

(٢٢) إذا كان منحنى الدالة

د: $y = 2x - 1$ ← x يقطع محور السينات في النقطة (ب, ٢-) اوجد قيمة

$٣٢ + ٣$

الحل

∴ منحنى الدالة يقطع محور السينات في (ب, ٢-)

∴ $y = ٢ -$ = ص

(٢-, ٠) ∉ منحنى الدالة

∴ $y = (٢-)$

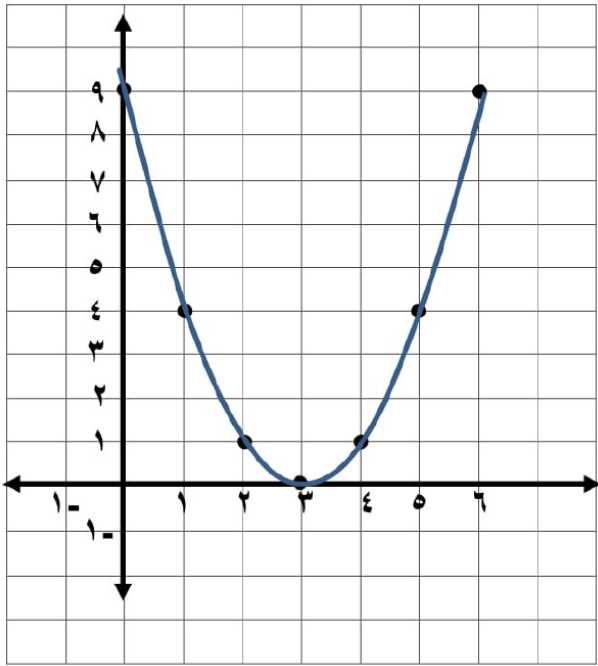
$٠ = ٢(٢-) - ٣$

$٤ = ٣$ ∴ $٠ = ٤ - ٣$

$٤ \times ٢ + \text{صفر} = ٣٢ + ٣$

$٩ = ٨ + ١ =$



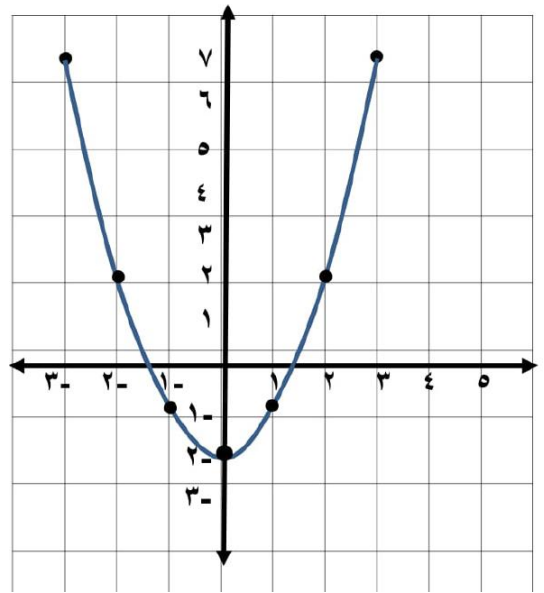


٢٤) مثل بيانيا الدالة د: $y = x^2 - 2x + 3$ حيث
 د) $(x, y) = (x^2 - 2x + 3)$ متخذاً $x \in [3, 3]$ ومنه الرسم
 اوجد:

- ١) معادلة محور التماثل
- ٢) القيمة العظمى أو الصغرى
- ٣) إحداثيي نقطه رأس المنحنى

الجدول

x	3	2	1	0	-1	-2	-3	y
y	7	2	1	0	1	2	7	



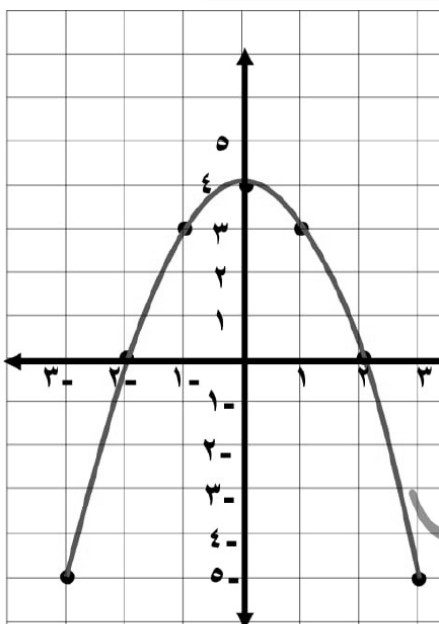
- * إحداثيي نقطة رأس المنحنى هي (1 , 0)
- * معادلة محور التماثل هي $x = 1$
- * القيمة الصغرى هي 0

٢٦) مثل بيانيا الدالة د: $y = x^2 - 4x + 4$ حيث
 د) $(x, y) = (x^2 - 4x + 4)$ متخذاً $x \in [3, 3]$ ومنه الرسم
 اوجد:

- ١) معادلة محور التماثل
- ٢) القيمة العظمى أو الصغرى
- ٣) إحداثيي نقطه رأس المنحنى

الجدول

- * إحداثيي نقطة رأس المنحنى هي (2 , 0)
- * معادلة محور التماثل هي $x = 2$
- * القيمة العظمى هي 0



٢٤) مثل بيانيا الدالة د: $y = (x - 3)^2$ حيث
 د) $(x, y) = (x - 3)^2$ متخذاً $x \in [6, 0]$ ومنه الرسم
 اوجد:

- ١) معادلة محور التماثل
- ٢) القيمة العظمى أو الصغرى
- ٣) إحداثيي نقطه رأس المنحنى

الجدول

- * إحداثيي نقطة رأس المنحنى هي (3 , 0)
- * معادلة محور التماثل هي $x = 3$
- * القيمة الصغرى هي 0

(٢٩) عدها صحیحاه النسبة بينهما ٢ : ٣ إذا اضيف
لأول ٧ وطُرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣
أوجد العديه

الحل

نفرض أن العدد الأول x ، العدد الثاني $3x$

$$\frac{2}{3} = \frac{7 + x}{12 - 3x}$$

$$(7 + x)3 = (12 - 3x)2$$

$$21 + 3x = 24 - 6x$$

$$6x + 21 = 24 - 3x$$

$$(9 \div) \quad 9x = 3$$

$$x = 1$$

العدد الأول $1 \times 3 = 3$ ، العدد الثاني $1 \times 9 = 9$

(٣٠) أوجد العدد الذي إذا اضيف إلى الأعداد
٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

الحل

نفرض أن العدد x

$x+3$ ، $x+5$ ، $x+8$ ، $x+12$ كميات متناسبة

$$\frac{x+3}{x+12} = \frac{x+5}{x+8}$$

$$(x+3)(x+8) = (x+12)(x+5)$$

$$x^2 + 11x + 24 = x^2 + 17x + 60$$

$$11x + 24 = 17x + 60$$

$$60 - 24 = 11x - 17x$$

$$36 = -6x$$

العدد هو ٦

$$x = 6$$

(٢٧) أوجد العدد الذي إذا اضيف إلى حدي النسبة ٧ : ١١
فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد x

$$\frac{2}{3} = \frac{x+7}{x+11}$$

$$(x+11)2 = (x+7)3$$

$$2x + 22 = 3x + 21$$

$$22 - 21 = 3x - 2x$$

العدد هو ١

$$x = 1$$

(٢٨) أوجد العدد الذي إذا اضيف مربعه إلى حدي النسبة
٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحل

نفرض أن العدد x ، مربعه x^2

$$\frac{4}{5} = \frac{x^2 + 7}{x^2 + 11}$$

$$(x^2 + 11)4 = (x^2 + 7)5$$

$$4x^2 + 44 = 5x^2 + 35$$

$$35 - 44 = 5x^2 - 4x^2$$

$$-9 = x^2$$

$$x = 3$$

العدد هو ٣ أو -٣

$$x = \pm 3$$

تدريب أوجد العدد الذي إذا طُرح ثلاثة أمثاله من حدي

النسبة $\frac{49}{79}$ فإنها تصبح $\frac{2}{3}$

تدريب عدها صحیحاه النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طُرح

من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد
العديه

(٣٣) إذا كان $\frac{٣}{٥} = \frac{١}{ب}$ اوجد قيمة $\frac{٧ - ١٢٠}{ب + ١١٥}$

الرد

$$\frac{٣}{٥} = \frac{١}{ب} \quad \therefore$$

$$\therefore ٣ب = ٥ \quad , \quad ٣٠ = ب$$

$$\frac{(٣٥) \times ٧ - (٣٣) \times ٢٠}{(٣٥) + (٣٣) \times ١٥} = \frac{٧ - ١٢٠}{ب + ١١٥}$$

$$\frac{٥}{١٢} = \frac{٣٢٥}{٣٦٠} = \frac{٣٣٥ - ٣٦٠}{٣٥ + ٣٤٥} =$$

(٣٤) إذا كان $\frac{١}{ب} = \frac{١ + ٣٣٦}{ب + ٣٧}$ اوجد قيمة $\frac{١ + ٢}{١٢}$

الرد

$$\frac{١}{ب} = \frac{١ + ٣٣٦}{ب + ٣٧}$$

$$(١ + ٣٣٦)ب = (ب + ٣٧)١$$

$$ب + ٣٣٦ب = ١ + ٣٧ب$$

$$٣٦ب = ١$$

$$\frac{٣}{١} = \frac{٢١}{٧} = \frac{١}{ب}$$

$$\text{نفرض } ٣ = ب \quad , \quad ٣٣ = ١$$

$$\frac{٣٥}{٣٦} = \frac{٥}{٦} = \frac{٣٢ + ٣٣}{٣٣ \times ٢} = \frac{١ + ٢}{١٢}$$

(٣١) إذا كان $\frac{٤}{٧} = \frac{٥٣ - ٣٤}{٥٢ + ٣٢}$ اوجد ٥٣ :

الرد

$$\frac{٤}{٧} = \frac{٥٣ - ٣٤}{٥٢ + ٣٢}$$

$$(٥٢ + ٣٢)٤ = (٥٣ - ٣٤)٧$$

$$٤٥٢١ + ٤٥٤ = ٣٧١ - ٣٢٨$$

$$٤٥٢٥ = ٣٢٠$$

$$\frac{٥}{٤} = \frac{٢٥}{٢٠} = \frac{٣٧}{٥٢} \quad \therefore$$

$$\therefore ٤ : ٥ = ٣٧ : ٥٢$$

(٣٢) إذا كانت

$$\frac{٥٣}{٣٧} = ٠ + ٣٣٦ + ٣٧$$

الرد

$$٠ = ٣٣٦ + ٣٧$$

$$٣٣٦ = ٣٧$$

$$٣٣٦ = ٣٧$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٥٣}{٣٧} \quad \leftarrow \quad ٣٣٦ = ٣٧$$

مقدار ثلاثي مربع كامل

تدريب $١٠ - ٤٣ + ٤٣ = ٣٣٦$ اوجد $ب$:

(٣٦) إذا كان $١, ٢, ٣, ٤$ و كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{٥ + ٤}{٣ - ٧} = \frac{٥ + ٤}{٣ - ٧}$$

الدليل

$١, ٢, ٣, ٤$ و كميات متناسبة

$$\therefore \frac{٥}{٣} = \frac{٤}{٧} = م$$

$$\frac{٥ + ٤}{٣ - ٧} = \text{الطرف الايمن}$$

$$\frac{(م)٥ + (م)٤}{(م)٣ - (م)٧} =$$

$$\frac{٥م + ٤م}{٣م - ٧م} =$$

$$\frac{٩م}{-٤م} =$$

$$\frac{٩}{-٤} =$$

$$\frac{٩}{-٤} =$$

$$\frac{٩}{-٤} =$$

$$\text{الطرف الايسر} \quad \frac{٥ + ٤}{٣ - ٧} =$$

(٣٧) إذا كان $\frac{٥}{٣} = \frac{٤}{٧}$ أثبت أن

$$\frac{٣ + ١٥}{٣ + ٧} = \frac{٢ - ١٣}{٢ - ٧}$$

الدليل

نفرض $\frac{٥}{٣} = \frac{٤}{٧} = م, م \neq ٠$

$$٥ = ٣م, ٤ = ٧م$$

$$\frac{٢ - ١٣}{٢ - ٧} = \text{الطرف الايمن}$$

$$\frac{(م)٢ - (م)٣}{(م)٢ - (م)٧} =$$

$$\frac{٢م - ٣م}{٢م - ٧م} =$$

$$\frac{-١م}{-٥م} =$$

$$\frac{-١}{-٥} =$$

$$\frac{١}{٥} =$$

$$\frac{١}{٥} =$$

$$= م \leftarrow (١)$$

(٣٥) اثبت أنه $١, ٢, ٣, ٤$ و كميات متناسبة إذا كان

$$\frac{٥ + ٤}{٣} = \frac{٥ + ٤}{٧}$$

الدليل

$$٥(٣ + ٧) = (٥ + ٤)٧$$

$$١٥ + ٣٥ = ٣٥ + ٢٨$$

$$١٥ = ٢٨$$

$$\frac{١٥}{١٥} = \frac{٢٨}{١٥}$$

$١, ٢, ٣, ٤$ و كميات متناسبة

(٣٦) إذا كان $١ : ٢ : ٣ = ٥ : ٧ : ٩$ وكان

$$١ + ٢ + ٣ = ٦, ٥ + ٧ + ٩ = ٢١$$

الدليل

$$١ = ٥م, ٢ = ٧م, ٣ = ٩م$$

$$٦ = ٥م + ٧م + ٩م$$

$$(١٢ \div) \quad ٦ = ٢١م$$

$$٢,٣ = م$$

$$١١,٥ = ٢,٣ \times ٥ = ١$$

$$١٦,١ = ٢,٣ \times ٧ = ٢$$

$$٦,٩ = ٢,٣ \times ٣ = ٣$$

(٣٩) إذا كان $\frac{a}{s} = \frac{b}{t}$ ، و كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{a}{s} = 2 \left(\frac{a-b}{s-t} \right)$$

البرهان

$\therefore a, b, s, t$ ، كميات متناسبة

$$\therefore \frac{a}{s} = \frac{b}{t} = m, m \neq 0$$

$$\boxed{as = b}, \quad \boxed{at = b}$$

$$2 \left(\frac{a-b}{s-t} \right) = \text{الطرف الايمن}$$

$$2 \left(\frac{as - bt}{s-t} \right) =$$

$$2 \left(\frac{(s-t)m}{s-t} \right) =$$

$$(1) \longleftarrow 2m =$$

$$\frac{a}{s} = \text{الطرف الايسر}$$

$$\frac{as \times m}{s} =$$

$$\frac{2ms}{s} =$$

$$(2) \longleftarrow 2m =$$

من (١) ، (٢) \therefore الطرفان متساويان

$$\frac{a^3 + b^3}{s^3 + t^3} = \text{الطرف الايسر}$$

$$\frac{(as)^3 + (bt)^3}{s^3 + t^3} =$$

$$\frac{m^3 s^3 + m^3 t^3}{s^3 + t^3} =$$

$$\frac{(s^3 + t^3)m^3}{s^3 + t^3} =$$

$$(2) \longleftarrow m^3 =$$

من (١) ، (٢)

(٣٨) إذا كان $\frac{a}{s} = \frac{b}{t}$ ، و كميات متناسبة أثبت

$$\frac{a}{s} = \frac{a^2 + b^2}{s^2 + t^2}$$

البرهان

$\therefore a, b, s, t$ ، كميات متناسبة

$$\therefore \frac{a}{s} = \frac{b}{t} = m, m \neq 0$$

$$\boxed{as = b}, \quad \boxed{at = b}$$

$$\frac{a}{s} = \text{الطرف الايسر}$$

$$\frac{as \times m}{s} =$$

$$\frac{2ms}{s} =$$

$$(2) \longleftarrow 2m =$$

$$\frac{a^2 + b^2}{s^2 + t^2} = \text{الطرف الايمن}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{s^2 + t^2} =$$

$$\frac{a^2 m^2 + b^2 m^2}{s^2 + t^2} =$$

$$\frac{(s^2 + t^2)m^2}{s^2 + t^2} =$$

$$(1) \longleftarrow m^2 =$$

من (١) ، (٢) \therefore الطرفان متساويان

إذا كان a, b, c ، و كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{a + b}{c} = \sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3 - c^3}{c^3 - a^3 - b^3}}$$

الدليل

a, b, c ، و كميات متناسبة

$$\therefore \frac{a}{m} = \frac{b}{m} = \frac{c}{m} \neq 0$$

$$a = m, \quad b = m$$

$$\frac{a + b}{c} = \text{الطرف الايسر}$$

$$\frac{m + m}{m} =$$

$$\frac{(m + m)m}{m} =$$

$$m = \text{(2)}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3 - c^3}{c^3 - a^3 - b^3}} = \text{الطرف الايمن}$$

$$\sqrt[3]{\frac{(m)^3 + (m)^3 - (m)^3}{m^3 - (m)^3 - (m)^3}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{m^3 + m^3 - m^3}{m^3 - m^3 - m^3}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{(m^3 - m^3) m}{m^3 - m^3 - m^3}} =$$

$$m = \sqrt[3]{m^3} = \text{(1)}$$

من (1) ، (2) .: الطرفان متساويان

$$(٤٠) \text{ إذا كان } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

اثبت أن

$$(1) \frac{1}{2} = \frac{a - 2b - c}{e + 2d - 3f}$$

$$(2) \sqrt[3]{e^3 + 2d^3 + 3f^3} = 2a + b + c$$

الدليل

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\therefore a = m, \quad b = m, \quad c = m$$

$$e - 2b - c$$

$$\frac{e - 2b - c}{e + 2d - 3f} = \text{الطرف الايمن}$$

$$m - m \times 2 - m$$

$$\frac{m - 2m - m}{m + 2m - 3m} =$$

$$\frac{m^3 - 2m^3 - m^3}{m^3 + 2m^3 - 3m^3} =$$

$$\frac{m^3}{m^3 + 2m^3 - 3m^3} =$$

$$\text{الطرف الايسر} = \frac{1}{2} =$$

$$(2) \sqrt[3]{e^3 + 2d^3 + 3f^3} = \text{الايمن}$$

$$\sqrt[3]{(m)^3 + 2(m)^3 + 3(m)^3} =$$

$$\sqrt[3]{m^3 + 2m^3 + 3m^3} =$$

$$\sqrt[3]{m^3 + 2m^3 + 3m^3} =$$

$$\sqrt[3]{10m^3} = 10 = \text{(1)}$$

$$\text{الايسر} = 2a + b + c$$

$$m + m + m =$$

$$(2) m + m + m = 10 =$$

.: الطرفان متساويان

(٤٣) : إذا كان

$$\frac{ح}{ص} = \frac{ص}{ص-٣} = \frac{١}{ص+٢}$$

اثبت أن

$$\frac{٧}{١٧} = \frac{ص+١}{ص+٤}$$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية $\times ٢$ وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الاولى والثانية

$$\text{إحدى النسب} = \frac{ص+١}{ص٢-ص٦+ص+٢}$$

$$\text{إحدى النسب (١)} = \frac{ص+١}{ص٧}$$

بضرب حدى النسبة الثانية $\times ٤$ وجمع مقدمات وتوالى النسبة الثانية والنسبة الثالثة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{ح+٤}{ص١٢-ص٤+ص٤+ص٥}$$

$$\text{إحدى النسب (٢)} = \frac{ح+٤}{ص١٧}$$

من (١) ، (٢)

$$\frac{ح+٤}{ص١٧} = \frac{ص+١}{ص٧} \quad \therefore$$

$$\frac{ح+٤}{ص١٧} = \frac{ص+١}{ص+٤} \quad \therefore$$

$$\frac{٧}{١٧} = \frac{ص+١}{ص+٤} \quad \therefore$$

(٤٠) إذا كان $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{ص}$ ، $\frac{٤}{٥} = \frac{١}{ح}$

اوجد $١ : ص : ح$

الحل

$$١ : ص : ح$$

$$٢ : ٣ : ٤$$

$$٥ : ٤ : ٤$$

$$(٢ \div) \quad ١٠ : ١٢ : ٨$$

$$٥ : ٦ : ٤$$

(٤٢) إذا كان

$$\frac{ع}{١-ح٢} = \frac{ص}{ح-٢} = \frac{س}{ص+١٢}$$

اثبت أن

$$\frac{ع+ص٢+س٢}{ص٦+١٣} = \frac{ص+٢}{ح-٤+١٤}$$

الحل

بضرب حدى النسبة الاولى $\times ٢$ وجمع مقدمات

وتوالى النسبتين الاولى والثانية

$$\text{إحدى النسب} = \frac{ص+٢}{ح-٢+٢+١٤}$$

$$\text{إحدى النسب (١)} = \frac{ص+٢}{ح-٤+١٤}$$

بضرب حدى النسبة الاولى $\times ٢$ والثانية $\times ٢$ وجمع

مقدمات وتوالى النسب الثلاثة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{ع+ص+س٢}{١-ح٢+ح٢-٤+٢+١٤}$$

$$\text{إحدى النسب (٢)} = \frac{ع+ص٢+س٢}{ص٦+١٣}$$

من (١) ، (٢)

$$\frac{ع+ص٢+س٢}{ص٦+١٣} = \frac{ص+٢}{ح-٤+١٤} \quad \therefore$$

٤٤) إذا كان

$$\frac{1+a}{7} = \frac{a+b}{5} = \frac{b+1}{4}$$

اثبت أن

$$\frac{1}{3} = \frac{a+b+1}{8}$$

الحل

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاثة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{1+a+a+b+b+1}{7+5+4}$$

$$\text{إحدى النسب} = \frac{a^2+b^2+12}{16}$$

$$\text{إحدى النسب (1)} = \frac{a+b+1}{8}$$

بضرب إحدى النسب الثانية $\times 1$ وجمع مقدمات

وتوالى النسب الثلاثة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{1+a+a-b-b+1}{7+5+4}$$

$$\text{إحدى النسب} = \frac{12}{6}$$

$$\text{إحدى النسب (2)} = \frac{1}{3}$$

من (1)، (2)

$$\frac{1}{3} = \frac{a+b+1}{8} \quad \therefore$$

٤٥) إذا كان

$$\frac{a^5+b-12}{س^3} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{1}{2}$$

أوجد قيمة س

الحل

بضرب إحدى النسب الأولى $\times 2$ ، إحدى النسب

الثانية $\times 1$ ، إحدى النسب الثالثة $\times 5$ وجمع

مقدمات وتوالى النسب الثلاثة

$$\text{إحدى النسب} = \frac{a^5+b-12}{20+3-4}$$

$$\frac{a^5+b-12}{س^3} = \frac{a^5+b-12}{21}$$

$$\frac{21}{3} = س \quad , \quad 21 = س^3 \quad \therefore$$

$$س = 7$$

٤٦) إذا كان a, b, c في تناسب متسلسل

$$\text{اثبت أن} \quad \frac{1}{a} = \frac{b^2c - bc^2}{2a^3 - 2ac^2}$$

الحل

$\therefore a, b, c$ في تناسب متسلسل

$$\therefore م = \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$\boxed{2م = a} \quad , \quad \boxed{م = b}$$

$$\frac{2(2م)^3 - 2(2م)م^2}{2م^3 - 2(2م)م^2} = \text{الطرف الايمن}$$

$$\frac{2^3م^3 - 2^2م^3}{2م^3 - 2^2م^2}$$

$$= \frac{2^2م^3 - 2^2م^3}{2م^3 - 2^2م^2}$$

$$= \frac{2^2م^2(3-2م)}{2م^2(3-2م)}$$

$$= \frac{2^2(3-2م)}{2(3-2م)}$$

$$= 2م \quad \leftarrow (1)$$

$$= 2م$$

$$\frac{1}{a} = \text{الطرف الايسر}$$

$$\frac{2م}{a} =$$

$$= 2م \quad \leftarrow (2)$$

من (1)، (2) \therefore الطرفان متساويان

٤٧) إذا كانت u وسطاً متناسباً بين a ، b أثبت أن

$$(1) \quad \frac{1}{a} = \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

الحل

$\therefore u$ وسطاً متناسباً بين a ، b

$\therefore a$ ، u ، b في تناسب متسلسل

$$\therefore m = \frac{u}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\boxed{u = am} \quad , \quad \boxed{b = um}$$

$$\frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2} = \frac{u^2 + (am)^2}{u^2 + (um)^2}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2 + u^2 m^2}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2(1 + m^2)}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2(1 + m^2)}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2(1 + m^2)}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2(1 + m^2)}$$

$$= \frac{u^2 + a^2 m^2}{u^2(1 + m^2)}$$

$$(1) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$\frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2} =$$

$$(2) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

من (1) ، (2) \therefore الطرفان متساويان

$$(2) \quad \frac{1}{b} = \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

الحل

$\therefore u$ وسطاً متناسباً بين a ، b

$\therefore a$ ، u ، b في تناسب متسلسل

$$\therefore m = \frac{u}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\boxed{u = am} \quad , \quad \boxed{b = um}$$

$$\frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2} = \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$= \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$= \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$= \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$(1) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2}$$

$$\frac{u^2 + a^2}{u^2 + b^2} =$$

$$(2) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

من (1) ، (2) \therefore الطرفان متساويان

$$(3) \quad \frac{12}{a} = \frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2}$$

الحل

$\therefore u$ وسطاً متناسباً بين a ، b

$\therefore a$ ، u ، b في تناسب متسلسل

$$\therefore m = \frac{u}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\boxed{u = am} \quad , \quad \boxed{b = um}$$

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2} = \frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2}$$

$$= \frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2}$$

$$(1) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

$$\frac{12}{a} = \frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2}$$

$$= \frac{u^2}{a^2} + \frac{u^2}{b^2}$$

$$(2) \quad \leftarrow m = \frac{1}{b}$$

من (1) ، (2) \therefore الطرفان متساويان

$$\sqrt[3]{\frac{(3m)^3 - 2^3(3m)^5}{3^3 - 2^3(3m)^5}} = \text{الطرف الايمن (2)}$$

$$\sqrt[3]{\frac{3^3 m^3 - 9^3 m^5}{3^3 - 6^3 m^5}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{(3-6m)^3 m^3}{(3-6m)^3}} =$$

$$(1) \leftarrow m = \sqrt[3]{2} =$$

الطرف الايسر = $\frac{3m + 2m}{3 + 2m}$

$$\frac{(3+2m)m}{(3+2m)m} =$$

$$(2) \leftarrow m =$$

من (1) ، (2) ∴ الطرفان متساويان

٤٩ إذا كان ١، ٣، ٩، س في تناسب متسلسل

اوجد ١، س

الحل

∴ ١، س، ٩ في تناسب متسلسل

$$\frac{9}{س} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \therefore$$

$$1 = \frac{3 \times 3}{9} = 1$$

$$27 = \frac{9 \times 9}{3} = س$$

إذا كان ١، س، ح، و في تناسب متسلسل

اثبت أن

$$(1) \frac{س}{1} = \frac{2س - 2}{ح - 1}$$

$$(2) \frac{ح + 1}{س + 1} = \sqrt[3]{\frac{3^3 - 2^3}{3^3 - 2^3}}$$

الحل

∴ ١، س، ح، و في تناسب متسلسل

$$\therefore م = \frac{ح}{س} = \frac{س}{ح} = \frac{1}{س}$$

$$س = ح ، س = 2س ، س = 1$$

$$(1) \text{ الطرف الايمن} = \frac{2س - 2}{ح - 1}$$

$$= \frac{2(س) - 2}{س - 2}$$

$$= \frac{2س - 2}{س - 2}$$

$$= \frac{2(س - 1)}{س - 2}$$

$$= \frac{2(س - 1)}{س - 2}$$

$$= \frac{2(س - 1)}{س - 2}$$

$$= \frac{2(س - 1)}{س - 2}$$

$$(1) \leftarrow \frac{س}{م} =$$

$$\frac{س}{1} = \text{الطرف الايسر}$$

$$= \frac{س \times 2م}{2م}$$

$$(2) \leftarrow \frac{س}{م} =$$

من (1) ، (2) ∴ الطرفان متساويان

مثال ٥: إذا كان $s^2 - 6s + 9 = 0$ ،
اثبت أن s تتغير عكسياً مع s

الحل

$$s^2 - 6s + 9 = 0$$

$$0 = (s - 3)^2$$

$$s - 3 = 0$$

$$s = 3$$

∴ s تتغير عكسياً مع s

مثال ٢: إذا كان $\frac{21s - v}{7 - s} = \frac{v}{e}$

اثبت أن $v > 0$

الحل

$$\frac{21s - v}{7 - s} = \frac{v}{e}$$

$$e(21s - v) = v(7 - s)$$

$$21es - ev = 7v - vs$$

$$21e = \frac{7v}{s} \quad v = \frac{21}{7} es = 3e$$

∴ $v > 0$

مثال ٣: إذا كان $12s^2 = 9s^2 + 3$

اثبت أن $s^2 > 0$

الحل

$$0 = 9s^2 + 3 - 12s^2$$

$$0 = (3s^2 - 3)$$

$$s^2 - 1 = 0$$

$$s^2 = 1$$

∴ $s^2 > 0$

مثال ٧: إذا كان $\frac{r^2 + 2r}{r} = \frac{r^2 + 2r}{r}$

اثبت أن r وسطا متناسب بين 1 ، r حيث r كمية موجبة

الحل

$$\frac{r^2 + 2r}{r} = \frac{r^2 + 2r}{r}$$

$$r(r^2 + 2r) = (r^2 + 2r)r$$

$$r^3 + 2r^2 = r^3 + 2r^2$$

$$r^2 = 2r$$

$$r = 2$$

∴ r وسطا متناسب بين 1 ، r

مثال ١: إذا كانت $v > 0$ ، s ، كانت $v = 20$

عندما $s = 7$ اوجد v عندما $s = 14$

الحل

$$v > 0$$

$$v = m$$

$$v = 20 , s = 7$$

$$7 \times m = 20$$

$$\frac{20}{7} = m$$

$$v = \frac{20}{7} \times s$$

$$\text{عندما } s = 14$$

$$14 \times \frac{20}{7} = v$$

$$v = 40$$

مثال ٧: الجدول التالي

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

(١) بين نوع التغير بين س , ص

(٢) اوجد ثابت التناسب

(٣) اوجد ص عندما س = ٣

الحل

$$\therefore \text{س ص} = ١٢$$

\therefore ص تتغير عكسياً مع س

$$\text{ثابت التناسب} = ١٢$$

$$\text{عندما س} = ٣$$

$$\therefore \text{ص} \times ٣ = ١٢$$

$$\text{ص} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

مثال ٨: تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب

المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن فإذا قطعت

السيارة ١٥٠ كم في ٦ ساعات فكم كيلومتراً يقطعها

في ١٠ ساعات

الحل

$$\therefore \text{ف} > \text{ن}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{م ن}$$

$$\text{عندما ف} = ١٥٠$$

$$\text{ن} = ٦$$

$$\therefore ٦ \times \text{م} = ١٥٠$$

$$\text{م} = \frac{١٥٠}{٦} = ٢٥$$

$$\therefore \text{ف} = ٢٥$$

$$\text{عند ن} = ١٠$$

$$\therefore \text{ف} = ١٠ \times ٢٥ = ٢٥٠ \text{ كم}$$

مثال : احسب الانحراف المعياري للقيم

٥ , ٦ , ٧ , ٩ , ٨

الحل

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\bar{س} = \frac{٥ + ٦ + ٧ + ٩ + ٨}{٥} = ٧$$

س	$\bar{س}$	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$) ^٢
٨	٧	١	١
٩	٧	٢	٤
٧	٧	٠	٠
٦	٧	-١	١
٥	٧	-٢	٤
			١٠

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مج (س - } \bar{س} \text{)}^2}{ن}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} \approx ١,٤$$

تدريب

احسب الانحراف المعياري للقيم

٢٧ , ٢٠ , ٥ , ٣٢ , ١٦

مثال ٦: إذا كانت ص = ع + ٥ ، كانت ع تتغير

عكسياً مع س ، كانت ص = ٦ عندما س = ٢

اوجد العلاقة بين س ، ص

ثم اوجد ص عندما س = ١

الحل

$$\boxed{ص = ع + ٥}$$

عند ص = ٦

$$٥ + ع = ٦$$

$$ع = ٥ - ٦ = ١$$

$$\therefore ع > \frac{١}{س}$$

$$\therefore ص = \frac{٢}{س}$$

عند ع = ١ ، س = ٢

$$\frac{٢}{س} = ١$$

$$٢ = س$$

العلاقة بين ع ، س هي

$$\boxed{ع = \frac{٢}{س}}$$

$$\boxed{ص = \frac{٢}{س} + ٥}$$

العلاقة بين س ، ص

عندما س = ١

$$ص = \frac{٢}{١} + ٥$$

$$ص = ٧ + ٥ = ١٢$$

مثال ٢: فيما يلي التوزيع التكراري يبين عدد أطفال بعض الأسر في إحدى المدن الجديدة.
احسب الانحراف المعياري لعدد الأطفال

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحل

س	ك	س × ك
٠	٨	٠
١	١٦	١٦
٢	٥٠	١٠٠
٣	٢٠	٦٠
٤	٦	٢٤
المجموع	١٠٠	٢٠٠

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع (س × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$$

س	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$) ^٢	ك	(س - $\bar{س}$) ^٢ × ك
٠	٢ -	٤	٨	٣٢
١	١ -	١	١٦	١٦
٢	٠	٠	٥٠	٠
٣	١	١	٢٠	٢٠
٤	٢	٤	٦	٢٤
			١٠٠	٩٢

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجموع (س - $\bar{س}$)^٢ × ك}}{\text{مجموع ك}}} = \sigma = \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}} \approx ١$$

مثال ٢: احسب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

الحل

المجموعات	س	ك	س × ك
-٥	١٠	٤	٤٠
-١٥	٢٠	٥	١٠٠
-٢٥	٣٠	٦	١٨٠
-٣٥	٤٠	٣	١٢٠
-٤٥	٥٠	٢	١٠٠
		٢٠	٥٤٠

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع (س × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٥٤٠}{٢٠} = ٢٧$$

س	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$) ^٢	ك	(س - $\bar{س}$) ^٢ × ك
١٠	٢٧ -	٢٨٩	٤	١١٥٦
٢٠	٧ -	٤٩	٥	٢٤٥
٣٠	٣	٩	٦	٥٤
٤٠	١٣	١٦٩	٣	٥٠٧
٥٠	٢٣	٥٢٩	٢	١٠٥٨
			٢٠	٣٠٢٠

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجموع (س - $\bar{س}$)^٢ × ك}}{\text{مجموع ك}}} = \sigma = \sqrt{\frac{٣٢٢٠}{٢٠}} \approx ١٢,٢٩$$