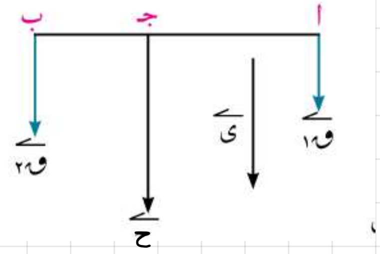
محصلة القوى المتوازية المستوية

محصلة قوتين متوازيتين

يعملان فى نفس الاتجاه



• $\overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{ق}_1} + \overrightarrow{\text{ق}_2}$ متجهة

• $\text{ح} = \text{ق}_1 + \text{ق}_2$ قياسية

• يأخذ العزوم حول (جـ)

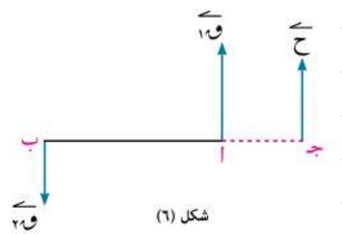
$\text{ع}_{\text{جـ}} = \text{صفر}$

$-\text{ق}_1 \times (\text{أ جـ}) + \text{ق}_2 \times (\text{ب جـ}) = \text{صفر}$

$\therefore \boxed{\text{ق}_1 (\text{أ جـ}) = \text{ق}_2 (\text{ب جـ})}$

$$\frac{\text{ق}_1}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ق}_2}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{ح}}{\text{أ ب}}$$

يعملان فى اتجاهين متضادين



شكل (٦)

• محصلة ناحية القوى الأكبر من الخارج ← $\text{ق}_1 > \text{ق}_2$

← $\overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{ق}_1} + \overrightarrow{\text{ق}_2}$ صيغة متجهة

← $\text{ح} = \text{ق}_1 - \text{ق}_2$ الأكبر - الأصغر

يأخذ العزوم حول (جـ) = صفر

$\text{ق}_1 (\text{أ جـ}) - \text{ق}_2 (\text{ب جـ}) = \text{صفر}$

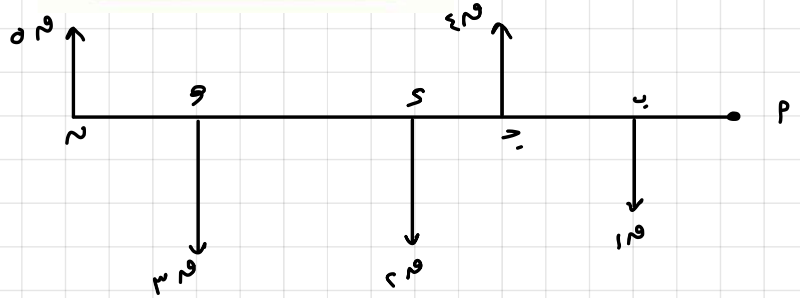
$\boxed{\text{ق}_1 (\text{أ جـ}) = \text{ق}_2 (\text{ب جـ})}$

$$\frac{\text{ق}_1}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ق}_2}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{ح}}{\text{أ ب}}$$

• $\text{ق}_1 > 2\,\text{ق}_2$ ← $\text{ق}_2 < \text{ح} < \text{ق}_1$

• $\text{ق}_1 < 2\,\text{ق}_2$ ← $\text{ح} > \text{ق}_2 < \text{ق}_1$

محصلة عدة قوى متوازية ومستوية



← لإيجاد قيمة محصلة نحدد اى مجموعة قوى أكبر

$(\text{ق}_4 + \text{ق}_5)$ ← تقارن بين → $(\text{ق}_1 + \text{ق}_2 + \text{ق}_3)$

$\text{ح} = \sum \text{ق}_{\text{الأكبر}} - \sum \text{ق}_{\text{الأصغر}}$

← تحديد نقطة التأثير

← عزوم القوى حول (أ) = عزم محصلة حول (أ)

$\text{ق}_1 (\text{أ ب}) + \text{ق}_2 (\text{أ د}) + \text{ق}_3 (\text{أ هـ}) - \text{ق}_4 (\text{أ جـ}) - \text{ق}_5 (\text{أ ن})$

$= \text{ح}\,(\text{س})$

بعدها عن الطرف (أ)

$\overset{+}{\text{س}}$ ← محصلة تقع فى أن

$\bar{\text{س}}$ محصلة خارج أن

(١) قوتان متوازيتان يعملان فى نفس الاتجاه مقدارهما ٤، ٦ نيوتن تؤثران فى نقطتين أ، ب حيث أ ب = ٢٥سم.
أوجد محصلة القوتين

(٢) أوجد محصلة قوتان متوازيتان ومتضادان فى الاتجاه مقدارهما ٧، ١٢ نيوتن تؤثران فى أ، ب حيث أ ب = ٢٠سم

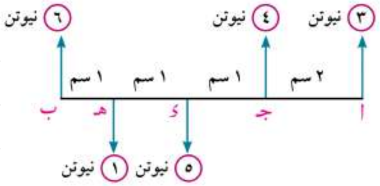
(٣) قوتان متوازيتان مقدارهما ٢٠ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطتين أ ، ب ومقدار محصلتهما ٣٥ نيوتن والبعد بين خطى عمل القوة المعلومة والمحصلة يساوى ١٥سم. أوجد ق فى كل من الحالتين:

أ القوة المعلومة والمحصلة فى نفس الاتجاه. ب القوة المعلومة والمحصلة فى عكس الاتجاه.

حاول أن تحل

(٤) الشكل المقابل يمثل مجموعة من القوى المتوازية العمودية على $\overline{أب}$
أوجد القياس الجبرى لمجموع عزوم هذه القوى بالنسبة

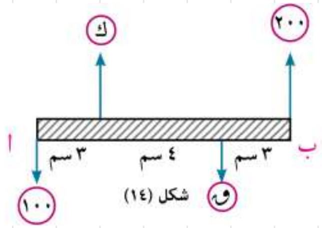
أ نقطة أ ب نقطة منتصف $\overline{أب}$



(٥) إذا كانت جـ ، ى ، هـ ∈ $\overline{أب}$ بحيث أ جـ : جـ ى : ى هـ : هـ ب = ١ : ٣ : ٥ : ٧ أثرت قوى متوازية وفى نفس الاتجاه ومتساوية فى المقدار فى النقط أ، جـ، ى، هـ ، ب برهن أن المحصلة تقسم $\overline{أب}$ بنسبة ٣ : ٥

حاول أن تحل

(٦) الشكل المقابل يوضح قضيب خفيف $\overline{أب}$. أثرت عليه القوى المتوازية الموضحة بالشكل فإذا كانت مقدار المحصلة ٣٠٠ نيوتن وتعمل لأعلى وتؤثر فى نقطة على القضيب تبعد ٤ متر من أ. أوجد ق ، ك



شكل (١٤)

حاول أن تحل

(٧) قوتان متوازيتان وفى نفس الاتجاه مقدارهما ق، ٢ق تؤثران فى نقطتين أ، ب إذا تحركت القوة ٢ ق موازية نفسها فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$ مسافه س سم اثبت أن محصلة القوتين تتحرك فى نفس الاتجاه مسافه قدرها $\frac{٢}{٣}$ س

٨) تؤثر القوتان $\overrightarrow{ق_١}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ - $\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢}$ = -٩ $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$ فى النقطتين أ(-١، ٠)، ب (١، ٢) على الترتيب. أوجد محصلة القوتين ونقطة تقاطع خط عملها مع $\overleftrightarrow{أب}$.

١١) أ، ب، جـ، ء، هـ نقط تقع على خط مستقيم واحد بحيث أ ب = ٤سم، ب جـ = ٦سم، جـ ء = ٨سم، ء هـ = ١٠سم. اثرت خمس قوى مقاديرها ٦٠، ٣٠، ٥٠، ٨٠، ٤٠ ث كجم فى النقط أ، جـ، ء، ب، هـ على الترتيب وفى اتجاه عمودى على $\overleftrightarrow{أهـ}$ بحيث كانت القوى الثلاث الأولى متحدة الاتجاه، والقوتان الاخريان فى الاتجاه المضاد. عين محصلة المجموعة

قوتان ٢ ق ، ٣ ق متوازيتان وتعملان فى نفس الاتجاه مقدار محصلتهما ٣٥ نيوتن فإن مقدار القوة الصغرى بالنيوتن تساوى ....

أ) ٧ ب) ١٠ جـ) ١٤ د) ٢١

إذا كانت : $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ قوتين متوازيتين : $\overrightarrow{ق_١}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ك $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ = -٦ $\overrightarrow{س}$ + ٨ $\overrightarrow{ص}$
فإن الثابت ك = ...

أ) ٤ ب) ٤ ١/٤ جـ) -٤ د) -٢

$\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ قوتان متوازيتان محصلتهما $\overrightarrow{ح}$ إذا كان : ق١ = ٨ نيوتن ، ح = ١١ نيوتن
فإن : ق٢ = ... نيوتن.

أ) ٣ فقط ب) ١٩ فقط جـ) ١٦ أ، ٢٢ د) ٣ أ، ١٩

إذا كانت : $\overrightarrow{ق_١}$ // $\overrightarrow{ق_٢}$ ، ق١ = ٥ نيوتن ، ح = ٣ نيوتن فإن : ق٢ ∈ ....

أ) {٢} ب) {٨} جـ) {٢، ٨} د) {٣، ٥}

إذا إتزنت ٣ قوى مستوية $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$ وكانت $\overrightarrow{ق_١}$ // $\overrightarrow{ق_٢}$ وفى نفس الاتجاه فإن : ....

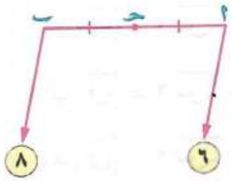
أ) $\overrightarrow{ق_٣}$ تقطع كل من $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ على التعامد.

ب) $\overrightarrow{ق_٣}$ توازى كل من $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ وفى نفس اتجاههما.

جـ) $\overrightarrow{ق_٣}$ توازى كل من $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ وفى عكس اتجاههما.

د) $\overrightarrow{ق_٣}$ = $\overrightarrow{ق_١}$ + $\overrightarrow{ق_٢}$

فى الشكل المقابل :



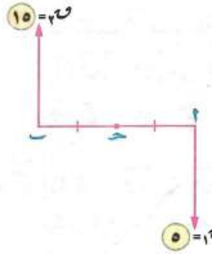
قوتان $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ متوازيتان تؤثران فى نقطتين أ ، ب وكانت حـ منتصف $\overline{أب}$
فإن محصلة القوتين تؤثر فى نقطة ء ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ حيث ....

أ) ء ∈ $\overline{أحـ}$ ب) ء ∈ $\overline{حـب}$

جـ) ء هى نفس حـ د) ء ∈ $\overleftarrow{أب}$ ، ء ∉ $\overline{أب}$

في الشكل المقابل :

قوتان ق$_1$ ، ق$_2$ متوازيتان تؤثران في نقطتين أ ، ب وكانت حـ منتصف أب فإن محصلة القوتين تؤثر في نقطة ء ∈ أب حيث ....



(أ) ء ∈ أحـ (ب) ء ∈ بحـ

(جـ) ء هي نفس حـ (د) ء ∈ أب ، ء ∉ أب

قوتان متوازيتان مقداراهما ق$_1$ ، ق$_2$ تؤثران في نفس الاتجاه ومقدار محصلتيهما ح فإن : ح ....

(أ) أكبر من ق$_1$ (ب) أقل من ق$_1$ (جـ) تساوي ق$_1$ + ق$_2$ (د) تساوي ق$_2$ − ق$_1$

إذا كان : ق$_1$ = ٣٠ نيوتن ، ق$_2$ = ٧٠ نيوتن ، البُعد بين ق$_1$ ، ق$_2$ يساوي ١٠٠ سم حيث ق$_1$ // ق$_2$ وفي اتجاهين متضادين فإن بُعد نقطة تأثير المحصلة عن ق$_2$ = ... سم.

(أ) ٧٥ (ب) ٢٥ (جـ) ١٧٥ (د) ٧٠

قوتان متوازيتان تعملان في اتجاهين متضادين مقداراهما ١٠ ، ١٦ نيوتن فإذا كانت محصلتهما تبتعد مسافة ٢٤ سم من خط عمل القوة الصغرى فإن البُعد بين خطي عمل القوتين = ... سم.

(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٨

قوتان متوازيتان بحيث : ق$_1$ = ١٠ نيوتن ، ق$_2$ = ٢ نيوتن تؤثران في أ ، ب على الترتيب بحيث : أب = ١٢٠ سم فإن مقدار واتجاه المحصلة ح يمكن أن يكون ....

(أ) ح = ١٢ نيوتن تؤثر في م ∈ أب بحيث أم = ٢٠ سم وفي اتجاه مضاد لاتجاه ق$_2$

(ب) ح = ١٢ نيوتن تؤثر في م ∈ أب بحيث أم = ٢٠ سم وفي اتجاه ق$_1$

(جـ) ح = ٨ نيوتن تؤثر في م ∉ أب ، م ∈ أب بحيث أم = ٣ سم وفي اتجاه ق$_1$

(د) ح = ٨ نيوتن تؤثر في م ∉ أب ، م ∈ أب بحيث أم = ٣٠ سم وفي اتجاه ق$_1$

قوتان متوازيتان ويعملان في نفس الاتجاه مقداراهما ق ، ٣ ق وتؤثران في النقطتين أ ، ب على الترتيب حيث أب = ٦٠ سم فإن المحصلة تؤثر في نقطة حـ ∈ أب حيث أحـ = ... سم.

(أ) ٣٦ (ب) ٤٠ (جـ) ٤٥ (د) ٥٠

قوتان متوازيتان ويعملان في نفس الاتجاه مقداراهما ق ، ٣ ق وتؤثران في النقطتين أ ، ب على الترتيب حيث أب = ٦٠ سم فإن المحصلة تؤثر في نقطة حـ ∈ أب حيث أحـ = ... سم.

(أ) ٣٦ (ب) ٤٠ (جـ) ٤٥ (د) ٥٠

إذا كانت ح هي محصلة القوتان المتوازيتان ق$_1$ ، ق$_2$ وكان : ق$_1$ > ح > ق$_2$ فإن : ....

(أ) ق$_1$ ، ق$_2$ في نفس الاتجاه. (ب) ق$_1$ ، ق$_2$ متضادان في الإتجاه.

(جـ) ح في اتجاه ق$_1$ (د) ح = ق$_1$ − ق$_2$

إذا كانت $\overrightarrow{ح}$ محصلة القوتين المتوازيتين $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ وكان $ق_1 > ق_2 > ح$ فإن : ....

(أ) $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ في نفس الاتجاه.
(ب) $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ متضادان في الاتجاه.
(ج) $ح = ق_1 - ق_2$
(د) خط عمل $\overrightarrow{ح}$ أقرب إلى $\overrightarrow{ق_2}$ منه إلى $\overrightarrow{ق_1}$

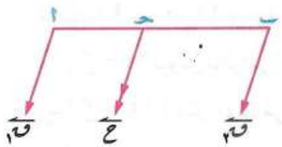
إذا كانت $\overrightarrow{ق_1} // \overrightarrow{ق_2}$ وتؤثران في النقطتين أ ، ب على الترتيب ومحصلتيهما $\overrightarrow{ح}$ تؤثر في م $\in \overleftrightarrow{أب}$
وكان أم = ٢ م ب ، ب $\notin$ $\overline{أم}$ فإن : ....

(أ) $ح = ق_1 + ق_2$
(ب) $ح = ق_1 - ق_2$
(ج) $ح = ق_2 - ق_1$
(د) لا يمكن تعيين مقدار ح

$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان البعد بين خطي عمليهما = ١٠ سم وكان خط عمل محصلتهما يبعد عن خط عمل $\overrightarrow{ق_1}$ بمقدار ١٢ سم فإن : ....

(أ) $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ في نفس الاتجاه.
(ب) $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ متضادان في الاتجاه.
(ج) $\overrightarrow{ح} = \overrightarrow{ق_1} - \overrightarrow{ق_2}$
(د) $ح = ق_1 + ق_2$

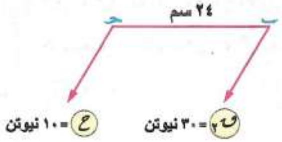
في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان في نفس الاتجاه
تؤثران عند أ ، ب على الترتيب ، محصلتهما $\overrightarrow{ح}$
، تؤثر عند نقطة جـ $\in \overline{أب}$ حيث $ق_1$ = ٨ نيوتن
، ح = ١٣ نيوتن ، أجـ = ١٠ سم فإن : أب = ... سم

(أ) ١٦ (ب) ١٣ (ج) ٢٦ (د) ٦

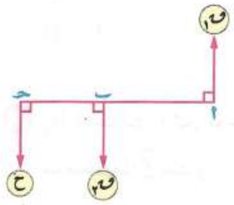
في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overrightarrow{ق_1} // \overrightarrow{ق_2}$ وتؤثران في النقطتين أ ، ب على الترتيب
حيث أ $\in \overleftrightarrow{ب جـ}$ ، ب جـ = ٢٤ سم
فإن : أب = ... سم.

(أ) ٦ (ب) ١٢ (ج) ١٨ (د) ٤٨

(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان تؤثران في النقطتين أ ، ب وتؤثر المحصلة
في نقطة جـ $\in \overleftrightarrow{أب}$ ، فإذا كان أب : أجـ = ٤ : ٧ ، ومعيار
المحصلة = ٢٠ ث جم ، فإن : $ق_1$ = ... ث.كجم.

(أ) ٣٥ (ب) ٢٠
(ج) ٢٥ (د) ١٥

إذا كانت $\overrightarrow{ح}$ هي محصلة القوتين المتوازيتين اللتان مقداراهما ٣٠ ، ق نيوتن وكانت ح = ١٠ نيوتن
فيمكن أن يكون ....

(أ) ق = ٢٠ نيوتن وتعمل عكس اتجاه القوة التي مقدارها ٣٠ نيوتن.
(ب) ق = ٢٠ نيوتن وتعمل في نفس اتجاه القوة التي مقدارها ٣٠ نيوتن.
(ج) ق = ٤٠ نيوتن وتعمل عكس اتجاه المحصلة.
(د) ق = ٤٠ نيوتن وتعمل في نفس اتجاه القوة التي مقدارها ٣٠ نيوتن.

٢ قوتان متوازيتان ق١ ، ق٢ ومتحدتا الاتجاه مقدار محصلتهما ٢٥ نيوتن وتؤثر فى نقطة تبعد ٤ سم عن القوة الأولى و٦ سم عن القوة الثانية فإن : ق١ – ق٢ = ... نيوتن.

(أ) ٢٠ (ب) ١٥ (ج) ١٠ (د) ٥

قوتان ق١ ، ق٢ متوازيتان وتعملان فى اتجاهين متضادين وخط عمل محصلتهما يبعد عن خط عمل الأولى بمقدار ٩ سم وعن خط عمل الثانية بمقدار ١٢ سم فإذا كان مقدار محصلتهما ١٤ نيوتن فإن : ق١ + ق٢ = ... نيوتن.

(أ) ١٤ (ب) ٤٩ (ج) ٩٨ (د) ١٠٤

٢ ق١ ، ق٢ قوتان مقدار الأولى ٤ ث.كجم ومقدار محصلتهما (ح) هو ٦ ث.كجم والبُعد بين ق١ ، ح يساوى ٨ سم فإذا كانت ق١ ، ح تعملان فى اتجاه واحد فإن البُعد بين ق١ ، ق٢ يساوى .... سم.

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (ج) ٢٠ (د) ٢٤

ق١ ، ق٢ قوتان مقدار الأولى ٤ ث.كجم ومقدار محصلتهما (ح) هو ٦ ث.كجم والبُعد بين ق١ ، ح يساوى ٨ سم فإذا كانت ق١ ، ح تعملان فى اتجاهين متضادين فإن البُعد بين ق١ ، ق٢ يساوى .... سم.

(أ) ٣,٢ (ب) ٤,٨ (ج) ٩,٦ (د) ١٢,٦

٣ إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتين متوازيتين تعملان فى نفس الاتجاه وكان البُعد بينهما ٦٠ سم وكان مقدار محصلتهما ح = ٣٠ نيوتن وتبعد عن ق١ مسافة ٢٠ سم فإن : ق٢ = ... نيوتن.

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٢٠ (د) ٢٥

إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتين متوازيتين تؤثران فى النقطتين أ ، ب حيث ق١ = ٣٠ ث.كجم ، ق١ > ق٢ وكانت محصلتهما ح مقدارها ١٠ ث.كجم وتؤثر فى نقطة حـ حيث ب حـ = ٩٠ سم فإن : أ ب = ... سم.

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ١٢٠

٣ قوتان متوازيتان مقداراهما ١٥ ، ق نيوتن ، فإذا كان مقدار محصلتهما ٢٥ نيوتن وكانت القوة المعلومة والمحصلة تعملان فى نفس الاتجاه فإن مقدار القوة ق بالنيوتن تساوى ....

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٠

قوتان متوازيتان مقداراهما ١٥ ، ق نيوتن ، فإذا كان مقدار محصلتهما ٢٥ نيوتن وكانت القوة المعلومة والمحصلة تعملان فى عكس الاتجاه فإن مقدار القوة ق بالنيوتن تساوى ....

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٠

قوتان متوازيتان مقدارهما ٢٠ ، ق نيوتن ، فإذا كان مقدار محصلتهما ٣٥ نيوتن والبُعد بين خطي عمل القوة المعلومة والمحصلة يساوي ١٥ سم وكانت القوة المعلومة والمحصلة تعملان في نفس الاتجاه فإن البُعد بين خط عمل القوة ق وخط عمل المحصلة يساوي .... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٣٥

٢) قوتان متوازيتان $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ وكان $\overrightarrow{ق_1} = ٢\overrightarrow{س} - ٦\overrightarrow{ص}$ ، $\|\overrightarrow{ق_2}\| = ٦\sqrt{١٠}$ نيوتن

فإن : $\overrightarrow{ق_2}$ يمكن أن تكون ....

(أ) $٦\overrightarrow{س} - ١٨\overrightarrow{ص}$ (ب) $٦\overrightarrow{س} + ١٨\overrightarrow{ص}$

(جـ) $-٦\overrightarrow{س} - ١٨\overrightarrow{ص}$ (د) $٤\overrightarrow{س} - ١٢\overrightarrow{ص}$

إذا كانت : $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان بحيث $٣\overrightarrow{ق_1} = ٢\overrightarrow{ق_2}$ ومحصلتهما تبعد عن $\overrightarrow{ق_1}$ مسافة ١٥ سم فإن بعد المحصلة عن $\overrightarrow{ق_2}$ = ... سم.

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٢ (د) ٢٥

٤) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ تؤثر في النقطة أ ، $\overrightarrow{ق_2}$ تؤثر في النقطة ب ، $\overrightarrow{ق_1} + ٣\overrightarrow{ق_2} = \overrightarrow{و}$ وكانت محصلتهما تؤثر في النقطة حـ $\in \overleftrightarrow{أب}$ فإن : أب + أحـ = ...

(أ) ٣ بحـ (ب) ٤ بحـ (جـ) ٥ بحـ (د) ٦ بحـ

إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان تؤثران في نقطتين أ ، ب حيث $٥\overrightarrow{ق_1} = ٧\overrightarrow{ق_2}$ ومحصلتيهما تؤثر في نقطة حـ حيث حـ $\in \overleftrightarrow{أب}$ فإن : ....

(أ) أحـ : حـب = ٥ : ٧ (ب) أحـ : حـب = ٧ : ٥

(جـ) أحـ : أب = ٧ : ١٢ (د) أب : حـب = ١٢ : ٥

إذا كانت : $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان تؤثران في نقطتين أ ، ب حيث $٢\overrightarrow{ق_1} = -٣\overrightarrow{ق_2}$ ومحصلتهما تؤثر في نقطة حـ $\in \overleftrightarrow{أب}$ فإن : ....

(أ) أحـ : حـب = ٢ : ١ (ب) أحـ : أب = ٢ : ٣

(جـ) بحـ : أحـ = ٣ : ٢ (د) بحـ : أب = ٣ : ٢

إذا كان مقدارا قوتان متوازيتان تعملان في نفس الاتجاه هما $\frac{س}{ص}$ ، $\frac{ص}{س}$ نيوتن ومحصلتهما ٢ نيوتن فإن ....

(أ) س = ص (ب) س = ٢ ص

(جـ) ص = ٢ س (د) س = $\frac{١}{٢}$ ص

قوتان مقدارهما $ق_1$ ، $ق_2$ متوازيتان وتعملان في نفس الاتجاه إذا بدلت مكانيهما فإن محصلتهما لا تغير مكانها فإن ....

(أ) $ق_1 = ق_2$ (ب) $ق_1 = ٢ ق_2$

(جـ) $٢ ق_1 \neq ق_2$ (د) $ق_1 = \frac{١}{٢} ق_2$

$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان فى نفس الاتجاه يؤثران فى أ ، ب على الترتيب ومحصلتهما تؤثر فى نقطة ح $\in \overleftrightarrow{أب}$ فإذا زاد مقدار القوة $ق_1$ فإن ....

(أ) مقدار المحصلة يزداد ونقطة تأثيرها تتحرك نحو ب

(ب) مقدار المحصلة يزداد ونقطة تأثيرها تتحرك نحو أ

(ج) مقدار المحصلة لا يزداد ونقطة تأثيرها تتحرك نحو ب

(د) مقدار المحصلة لا يزداد ونقطة تأثيرها تتحرك نحو أ

$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان فى نفس الاتجاه يؤثران فى أ ، ب على الترتيب وكان $ق_1 > ق_2$ فإذا تضاعف مقدار كل من القوتين فإن ....

(أ) المحصلة تتضاعف ولا تتغير نقطة تأثيرها.

(ب) المحصلة تتضاعف وتقترب نقطة تأثيرها من $\overrightarrow{ق_1}$

(ج) المحصلة تتضاعف وتقترب نقطة تأثيرها من $\overrightarrow{ق_2}$

(د) المحصلة لا تتضاعف ولا تتغير نقطة تأثيرها.

إذا أثرت القوتان المتوازيتان $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ فى النقطتين أ ، ب على الترتيب فكانت محصلتهما تؤثر فى نقطة ح $\in \overleftrightarrow{أب}$ وإذا أثرت القوتان المتوازيتان $\overrightarrow{ق_2}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ فى النقطتين أ ، ب على الترتيب كانت محصلتهما تؤثر فى نقطة ح أيضًا فإن ....

(أ) $ق_1 = ق_2 = ق_3$ (ب) $ق_1 + ق_3 = ٢ ق_2$

(ج) $ق_1 \times ق_3 = ق_2^{٢}$ (د) $\frac{١}{ق_1} + \frac{١}{ق_3} = \frac{٢}{ق_2}$

إذا كان : $\overrightarrow{ق_1} // \overrightarrow{ق_2}$ وتؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب ومحصلتهما $\overrightarrow{ح}$ تؤثر فى النقطة م $\in \overleftrightarrow{أب}$ وكان : $ق_1 > ق_2$ ، $ق_2 = ح$ فأى العبارات الآتية غير صحيحة ؟

(أ) $ح = \frac{١}{٢} ق_1$ (ب) $ح = ق_1 - ق_2$

(ج) ب م = ٢ أ ب (د) أ م = م ب

إذا كانت $\overrightarrow{ق_1} // \overrightarrow{ق_2}$ وتؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب ، المحصلة $\overrightarrow{ح}$ تؤثر فى النقطة ح $\in \overleftrightarrow{أب}$ وكان $ق_1 > ح > ق_2$ فإن : ....

(أ) أ ح $\geq$ ٢ أ ب (ب) أ ح $>$ ٢ ب ح

(ج) أ ح $>$ ٢ أ ب (د) ب ح = $\frac{١}{٢}$ أ ب + أ ح

إذا كانت : $\overrightarrow{ق_1} = -٢ \overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ تؤثر فى أ (−٢ ، ٠) ، $\overrightarrow{ق_2} // \overrightarrow{ق_1}$ حيث $\overrightarrow{ح} = ٦ \overrightarrow{س} - ٣ \overrightarrow{ص}$ تؤثر فى ح (٦ ، ٠) فإن نقطة تقاطع خط عمل $\overrightarrow{ق_2}$ مع $\overleftrightarrow{أح}$ هى ....

(أ) (٤ ، ٠) (ب) (٨ ، ٠) (ج) (٢ ، ٠) (د) (٠ ، ٠)

$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان وفى نفس الاتجاه تؤثران فى النقطتين أ (−١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٧) على الترتيب فإذا كان خط عمل المحصلة يقطع $\overline{أب}$ فى النقطة ح (٠ ، ٤) فإن : $\frac{ق_1}{ق_2} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٣}{١}$

قوتان متوازيتان ومتحدتا الاتجاه مقدارهما ٥ ، ٨ نيوتن تؤثران فى نقطتين أ ، ب على الترتيب حيث : أ ب = ٣٩ سم ، إذا أُضيف للقوة الأولى قوة أخرى مقدارها ق فى نفس الاتجاه فإن المحصلة تتحرك ٨ وحدات فإن مقدار ق = ... نيوتن.

(أ) ٦,٥ (ب) ٨ (ج) ٩,٥ (د) ١٣

٥ قوتان متوازيتان فى اتجاه واحد مقداراهما ق ، ٣ ق وتؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب فإذا بدلت القوتان مكانيهما فإن محصلتهما تتحرك مسافة .... وحدة طول.

(أ) $\frac{٣}{٤}$ أب (ب) $\frac{١}{٢}$ أب (ج) $\frac{١}{٣}$ أب (د) $\frac{١}{٤}$ أب

إذا كان : $\overleftarrow{ق_١}$ // $\overleftarrow{ق_٢}$ ، $ق_١ > ق_٢$ وكان مقدار محصلتهما = ح إذا كانتا فى اتجاهين متضادين ومقدار محصلتهما = ٥ ح إذا كان لهما نفس الاتجاه فإن : $ق_١$ = ... $ق_٢$

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (ج) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{٧}{٣}$

قوتان متوازيتان مقداراهما ٣ ق ، ٢ ق تعملان فى نفس الاتجاه تؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب فإذا تحركت القوة ٣ ق موازية لنفسها فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$ مسافة مقدارها ١٥ سم فإن محصلتهما تتحرك مسافة .... سم.

(أ) ٩ (ب) ٢٥ (ج) ٦ (د) ٣٧,٥

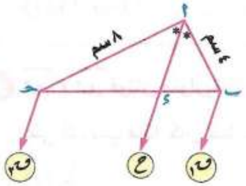
قوتان متوازيتان فى اتجاه واحد مقداراهما ٣ نيوتن ، ٢ نيوتن تؤثران فى أ ، ب على الترتيب بحيث كان : أب = ٥ وحدة طول وانتقلت القوة ٣ فى الاتجاه $\overleftarrow{بأ}$ ثلاث وحدات طول وانتقلت القوة ٢ فى الاتجاه $\overleftarrow{أب}$ وحدتين طول فإن مقدار المحصلة ينتقل فى اتجاه .... مسافة .... وحدة طول.

(أ) $\overleftarrow{أب}$ ، ١ (ب) $\overleftarrow{بأ}$ ، ١ (ج) $\overleftarrow{أب}$ ، ٢ (د) $\overleftarrow{بأ}$ ، ٢

فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftarrow{أء}$ ينصف ∠ أ وكانت $ق_١$ ، $ق_٢$ قوتان متوازيتان تؤثران فى ب ، حـ وكانت محصلتهما تؤثر فى نقطة ء

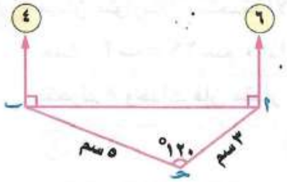
فإن : $ق_١$ = ...



(أ) $ق_٢$ (ب) $\frac{١}{٢}$ $ق_٢$ (ج) ٢ $ق_٢$ (د) $\frac{١}{٣}$ $ق_٢$

فى الشكل المقابل :

أثرت القوتين اللتين مقدارهما ٦ نيوتن ، ٤ نيوتن عند أ ، ب عموديتان على $\overleftarrow{أب}$ وفى نفس الاتجاه فإن خط عمل محصلة هاتين القوتين يبعد عن نقطة أ مسافة .... سم.

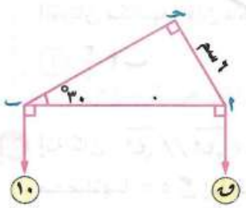


(أ) ١,٦ (ب) ١,٨ (ج) ٢,٤ (د) ٢,٨

فى الشكل المقابل :

أثرت القوتان اللتان مقداراهما ق نيوتن ، ١٠ نيوتن عند أ ، ب عموديتان على $\overleftarrow{أب}$ إذا كان خط عمل محصلة هاتين القوتين يمر بنقطة تقاطع متوسطات المثلث

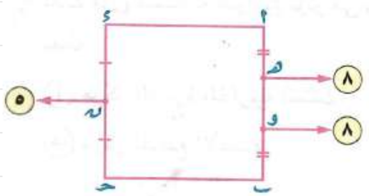
فإن : ق = ... نيوتن.



(أ) ١٠ (ب) ١٢ (ج) ١٤ (د) ١٥

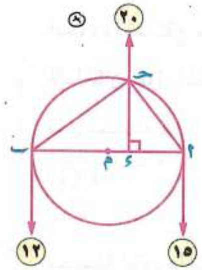
(تجريبى ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مربع ، أثرت القوى المستوية المتوازية التى مقاديرها ٨ ، ٨ ، ٥ نيوتن فى النقط هـ ، و ، ن على الترتيب حيث ن منتصف $\overline{ءحـ}$ ، أهـ = ب و ، فإن القياس الجبرى لمجموع عزوم القوى حول نقطة تقاطع القطرين = ... نيوتن.سم.



(أ) ١٦ (ب) ٨ (ج) ٥ (د) صفر

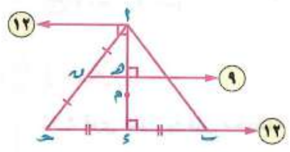
(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



تؤثر القوى المستوية المتوازية ٢٠ ، ١٥ ، ١٢ نيوتن
في النقط حـ ، أ ، ب على الترتيب.
فإذا كانت خطوط عمل القوى عمودية على القطر أب
في الدائرة م ، أ حـ = ٦ سم ، حـ ب = ٨ سم
، فإن القياس الجبرى لعزوم القوى حول مركز الدائرة م = ... نيوتن.سم.

(أ) -١٣ (ب) ٤٣ (ج) ١٣ (د) -٤٣

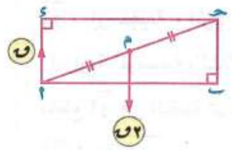
(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ١٥ سم ، ب حـ = ١٨ سم
أثرت القوى المستوية المتوازية ١٢ ، ٩ ، ١٢ نيوتن
في النقط أ ، ن ، حـ على الترتيب عموديًا على أء
، م نقطة تلاقى متوسطات المثلث أ ب حـ
فإن القياس الجبرى لمجموع عزوم القوى حول نقطة م = ... نيوتن.سم.

(أ) -١٢٦ (ب) ١٦٢ (ج) -١٦٢ (د) ١٢٦

في الشكل المقابل :



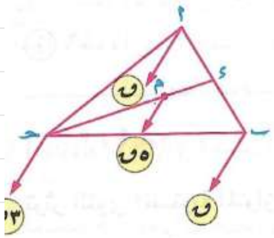
أ ب حـ ء مستطيل أثرت القوتان المتوازيتان
التى مقداراهما ق ، ٢ ق فإن خط عمل المحصلة
هو ....

(أ) أء (ب) حـ ب (ج) أحـ (د) ءحـ

ثلاث قوى متساوية متوازية تؤثر فى رؤوس مثلث أ ب حـ وتعمل فى نفس الاتجاه فإن محصلتهم تؤثر فى نقطة ....

(أ) مركز الدائرة الخارجة للمثلث. (ب) تقاطع المتوسطات للمثلث.
(ج) مركز تقاطع الأعمدة. (د) تقاطع منتصفات زوايا المثلث.

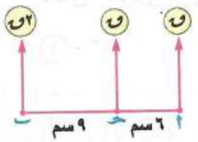
في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، م نقطة تلاقى متوسطات Δ أ ب حـ
القوى ق ، ق ، ٥ ق ، ٣ ق قوى متوازية وفى
اتجاه واحد تقع خطوط عملها فى مستوى المثلث
فإذا كان طول المتوسط حـ ء = ٣٠ سم
فإن محصلة هذه القوى تؤثر فى نقطة تبعد عن حـ مسافة = ... سم.

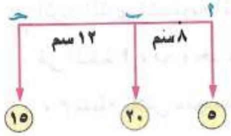
(أ) ١٤ (ب) ١٥ (ج) ١٦ (د) ٢٠

محصلة القوى المتوازية فى الشكل المقابل
تؤثر فى نقطة ء ∈ أب حيث ....



(أ) ء تنطبق على حـ (ب) ء أ = ٩ سم
(ج) ء ب = ٧ سم (د) ء حـ = ١ سم

٦ في الشكل المقابل :

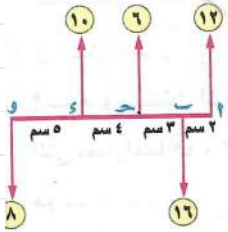


ثلاث قوى متوازية فإن محصلة هذه القوى تبعد عن نقطة أ مسافة .... سم.

(أ) ١١,٥ (ب) ٨,٥

(جـ) ٣١,٥ (د) ٢٨,٥

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

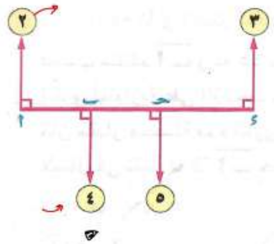


$\overline{أو}$ ساق خفيفة ، أثرت عليها القوى المستوية المتوازية الموضحة بالشكل ، وخط عمل المحصلة يقطع $\overline{أو}$ في النقطة هـ فإن ....

(أ) هـ ∈ $\overline{أحـ}$ (ب) هـ ∈ $\overline{حـو}$

(جـ) هـ ∈ $\overleftarrow{أو}$ ، هـ ∉ $\overline{أو}$ (د) هـ ∈ $\overrightarrow{أو}$ ، هـ ∉ $\overline{أو}$

٧ (دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

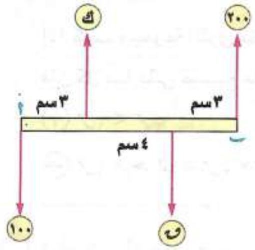


القوى التي مقاديرها ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٣ نيوتن تؤثر عند النقط أ ، ب ، حـ ، ء على الترتيب حيث ء حـ = ٤ سم ، حـ ب = ب أ = ٣ سم ، فإذا كانت محصلة هذه المجموعة تؤثر في نقطة م ∈ $\overline{أء}$ ، فإن : ء م = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٧

(جـ) ٤ (د) ٣,٥

الشكل المقابل يوضح قضيب خفيف $\overline{أب}$ أثرت عليه القوى المتوازية الموضحة بالشكل فإذا كانت مقدار المحصلة ٣٠٠ نيوتن وتعمل لأعلى وتؤثر في نقطة على القضيب تبعد ٤ سم من أ

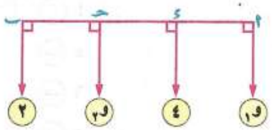


فإن : ق + ك = ... نيوتن.

(أ) ٣٥٠ (ب) ٥٥٠

(جـ) ٧٥٠ (د) ٩٠٠

(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

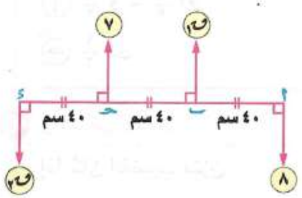


$\overline{أب}$ مسطرة خفيفة (مهملة الوزن) ، طولها ٣٠٠ سم ، أثرت القوى ق١ ، ٤ ، ق٢ ، ٢ ث.جم في اتجاه عمودي على $\overline{أب}$ حيث أء = ء حـ = حـ ب ، فإذا كانت محصلة هذه القوى ١٠ ث.جم ، وتؤثر في م حيث أ م = ١٣٠ سم

فإن : ق١ − ق٢ = ... ث.سم.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣,٥ (د) ٤

(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

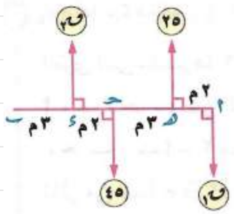


أ ، ب ، حـ ، ء أربع نقاط تنتمي لمستقيم أفقي واحد ، أب = ب حـ = حـ ء = ٤٠ سم أثرت القوى المتوازية ٨ ، ق١ ، ٧ ، ق٢ نيوتن ، فإذا كانت محصلة هذه القوى ٦ نيوتن وتعمل لأسفل عند نقطة م (حيث م منتصف $\overline{أء}$)

فإن : ق١ + ق٢ = ... نيوتن.

(أ) ١٢ (ب) ١٠ (جـ) ١٣ (د) ١٦

(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

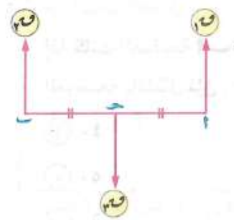


قضيب منتظم $\overline{أب}$ وزنه ٤٥ ث.كجم وطوله ١٠ أمتار ، أثرت القوى المتوازية على القضيب كما هو موضح بالشكل ، فإذا كان مقدار محصلة هذه القوى = ٥٠ ث.كجم وتؤثر رأسيًا لأسفل في نقطة ن $\in$ $\overline{أب}$ حيث أن = ٠,٧ متر

فإن : ق١ : ق٢ = ...

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٢ : ٥ (ج) ٤ : ٩ (د) ٩ : ٤

في الشكل المقابل :



ثلاث قوى متوازية ومتساوية في المقدار إذا تحركت القوة ق٢ في اتجاه $\overleftarrow{جـ أ}$ مسافة س فإن المحصلة ....

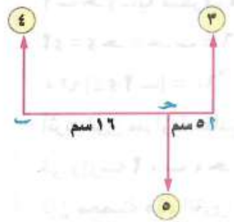
(أ) تظل كما هي.

(ب) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{جـ أ}$ مسافة س

(ج) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{جـ أ}$ مسافة $\frac{1}{2}$ س

(د) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{جـ ب}$ مسافة س

في الشكل المقابل :



إذا تحركت القوة التي مقدارها ٥ نيوتن في اتجاه $\overleftarrow{أب}$ مسافة س سم فإن محصلة القوى ....

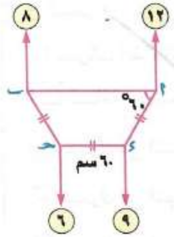
(أ) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{أب}$ مسافة $\frac{1}{2}$ س

(ب) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{ب أ}$ مسافة $\frac{5}{2}$ س

(ج) تتحرك في اتجاه $\overleftarrow{ب أ}$ مسافة $\frac{5}{7}$ س

(د) تظل كما هي ولا تتحرك.

في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شبه منحرف فيه

أء = ءجـ = جـب = ٦ سم

، ق(∠ء أ ب) = ٦٠°

أثرت قوى متوازية مقاديرها ١٢ ، ٨ ، ٦ ، ٩ نيوتن

في رؤوسه أ ، ب ، جـ ، ء على الترتيب كما بالشكل

فإن محصلة هذه القوى تبعد عن أ مسافة .... سم.

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

إذا كانت القوة $\overleftarrow{ق_1}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{ص}$ − ٣ $\overleftarrow{ع}$ تؤثر في النقطة أ (١ ، ٢ ، −٣)

، القوة $\overleftarrow{ق_2}$ = −٤ $\overleftarrow{س}$ + ٢ $\overleftarrow{ص}$ + ٦ $\overleftarrow{ع}$ تؤثر في النقطة ب (٠ ، ٣ ، ١)

فإن نقطة تقاطع خط عمل محصلة القوتين ق١ ، ق٢ مع $\overleftrightarrow{أب}$ هي ....

(أ) (٤ ، ٥ ، −١) (ب) (−١ ، ٤ ، ٥)

(ج) (−١ ، ٤ ، ٣) (د) (١ ، ٥ ، −٢)

ن من القوى المستوية المتوازية المتساوية مقدار كل منها = ق تؤثر في اتجاه يوازي المحور الصادي وهي بالتالي متضادة الاتجاه وتؤثر أولها في الاتجاه الموجب للمحور الصادي وعلى بُعد منه = ٢ سم وكان البُعد بين كل قوة والتالية لها = ٢ سم . فإذا كانت ن عددًا فرديًا فإن المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول نقطة الأصل يساوي ....

(أ) (ن − ١) × ق (ب) (ن + ١) × ق (ج) $\frac{ن - 1}{2}$ × ق (د) $\frac{ن + 1}{2}$ × ق

اتزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية

Equilibrium of a system of coplanar parallel forces

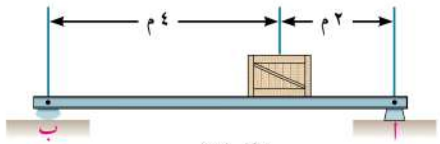
قاعدة

إذا اتزن جسم متماسك تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية المستوية فإن :

١ - مجموع القياسات الجبرية لهذه القوى (بالنسبة لمتجه وحدة يوازيها) يساوى صفرًا .
(المحصلة = صفر).

٢ - مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أى نقطة فى مستويها يساوى صفرًا.

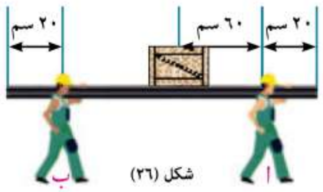
(١) الشكل المقابل يوضح لوح خشبى كتلته ٣٠ كجم لكل متر من طوله يرتكز فى وضع أفقى على حاملين أ ، ب و يحمل صندوق كتلته ٢٤٠ كجم. أوجد الضغط الواقع على كل حامل.



شكل (٢٤)

حاول أن تحل

(١) رجلان أ ، ب يحملان لوح من الخشب طوله ٢ متر ووزنه ١٦ث كجم يؤثر عند منتصفه يحمل صندوقا وزنه ٢٤ ث كجم كما هو موضحًا فى شكل (٢٦) أوجد الضغط على كتف كل رجل ثم عين على أى نقطة من اللوح يكون موضع كتف الرجل ب حتى يتساوى الضغطين.



شكل (٢٦)

(٢) $\overline{\text{أ ب}}$ قضيب منتظم طوله ٩٠ سم ووزنه ٦٠ نيوتن معلق فى وضع أفقى بخيطين رأسيين من طرفيه أ ، ب اين يعلق ثقل مقداره ١٥٠ نيوتن حتى يكون مقدار الشد عند أ ضعف مقداره الشد عند ب.

ش ٢ش

(٢) $\overline{\text{أ ب}}$ لوح خشبى منتظم كتلته ١٠ كجم وطوله ٤ متر يرتكز فى وضع أفقى على حاملين أحدهما عند أ والآخر عند نقطة تبعد ١ متر عن ب . بين على أى بُعد يقف على اللوح طفل وزنه ٥٠ ث كجم لكى يتساوى ردى الفعل على الحاملين.

(٣) $\overline{\text{أ ب}}$ لوح خشبى غير منتظم طوله ٤ متر يرتكز فى وضع أفقى على حاملين عند جـ ، ى بحيث أ جـ = ١ متر ، ب ى = $\frac{1}{2}$ ١ متر. فإذا كانت أقصى مسافة يستطيع أن يتحركها رجل وزنه ٧٨٠ نيوتن على اللوح من أ إلى ب دون أن يختل توازن اللوح هى٣ متر وأقصى مسافة يستطيع أن يتحركها نفس الرجل من ب إلى أ هى $\frac{1}{2}$ ٣ متر . عين وزن اللوح ونقطة تأثيره.

(٣) يرتكز قضيب $\overline{\text{اب}}$ طوله ٩٠ سم ووزنه ٥٠ نيوتن ويؤثر فى نقطة منتصفه فى وضع أفقى على حاملين ، احدهما عند الطرف ا والآخر عند نقطة جـ تبعد ٣٠سم عن ب ويحمل ثقلا مقداره ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ١٥سم عن ب عين قيمة الضغط على كل حامل . وأوجد ايضًا مقدار الثقل الذى يجب تعليقه من الطرف ب بحيث يصبح القضيب على وشك الدوران وماهى قيمة الضغط على جـ عندئذ.

(٧) ا ب قضيب غير منتظم طوله ١٢٠سم، إذا ثبت عند طرفه ب ثقل قدره ١ نيوتن وعلق من ا ثقل قدره ١٦ نيوتن فإن القضيب يتزن فى هذه الحالة عند نقطة تبعد ٣٠سم من ا ، و إذا أنقص الثقل الموجود عند ا وصار ٨ نيوتن فإن القضيب يتزن عند نقطة تبعد ٤٠سم من ا. أوجد وزن القضيب وبعد نقطة تأثير وزنه عن ا .

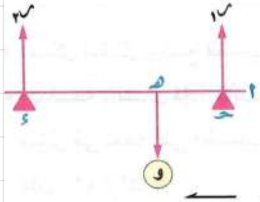
(١) ترتكز مسطرة خفيفة $\overline{\text{اب}}$ مقيسة بالسنتيمتر أفقيًا على حاملين عند النقطتين جـ ، ى بحيث جـ $\in$ $\overline{\text{اى}}$ ، ٢ ا جـ = ٢ ب ى = جـ ى. علق ثقل مقداره (و) نيوتن من النقطة (م) على المسطرة فوجد أنها تكون على وشك الانقلاب إذا علق من الطرف (ا) ثقل مقداره ١٠ نيوتن أو إذا علق من الطرف (ب) ثقل مقداره ٦ نيوتن . أوجد مقدار (و) وأثبت أن : $\frac{\text{ام}}{\text{م ب}} = \frac{٩}{٧}$.

تؤثر القوى المستوية المتزنة والمتوازية $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$ ، $\overrightarrow{ق_٤}$ فى النقط ا = (٢ ، -١) ، ب (-٤ ، -٣) ، جـ = (٣ ، ٥) ، ى = (-١ ، ٠) على الترتيب ، فإذا كانت $\overrightarrow{ق_١}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ ، $\|\overrightarrow{ق_٢}\|$ = ٢٠ نيوتن فى نفس اتجاه $\overrightarrow{ق_١}$. أوجد كلا من $\overrightarrow{ق_٣}$ ، $\overrightarrow{ق_٤}$ إذا كانتا تعملان فى اتجاه مضاد لاتجاه $\overrightarrow{ق_١}$.

في الشكل المقابل :

إذا كانت مجموعة القوى متزنة حيث ء هـ = ٢ هـ حـ

فإن كل مما يأتي صحيح ماعدا = ...

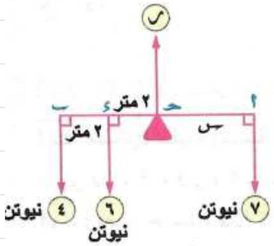


(أ) $ق_{١} > ق_{٢}$ (ب) $ق_{٢} > ق_{١}$

(ج) $ق_{١} \times$ حـ هـ $= ق_{٢} \times$ ء هـ (د) $\overrightarrow{ق_{١}} + \overrightarrow{ق_{٢}} + \overrightarrow{و} =$ صفر

في الشكل المقابل :

أب مسطرة خفيفة والقوى متزنة فإن : س = ... متر.



(أ) ٤

(ب) ٥

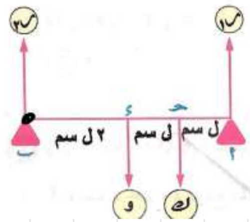
(ج) ٦

(د) ٨

في الشكل المقابل :

القضيب متزن بحسب القوى الموضحة (بالنيوتن)

فإن : $ق_{١} - ق_{٢} =$ .... نيوتن.



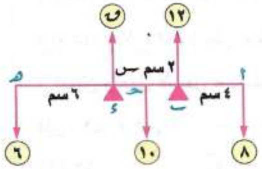
(أ) $\frac{١}{٢}$ و + $\frac{١}{٣}$ ك (ب) $\frac{٢}{٣}$ و − ك

(ج) $\frac{١}{٢}$ ك (د) $\frac{ك + و}{٢}$

في الشكل المقابل :

إذا كان القضيب متزن

فإن : س = ... سم.



(أ) ٨ (ب) ٦

(ج) ٤ (د) ٢

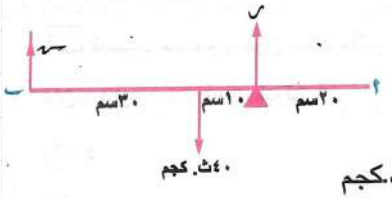
في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم وزنه ٤٠ ث.كجم

وطوله ٦٠ سم فإذا كان القضيب مرتكز في

وضع أفقي على وتد على بُعد ٢٠ سم من أ ،

ومُعلق من طرفه ب بخيط خفيف فإن : ر − شـ = ... ث.كجم



(أ) ١٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٢٠

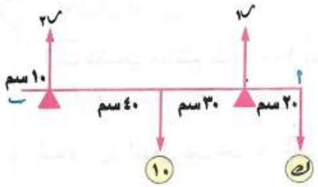
في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم وزنه ١٠ نيوتن

فإذا كان أكبر ثقل يمكن تعليقه من الطرف

أ دون أن يختل التوازن هو ك

فإن : ك = ...

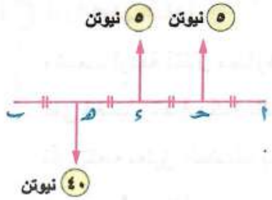


(أ) ٢٥ نيوتن. (ب) ٢٠ نيوتن. (ج) ١٥ نيوتن. (د) ٥ نيوتن.

في الشكل المقابل :

نقطة تأثير محصلة القوى

تنتمي إلى ....



(أ) أحـ (ب) حـ ء

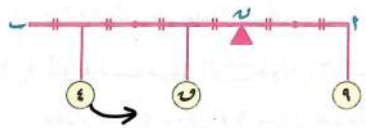
(جـ) ء هـ (د) هـ ب

في الشكل المقابل :

إذا كان القضيب أب مهمل الوزن ومقسم بالتساوى كما

موضح بالشكل ومتزن فى وضع أفقى والأوزان مقاسة

بوحدة النيوتن فإن رد فعل الوتد على القضيب = ... نيوتن.



(أ) ٦ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ١٩

في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم ومتزن تحت تأثير القوى الموضحة بالشكل

فإن : ق = ... نيوتن.

(أ) ٥ (ب) ١٠

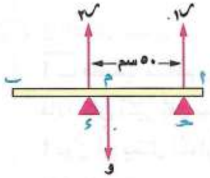
(جـ) ١٥ (د) ٢٠

في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ، حـ ء = ٥٠ سم

فإن : أ حـ = ... سم

لتجعل رد الفعل عند حـ = $\frac{1}{4}$ رد الفعل عند ء

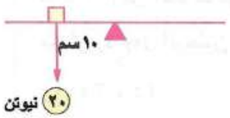


(أ) ١٢,٥ (ب) ٣٧,٥ (جـ) ١٠ (د) ٤٠

٩٠ في الشكل المقابل :

قضيب منتظم يرتكز على حامل عند منتصفه ، ووضع عليه

جسم كما بالشكل ، أى من القوى الآتية تحدث توازن للقضيب ؟



(أ) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.

(ب) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب.

(جـ) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.

(د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بُعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب.

يرتكز قضيب منتظم أب وزنه (و) فى وضع أفقى على

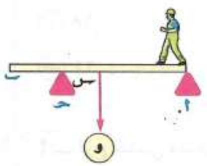
حاملين أحدهما عند أ والآخر عند حـ يبعد عن مركز

القضيب مسافة س من جهة الطرف ب ، تحرك رجل

وزنه (٢ و) من نقطة أ متجهًا إلى ب فإن أقصى مسافة

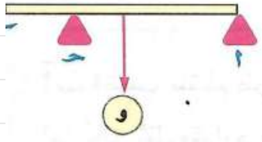
يستطيع قطعها الرجل على القضيب بعد مروره بنقطة حـ

دون أن يختل توازن القضيب هى ....



(أ) س (ب) $\frac{1}{2}$ س (جـ) $\frac{1}{4}$ س (د) ٢ س

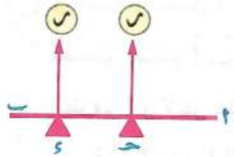
في الشكل المقابل :



يرتكز قضيب منتظم $\overline{أب}$ وزنه (و) فى وضع أفقى على حاملين احدهما عند أ والآخر عند نقطة حـ حيث أحـ = $\frac{٣}{٤}$ طول القضيب فإن الثقل الذى يجب تعليقه من ب بحيث يكون القضيب على وشك الدوران ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ و (ب) $\frac{١}{٤}$ و (جـ) و (د) ٢ و

في الشكل المقابل :



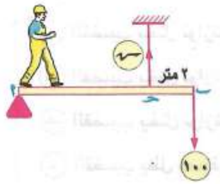
$\overline{أب}$ قضيب غير منتظم وزنه (و) يرتكز فى وضع أفقى على حاملين عند حـ ، ء فإذا كان ردى الفعل عند الحاملين متساوٍ فإن نقطة تأثير وزن القضيب تقع فى نقطة منتصف ....

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{حـء}$ (جـ) $\overline{أء}$ (د) $\overline{بحـ}$

$\overline{أب}$ قضيب منتظم وزنه (و) يرتكز أفقيًا على حاملين أحدهما عند أ والآخر عند نقطة منتصفه حـ فإن قيمتى ردى الفعل عند أ ، حـ على الترتيب هما ....

(أ) و ، و (ب) $\frac{١}{٢}$ و ، $\frac{١}{٢}$ و (جـ) صفر ، و (د) و ، صفر

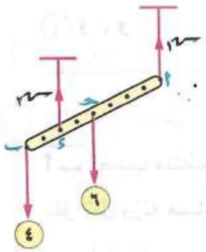
في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ لوح خفيف طوله ٦ متر مربوط من إحدى نقطة (حـ) بحبل رأسى والحبل لا يتحمل شدًا أكثر من ٤٠٠ نيوتن ومعلق من طرفه (ب) ثقل وزنه ١٠٠ نيوتن صعد ولد وزنه ٤٠٠ نيوتن على اللوح وبدأ الحركة من نقطة أ نحو الحبل فأن أقصى مسافة يتحركها هذا الولد من نقطة أ قبل أن ينقطع الخيط = ... متر

(أ) ١ (ب) ١,٥ (جـ) ٢ (د) ٢,٥

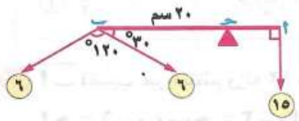
في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ مسطرة مدرجة عُلقت من النقطتين أ ، ء بخيطين رأسيين وعلق من النقطتين حـ ، ب جسمان وزنهما ٦ نيوتن ، ٤ نيوتن إذا كان المسطرة متزنة فإن : ش١ : ش٢ = ...

(أ) ١ : ٤ (ب) ١ : ١٤ (جـ) ٢ : ٣ (د) ٣ : ١٤

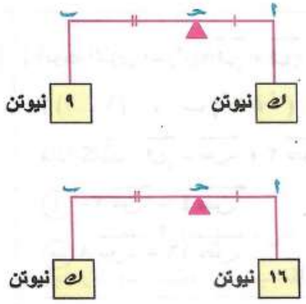
في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قضيب خفيف يستند عند نقطة حـ على حامل أفقى وعلق عند الطرف أ ثقل وزنه ١٥ نيوتن وشد طرفه (ب) بالقوتين الموضحتين بالرسم فإذا كانت القضيب متزنة أفقيًا فإن : أحـ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

١٢ في الشكل المقابل :



إذا كان كلاهما فى احالة اتزان

فإن : أحـ : حـب = ... : ....

(أ) ٩ : ١٦ (ب) ٣ : ٤

(جـ) ١٦ : ٩ (د) ٤ : ٣

بحـء قضيب غير منتظم يرتكز فى وضع الاتزان أفقيًا على حاملين أملسين عند ب ، حـ

حيث : أب = ٦ سم ، حـء = ٧ سم ونقطة تأثير وزن القضيب تقسمه بنسبة ٢ : ٣ من جهة الطرف

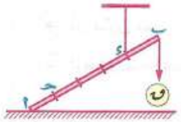
وجد أنه لو عُلق من الطرف أ ثقل قدره ١٢٠ ثقل جرام أو من الطرف ء ثقل قدره ١٨٠ ثقل جرام كان

القضيب على وشك الدوران فإن البُعد بين الحاملين = ... سم.

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ١٨ (د) ٢٢

---

١ في الشكل المقابل :



أب قضيب منتظم وزنه «و» نيوتن

طوله ٥ وحدات طول ، حـ ، ء نقطتين

علية حيث أحـ = ءب = وحدة طول واحدة

معلق بخيط رأسى خفيف من نقطة ء ، إذا علق من نقطة (ب) وزن مقداره «ن» نيوتن يتزن القضيب كما بالشكل مستندًا بطرفه (أ) على سطح أفقى أملس وإذا قطع الجزء أحـ من القضيب فإنه يتزن أفقيًا

فإن : $\frac{\text{الشد فى الحبل فى الحالة الأولى}}{\text{الشد فى الحبل فى الحالة الثانية}}$ = ...

(أ) $\frac{١٣}{٨}$ (ب) $\frac{٨}{٥}$ (جـ) $\frac{٦٥}{٦٤}$ (د) $\frac{٦٤}{٦٥}$

أب قضيب خفيف معلق بحبلين عند أ ، ب وطوله ١٢٠ سم لايتحمل أى منهما شدًا يزيد عن ٥ ث.كجم فعند أى نقطة يمكن تعليق ثقل قدره ٨ ث.كجم حتى يصبح أحد الخيطين على وشك أن ينقطع ....

(أ) على بُعد س من أ حيث س ∈]٠ ، ٤٥[

(ب) على بُعد س من ب حيث س ∈]٠ ، ٤٥[

(جـ) على بُعد س من أ حيث س ∈ [٤٥ ، ٧٥]

(د) على بُعد ٤٥ سم من أحد الطرفين.

اتزان جسم جاسئ

الفصل الرابع

Equilibrium of rigid body

الشروط الكافية واللازمة لاتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية لكى تتوازن مجموعة من القوى المستوية يلزم ويكفى أن تتحقق الشروط التالية :

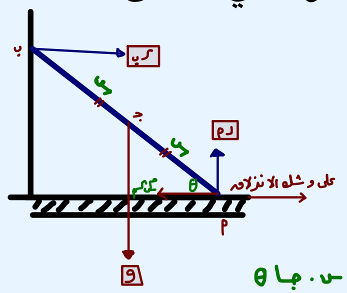
(١) ينعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى فى اتجاهين متعامدين واقعين فى مستويهما .

(٢) ينعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لنقطة واحدة فى مستويها .

ويمكن التعبير رياضيا عن هذه الشروط كالآتى :

س = صفر ، ص = صفر ، ج = صفر

الاتزان علي حائط راسي املس وافقي خشن



ر = و ← (1)

رَ = مَ · ر ← (2)

عند أخذ العزوم حول (أ)

ج أ = ٠

و × ل/٢ جتا θ = رَ × ٢ل · جا θ

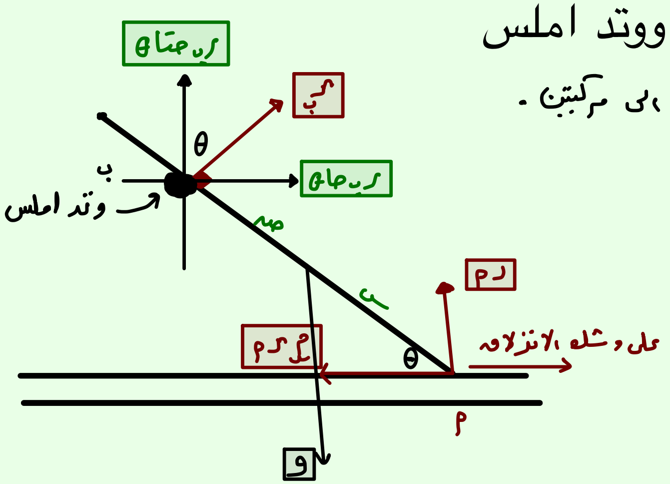
و × ل جتا θ = مَ · ر × ٢ل جا θ

جتا θ = ٢ مَ · جا θ ← ظتا θ = ٢ مَ ← مَ = ½ ظتا θ

رد فعل الارض ← رد الفعل المحصل

ر^ = ر $\sqrt{١ + مَ^2}$ هام للغاية :

اتزان علي سطح افقي خشن ووتد املس

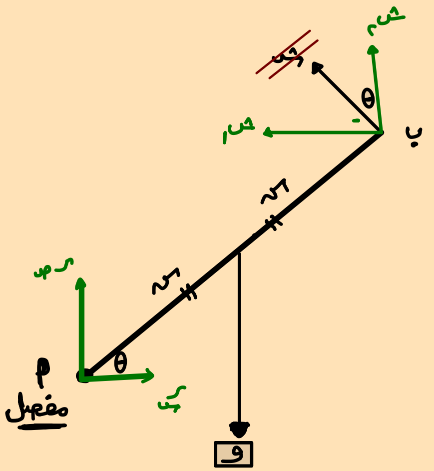


رَ ب ⊥ القطيب أب يتم تحليلة الى مركبتين .

ر + رَ جتا θ = و ← (1)

رَ جا θ = مَ ر ← (2)

قضيب معلق في مفصل وخيط بقوه شد



أب قطيب منتظم عند الطرف (أ) مفصل

[رد فعل المفصل غير معلوم الاتجاة] يتم تحليلة الى (ر س ، ر ص)

ر س = ش ← (1) ر ص + ش = و ← (2)

عند اخذ العزوم حول (أ) ج أ = صفر

و × ل جتا θ = ش × (٢ل)

و جتا θ = ٢ ش ← (3)

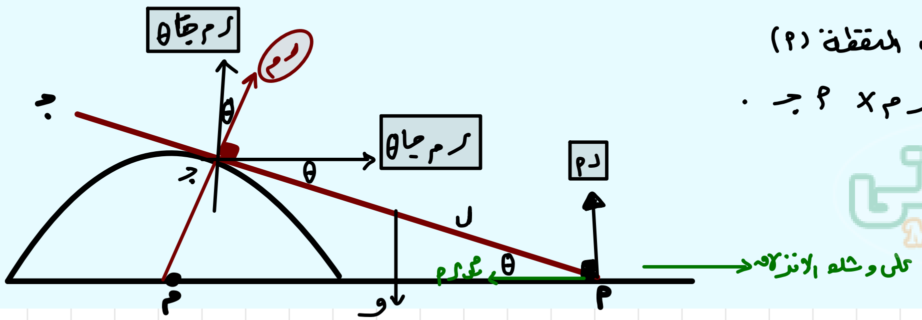
قضيب يستند علي ارض افقيه خشنه وعلي سطح نصف كروي املس

ر + رَ جتا θ = و ← (1)

رَ جا θ = مَ ر ← (2)

بأخذ العزوم حول النقطة (أ)

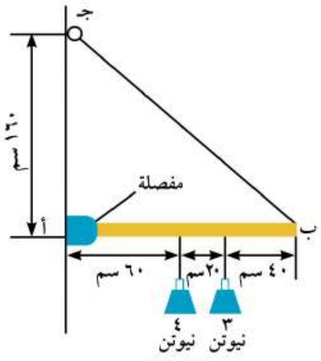
و × ل جتا θ = رَ × أ ج .



مثال

اتزان قضيب أفقي مثبت في مفصل

(١) الشكل (٥) يمثل قضيبًا منتظمًا طوله ١٢٠ سم ووزنه ٤ نيوتن متصلًا بحائط رأسي عن طريق مفصلة ، علق في القضيب الوزن ٣ نيوتن وربط طرفه الحر بواسطة حبل إلى نقطة على الحائط، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي افقيًا، أوجد مقدار الشد في الحبل؟ ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل.



شكل (٥)

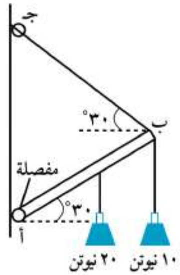
الحل

شكل (٦) يمثل المخطط البياني للمثال، القضيب متزنًا تحت تأثير أربع قوى هي :

مثال

اتزان قضيب مائل مثبت في مفصل

(٢) شكل (٨) يمثل قضيبًا منتظمًا أ ب وزنه ٢٠ نيوتن، يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° ، علق من طرفه ب ثقل مقداره ١٠ نيوتن، وشد بحبل ب جـ يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي، أوجد مقدار الشد في الحبل ؟ ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل .



شكل (٨)

الحل

شكل (٩) يمثل المخطط البياني للمثال . (لاحظ أن مثلث أب جـ متساوي الأضلاع)

القضيب متزن تحت تأثير أربع قوى هي :

مثال

اتزان سلم على مستويين متعامدين أحدهما خشن

(٣) سلم منتظم وزنه ٢٠ث كجم يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبالطرف الآخر على حائط رأسي أملس، أتزن السلم في مستو رأسي، وكان قياس زاوية ميله على الأفقي ٦٠°، فإذا علم أن معامل الاحتكاك بين السلم والأرض يساوي $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. اثبت أن أقصى مسافة تستطيع فتاة وزنها ٦٠ ث كجم أن تصعدها على السلم تساوي نصف طول السلم .

الحل

(٤) قضيب منتظم يرتكز بطرفه العلوي على حائط رأسي معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوي $\frac{1}{2}$ ، وبطرفه السفلي على مستوى أفقي، معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوي $\frac{3}{4}$. أوجد ظل زاوية ميل القضيب على الأفقي عندما يكون على وشك الانزلاق .

(٤) أب قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠ نيوتن، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى، معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{١}{٢}$ وبطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها وبين القضيب تساوى $\frac{١}{٣}$، فإذا كانت أقل قوة أفقية تجعل الطرف ب للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠ نيوتن ، فأوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى ، علما بأن القضيب يتزن فى مستوى رأسى .

مثال

اتزان ساق على مستوى أفقى خشن ووتد أملس

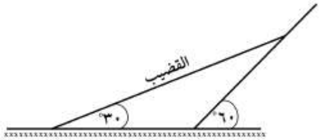
(٥) $\overline{أب}$ ساق منتظمة وزنها ٥ ث كجم وطولها ٣٠ سم، ترتكز بطرفها أ على أرض أفقية خشنة، وترتكز عند إحدى نقطها جـ على وتد أملس، يعلو عن سطح الأرض بمقدار ١٢,٥ سم، فإذا كانت الساق على وشك الانزلاق عندما كانت تميل على الأرض الأفقية بزاوية قياسها ٣٠° وتقع فى مستوى رأسى. أوجد :

أولًا : مقدار قوة رد فعل الوتد .

ثانيًا : معامل الاحتكاك بين الطرف أ والأرض .

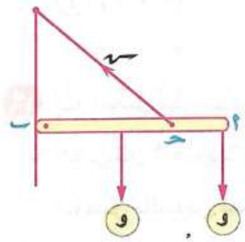
(١١) سلم منتظم وزنه ٦٤ ث كجم، يرتكز بأحد طرفيه على حائط رأسى أملس وبطرفه الآخر على مستوى أفقى أملس، وحفظ السلم فى مستوى رأسى فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥°، بواسطة حبل مثبت فى قاعدة السلم وفى نقطة من المستوى تقع رأسيًا أسفل قمة السلم. وقف رجل وزنه يساوى وزن السلم على موضع من السلم يبعد $\frac{٣}{٤}$ طول السلم من ناحية القاعدة. عيِّن قوة الشد فى الحبل وردى فعل الحائط والمستوى.

(١٢) فى الشكل المقابل: يرتكز قضيب منتظم وزنه ٢٤ ث كجم بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبطرفه الآخر على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°. إذا كان القضيب على وشك الانزلاق عندما كان قياس زاوية ميله على الأفقى ٣٠°، فأوجد معامل الاحتكاك بين القضيب والأرض ورد فعل كلٍّ من المستوى والأرض.



قضيب منتظم وزنه «و» يتصل أحد طرفيه بمفصل، ويتصل طرفه الآخر بخيط مربوط فى نقطة فى نفس المستوى الأفقى المار بالمفصل، بحيث كان قياس زاوية ميل كل من القضيب والخيط على الأفقى مساوٍ هـ. أثبت أن رد فعل المفصل يساوى $\frac{و}{٤}\sqrt{ظتا^{٢} هـ + ٩}$

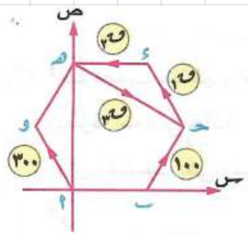
قضيب منتظم $\overline{أب}$ متصل طرفه ب فى مفصل مثبت فى حائط رأسى علق القضيب من نقطة حـ تبعد عن طرفه أ بمقدار رُبع طوله واتزن القضيب فى وضع أفقى كما بالشكل.



فإذا علق من أ وزن مساوٍ لوزن القضيب فإن اتجاه رد فعل المفصل يكون ....

(أ) ← (ب) ↑ (جـ) → (د) ↗

فى الشكل المقابل :

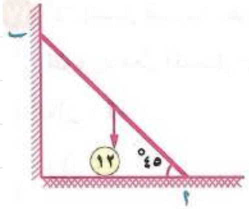


أ ب حـ ء هـ و سداسى منتظم طول ضلعه ٤٠ سم ، إذا كانت القوى المعطاة متزنة

فإن : ق٣ = ... نيوتن.

(أ) ٦٠٠ (ب) $٣٠٠\sqrt{٣}$ (جـ) ١٠٠ (د) ١٥٠

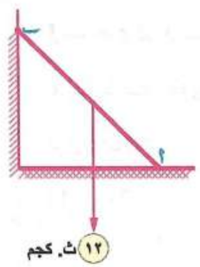
فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ سلم منتظم وزنه ١٢ ث.كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة فى وضع يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° وبطرفه ب على حائط رأسى أملس

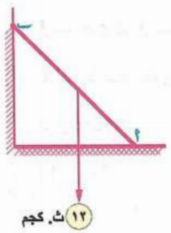
فإن مقدار قوة الاحتكاك بين السلم والأرض = ... ث.كجم.

(أ) ١٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) ٦



$\overline{أب}$ قضيب منتظم وزنه ١٢ ث.كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى أملس فإذا كان رد فعل الحائط = $٤\sqrt{٣}$ ث.كجم وكان القضيب على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب هى ....

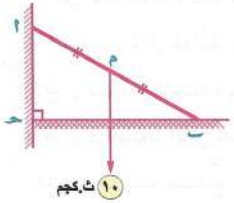
(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ظا$^{-1}$ $\frac{٤}{٣}$



$\overline{أب}$ قضيب منتظم وزنه ١٢ ث.كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى أملس فإذا كان رد فعل الحائط = $٤\sqrt{٣}$ ث.كجم وكان القضيب على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب هى ....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ظا$^{-1}$ $\frac{٤}{٣}$

(تجريبى ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :



قضيب منتظم وزنه ١٠ ث.كجم ، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى أملس ، وبطرفه ب على أرض أفقية خشنة ، معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الأرض يساوى $\frac{١}{٤}$ ، وكان القضيب على وشك الانزلاق

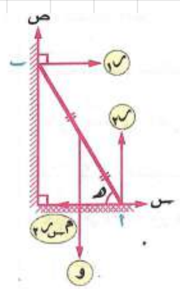
فإن رد فعل الحائط على القضيب = ... ث.كجم.

(أ) ٢,٥ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

سلم منتظم يستند بطرفه السفلى على مستوى أفقى خشن وبطرفه العلوى على حائط رأسى أملس وكانت الزاوية بين السلم والمستوى الرأسى هى (هـ) وكان السلم فى وضع الاتزان النهائى وكان معامل الاحتكاك السكونى (م س) فإن : ظا هـ = ...

(أ) م س (ب) ٢ م س (جـ) $\frac{٣ \text{ م س}}{٢}$ (د) م س + ١

٣١ فى الشكل المقابل :

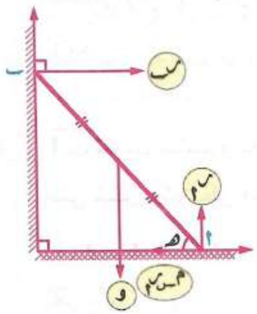


إذا كان القضيب فى حالة اتزان نهائى

فإن : ر٢ − ر١ = ...

(أ) و (م س − ١) (ب) (١ − م س) (جـ) و (١ − م س) (د) (م س − ١)

في الشكل المقابل :



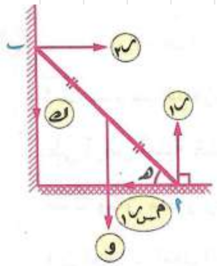
إذا كانت ل هى زاوية الاحتكاك بين الأرض والقضيب

فإن : ظا هـ . ظا ل = ...

(أ) ٣ (ب) ١

(ج) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

في الشكل المقابل :



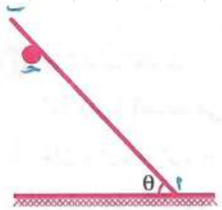
السلم $\overline{أب}$ على وشك الانزلاق حيث ظا هـ ظا ل = $\frac{٣}{٤}$ حيث ل هى زاوية الاحتكاك

فإن : و .... ر

(أ) $<$ (ب) $>$

(ج) $=$ (د) $\leq$

في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قضيب منتظم طوله ٢٤ سم ووزنه ٥٠ ث.جرام يرتكز بطرفه أ

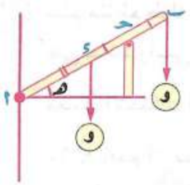
على مستوى أفقي خشن وبإحدى نقطه حـ على وتد أملس حيث ب حـ = ٤ سم

فإذا كان القضيب متزنًا يميل على المستوى الأفقي بزاوية قياسها θ

حيث ظا θ = $\frac{٣}{٤}$ فإن رد فعل الوتد = ... ث.جرام.

(أ) ٢٤ (ب) ١٨ (ج) ٣٠ (د) ٢٠

في الشكل المقابل :



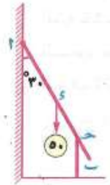
$\overline{أب}$ ساق من المعدن منتظم وزنه (و) ث.كجم متصل

بمفصل عند أ ويستند على حامل رأسى أملس عند النقطة حـ

فإن رد الفعل عند حـ = ... ث.كجم.

(أ) ٢ و (ب) ٢ و جا هـ (ج) ٢ و جتا هـ (د) ٢ و ظا هـ

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

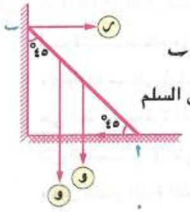


$\overline{أب}$ ساق منتظمة ، طولها ٣٠ سم ووزنها ٥٠ ث.جم ثبت طرفها أ في حائط رأسي بواسطة مفصل واستند بإحدى نقطه حـ التي تبعد ٥ سم عن ب على حاجز رأسي أملس فاتزنت الساق في وضع يميل على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠°

فإن مقدار قوة رد فعل الحاجز يساوى .... ث.جم.

(أ) ٢٥$\sqrt{٣}$ (ب) ٢٥ (ج) ١٥$\sqrt{٣}$ (د) ١٥

في الشكل المقابل :



سلم منتظم طوله (ل) ، ووزنه (و) يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسي أملس فإذا كانت أقصى مسافة يصعدها رجل وزنه يساوى وزن السلم هى $\frac{٣}{٤}$ ل فإن قوة رد فعل الحائط على الطرف ب = ...

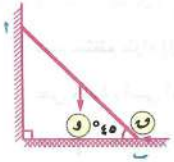
(أ) $\frac{١}{٢}$ و (ب) $\frac{١}{٤}$ و

(ج) $\frac{٣}{٤}$ و (د) $\frac{٥}{٤}$ و

$\overline{أب}$ سلم منتظم وزنه ١٠٠ ثقل كجم يرتكز بطرفه ب على حائط رأسي أملس ويرتكز بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وكان السلم يميل على الأرض بزاوية قياسها ٦٠° ، فإذا استطاع رجل وزنه ١٥٠ ثقل كجم الصعود حتى قمة السلم وأصبح السلم عند ذلك على وشك الانزلاق فإن معامل الاحتكاك السكوني بين الطرف أ للسلم ومستوى الأرض الأفقي = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{١٥}$ (ج) $\frac{٤\sqrt{٣}}{١٥}$ (د) $\frac{٨\sqrt{٣}}{١٥}$

(دورثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

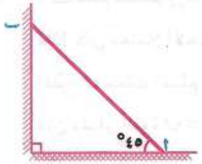


$\overline{أب}$ قضيب منتظم وزنه (و) يستند بطرفه أ على حائط رأسي أملس ، وبطرفه ب على أرض أفقية خشنة ، ومعامل الاحتكاك بينهما $\frac{٣}{٤}$ ، أثرت على الطرف ب قوة أفقية جعلته على وشك الحركة نحو الحائط عندما كان القضيب يميل على الأرض بزاوية قياسها ٤٥°

، فإن مقدار القوة الأفقية = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ و (ب) $\frac{٥}{٤}$ و (ج) $\frac{٣}{٤}$ و (د) $\frac{٧}{٤}$ و

(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



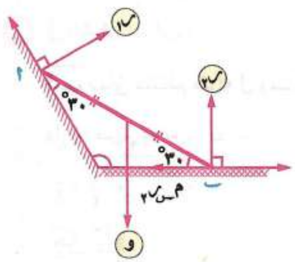
أب سلم غير منتظم طوله ٤ م ، ووزنه ٢٠٠ نيوتن. يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة ، معامل الاحتكاك السكوني بينهما $\frac{٣}{٥}$ ، ويستند بطرفه ب على حائط رأسي أملس. إذا كان السلم على وشك الانزلاق عندما يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٤٥° ، فإن نقطة تأثير وزنه تبعد عن أ مسافة .... سم

(أ) ١٢٠ (ب) ٢٠٠ (ج) ٢٤٠ (د) ١٠٠

يتزن سلم منتظم في مستوٍ رأسي على حائط رأسي وأرض أفقية ، إذا كان قياس زاوية الاحتكاك السكوني بين السلم وكلٍ من الحائط والأرض هي ل وكانت قياس زاوية ميل السلم على الرأسي عندما يكون على وشك الانزلاق هـ فإن : ....

(أ) هـ = ل (ب) هـ = $\frac{١}{٢}$ ل (ج) هـ = ٢ ل (د) هـ = ٤ ل

في الشكل المقابل :

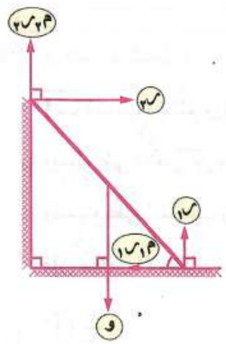


إذا كان : أب قضيب متزن

فإن : $م_س$ = ...

(أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) $\sqrt{٣}$

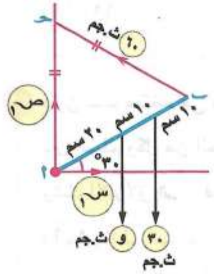
في الشكل المقابل :



المستوى الأفقي خشن والرأسي أيضًا خشن معاملا الاحتكاك بينهما وبين القضيب هما $م_١$ ، $م_٢$ على الترتيب فإن القضيب يمكن أن يكون على وشك الحركة إذا كان ....

(أ) $ر_٢ = م_١$ و (ب) $م_١ ر_١ = م_٢ ر_٢$ (ج) $م_١ = \frac{ر_٢}{ر_١}$ (د) $م_١ = \frac{ر_١}{ر_٢}$

في الشكل المقابل :



إذا كان القضيب أب متزن وكان أب = ٤٠ سم والشد في ب حـ يساوي ٦٠ ث.جم. فإن : و = ... ث.جم.

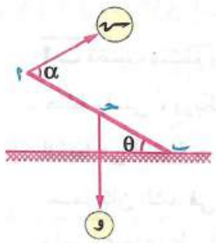
(أ) ٦٠ (ب) ٧٥ (ج) ٩٠ (د) ١٠٠

في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم وزنه ٤ ث.كجم يستند بطرفه (أ) على أرض أفقية خشنة ويميل على الأفقي بزاوية قياسها (θ) وأثرت قوة مقدارها ٢ ث.كجم وتصنع على القضيب زاوية قياسها ٢θ إذا كان القضيب على وشك الانزلاق فإن معامل الاحتكاك بين القضيب والأرض = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

في الشكل المقابل :

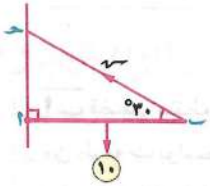


أب قضيب منتظم متزن بطرفه ب على أرض أفقية خشنة ومعلق بطرفه أ بخيط خفيف فإذا كان : $\alpha + \theta = ٩٠°$

فإن : ش = ...

(أ) و (ب) $\frac{١}{٢}$ و (ج) ٢ و (د) و ظا θ

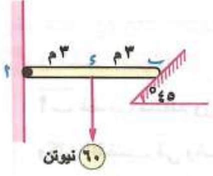
(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أب قضيب منتظم وزنه ١٠ ث.كجم ، يتصل عند أ بمفصل مثبت في حائط رأسي ، ومربوط عند ب بخيط خفيف غير مرن يميل على القضيب بزاوية قياسها ٣٠° ، والطرف الآخر للخيط مثبت في نقطة حـ من الحائط الرأسي أعلى أ فإن مقدار الشد في الخيط الذي يحفظ القضيب في وضع أفقي = ... ث.كجم.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) $\frac{١٠}{٣}$

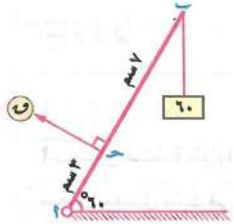
في الشكل المقابل :



أب قضيب منتظم طوله ٦ أمتار ووزنه ٦٠ نيوتن يتصل عند طرفه أ بمفصل مثبت فى حائط رأسى ، يستند بطرفه ب على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٤٥° ، فإذا اتزن القضيب فى وضع أفقى ، فإن مقدار رد فعل المفصل = ... نيوتن.

(أ) ١٥√٢ (ب) ٣٠√٢ (ج) ٣٠ (د) ١٥

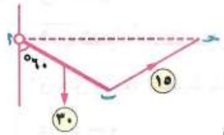
(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أب قضيب خفيف يتصل عند أ بمفصل مثبت فى أرض أفقية ، ويؤثر عليه عند نقطة حـ قوة عمودية على القضيب مقدارها ق ث.جم ، حيث حـ أ = ٣ سم ، حـ ب = ٧ سم وعلق عند ب ثقل قدره ٦٠ ث.جم ، فاتزن القضيب فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية ٦٠° فإذا مقدار رد فعل المفصل عند أ = ... ث.جم.

(أ) ١٥√١٩ (ب) ١٠√١٩ (ج) ٢٠√١٩ (د) ٢٥√١٩

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أب قضيب منتظم وزنه ٣٠ نيوتن ، يتصل طرفه أ بمفصل مثبت فى حائط رأسى ، وربط طرفه ب بخيط خفيف غير مرن ، وربط الطرف الآخر للخيط فى النقطة حـ التى تقع فى المستوى الأفقى المار بالنقطة أ فاتزن القضيب عندما كان الشد فى الخيط يساوى ١٥ نيوتن. فإذا كان أب = ب حـ ، والنقط أ ، ب ، حـ فى مستوى رأسى عمودى على الحائط ، والقضيب يميل على الحائط الرأسى بزاوية قياسها ٦٠° فإن رد فعل المفصل يصنع مع أحـ زاوية قياسها ....°

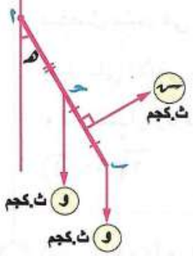
(أ) صفر (ب) ٩٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٨٠

(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

أب قضيب منتظم وزنه ٤٠ ث.كجم ، يتصل طرفه أ بواسطة مفصل ، شُد من طرفه ب بواسطة خيط خفيف غير مرن يميل على الأفقى بزاوية حادة قياسها هـ فاتزن القضيب عندما كان يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° ، فإذا كان مقدار قوة رد فعل المفصل فى وضع الاتزان = ١٠√١٠ ث.كجم فإن رد فعل المفصل يميل على الأفقى بزاوية ظلها = ...

(أ) ١/٣ (ب) ٣ (ج) ١/٢ (د) ١

في الشكل المقابل :

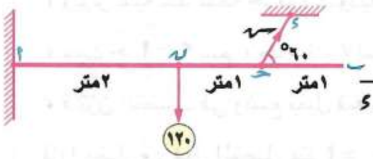


أب قضيب منتظم وزنه (و) ث.كجم متصل بمفصل عند أ وكان القضيب فى وضع اتزان تحت تأثير القوى الموضحة بالرسم

فإن : مقدار الشد (ش) / رد فعل المفصل = ...

(أ) ٢ و جا هـ (ب) ٢ و جتا هـ (ج) و ظا هـ (د) ظا هـ

في الشكل المقابل :



أب ساق منتظمة طولها ٤ متر ووزنها ١٢٠ نيوتن طرفها (أ) متصل بمفصل مثبت فى حائط رأسى وربط من نقطة حـ بخيط حـ ء

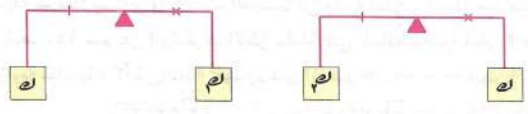
فإذا كان القضيب متزن فإن : رد فعل المفصل عند أ / الشد فى الخيط حـ ء = ...

(أ) √٧ : ٤ (ب) √٧ : ٣ (ج) √٧ : √٣ (د) √٧ : ٢√٣

أب قضيب رفيع خفيف طوله ٢ ل مُعلق فى مستوى رأسى من طرفيه أ ، ب بخطين يميلان على الرأسى بزاويتين ٣٠° ، ٦٠° على الترتيب. عُلق فى القضيب الثقلان ٢ ، ٨ نيوتن على بعُد من أ يساوى $\frac{١}{٥}$ ل ، $\frac{٦}{٥}$ ل فإن فى وضع التوازن يكون قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى = ...°

(أ) ١٥   (ب) ٣٠   (جـ) ٤٥   (د) ٦٠

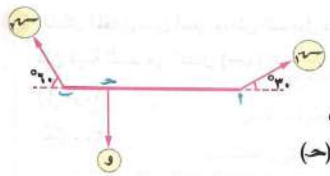
قضيب خفيف طوله ل يرتكز فى وضع أفقى على وتد كما بالشكل فإذا كانت الكتلة ك تتزن مع الكتلتين $ك_١$ أو $ك_٢$ منفردتين كما هو بالشكل فإن قيمة ك بدلالة $ك_١$ ، $ك_٢$ تساوى ....



(أ) $ك_١ + ك_٢$ (ب) $\frac{١}{٢}(ك_١ + ك_٢)$ (جـ) $ك_١ ك_٢$ (د) $\sqrt{ك_١ ك_٢}$

في الشكل المقابل :

علق قضيب غير منتظم أب من طرفيه بحبلين إحداهما عند أ ويميل على الأفقى بزاوية ٣٠° والآخر عند ب ويميل على الأفقى بزاوية ٦٠° فاتزن القضيب أفقيًا فإن نقطة تأثير وزن القضيب (حـ) تقسم القضيب بنسبة ....



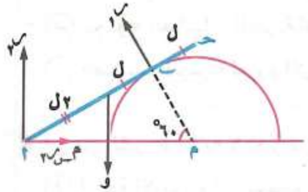
(أ) ١ : ١   (ب) ١ : ٣ من جهة أ

(جـ) ١ : ٣ من جهة ب   (د) ١ : ٤ من جهة ب

في الشكل المقابل :

أحـ قضيب منتظم على وشك الانزلاق يستند بنقطة ب الواقعة عليه على سطح نصف كروى أملس وبنقطة أ على أرض أفقية خشنة

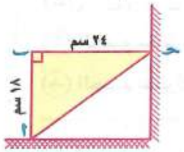
فإن : $ر_٢ \div ر_١$ = ...



(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$

في الشكل المقابل :

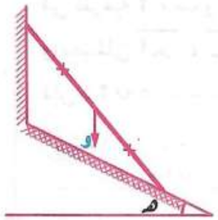
أب حـ صفيحة منتظمة على شكل مثلث قائم الزاوية وزنها ١٢٠ نيوتن تستند برأسها (أ) على أرض أفقية خشنة وبالرأس (حـ) على حائط رأسى أملس . إذا كانت الصفيحة متزنة والرأس (أ) على وشك الانزلاق عندما كان أب رأسى فإن معامل الاحتكاك بين الرأس (أ) والأرض = ...



(أ) $\frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{٧}{٩}$

في الشكل المقابل :

ترتكز إحدى نهايتى سلم منتظم وزنه (و) على حائط رأسى أملس وترتكز النهاية الأخرى على أرض خشنة تميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ فإذا كان السلم على وشك الانزلاق وهو فى مستوٍ رأسى عمودى على خط تقاطع الحائط مع الأرض فإن السلم يميل على الرأسى بزاوية ظلها يساوى ....
حيث ى قياس زاوية الاحتكاك.



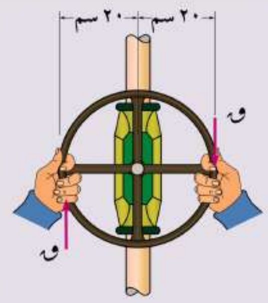
(أ) طا (ى − هـ)   (ب) طا (ى + هـ)   (جـ) ٢ طا (ى − هـ)   (د) ٢ طا (ى + هـ)

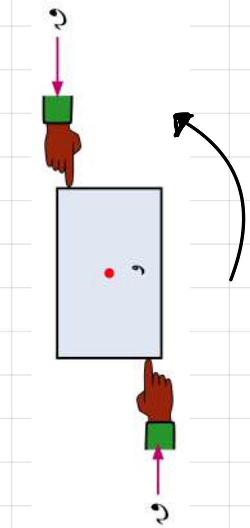
الازدواجات

Couples

الفصل الخامس

تعريف: الازدواج: هو نظام من القوى، يتكون من قوتين متساويتين فى المعيار ومتضادين فى الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد.

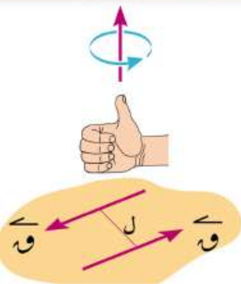




عزم الازدواج

يعرف عزم الازدواج بأنه مجموع عزوم قوتى الازدواج حول أى نقطة فى الفراغ، ومعياره يساوى حاصل ضرب معيار إحدى القوتين فى البعد بينهما، ويرمز له بالرمز ج = $\|\overleftarrow{ج}\|$

∴ $\|\overleftarrow{ج}\|$ = ق × ل حيث ق = $\|\overleftarrow{ق}\|$ ، ل يسمى ذراع الازدواج



مثال

نظرية: عزم الازدواج هو قيمة ثابتة، لا تعتمد على النقطة التى تنسب إليها عزمى قوتيه.

(٢) إذا كانت القوتان $\overleftarrow{ق_١}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٢}$ = أ $\overleftarrow{س}$ - ٥ $\overleftarrow{ص}$ تكونان ازدواجًا وتؤثران فى النقطتين أ (-١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٢) على الترتيب. أوجد قيمة كل من أ ، ب، ثم أوجد عزم الازدواج.

الحل

∵ القوتان تكونان ازدواجًا ∴ $\overleftarrow{ق_١}$ = - $\overleftarrow{ق_٢}$

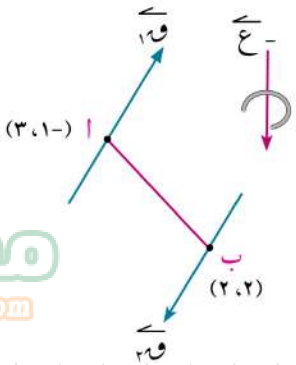
∴ أ = -٢ ، ب = ٥

عزم الازدواج = عزم $\overleftarrow{ق_١}$ حول ب

= $\overleftarrow{ب أ}$ × $\overleftarrow{ق_١}$ حيث $\overleftarrow{ب أ}$ = $\overleftarrow{أ}$ - $\overleftarrow{ب}$

= (-٣ ، ١) × (٢ ، ٥)

= (-١٥ - ٢) $\overleftarrow{ع}$ = -١٧ $\overleftarrow{ع}$



حاول أن تحل

نتيجة: يتزن الجسم تحت تأثير ازدواجين مستويين أو أكثر إذا انعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم الازدواجات.

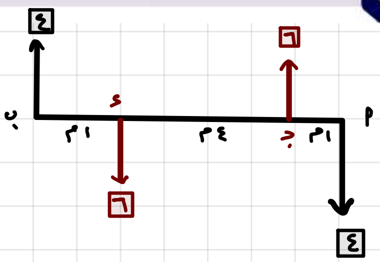
- إذا اتزن جسم تحت تأثير عدة قوى: وازدواج قياسه الجبرى ج فان القوى الاخرى يجب ان تكون ازدواج اخر قياسه الجبرى (-ج)

اى ان الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج مثله.

تكافؤ ازدواجين

Equivalent couples

تعريف: يقال لازدواجين مستويين أنهما متكافئان إذا تساوى القياسان الجبريان لمتجهى عزميهما.



القوتان ٤، ٤ تكونان ازدواج

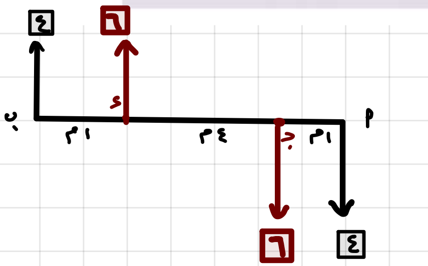
ج١ = -٤ × ٦ = -٢٤

القوتان ٦، ٦ تكونان ازدواج

ج٢ = ٦ × ٤ = ٢٤

∴ ج١ + ج٢ = صفر

∴ اتزان.



القوتان ٤، ٤ تكونان ازدواج

ج١ = -٤ × ٦ = -٢٤

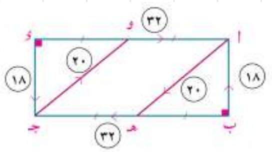
القوتان ٦، ٦ تكونان ازدواج

ج٢ = -٦ × ٤ = -٢٤

∴ ج١ = ج٢ تكافؤ ازدواجين

حاول أن تحل

(٢) فى الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل هـ، و منتصفات $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ د}$ على الترتيب أ ب = ٦سم، ب جـ = ١٦سم. فإذا كانت القوى المؤثرة بالنيوتن ومقاديرها واتجاهاتها كما بالشكل. أثبت أن المجموعة متزنة.



إذا كان : ٤ ق١ ، ٣ ق٢ هما قوتى ازدواج وكان : ق١ = ٦ س − ٩ ص فإن : ق٢ = ...

(أ) −٨ س + ١٢ ص (ب) ٨ س − ١٢ ص

(ج) ١٢ س − ٨ ص (د) −١٢ س + ٨ ص

(دورأول ٢٠٢١) إذا كانت ق١ = (٣ ، −١) تؤثر فى نقطة أ (١ ، ٢) ، ق٢ تؤثر فى نقطة ب (−١ ، ١) وكانت ق١ ، ق٢ تكونان ازدواجًا ، فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... وحدة عزم.

(أ) ٥ (ب) ٢ (ج) −٥ (د) −٢

إذا كان : ق١ ، ق٢ قوتى ازدواج بحيث : ق١ = −٣ س + ٢ ص تؤثر فى النقطة أ (١ ، ١) ، ق٢ تؤثر فى النقطة ب (−١ ، −٢) ، فإن عزم الازدواج وكذلك طول العمود المرسوم من أ على خط عمل ق٢ هما .... ، ....

(أ) ١٣ ع ، √١٣ وحدة طول. (ب) −١٣ ع ، √١٣ وحدة طول.

(ج) ١٣ ع ، ٢ √١٣ وحدة طول. (د) −٣ ع ، ٣ √١٣ وحدة طول.

إذا كانت : ق١ ، ق٢ قوتان أفقيتان تؤثران فى النقطتين أ (١ ، ٣) ، ب (٠ ، ٥) على الترتيب وتمثلان ازدواجًا متجه عزمه يساوى ٢٠ ع فإن : ق١ يمكن أن تكون ....

(أ) (١٠ ، ٠) (ب) (١١ ، ٠) (ج) (٢٠ ، ٠) (د) (−١٠ ، ٠)

أثرت القوتان ق١ = (٢ ، −٥) ، ق٢ فى النقطتين أ (٢ ، ل) ، ب (ل ، ٣) على الترتيب فإذا كونت القوتا ازدواجًا عزمه −٧ ع فإن : ل = ...

(أ) −١ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

إذا كونت مجموعة من القوى ازدواجًا وكانت أ ، ب ، حـ ثلاث نقاط فى مستوى هذه القوى وكان جـأ + جـب = ٢٢ ع فإن : جـحـ = ...

(أ) ٢٢ ع (ب) −١٣ ع (ج) ١١ ع (د) −١١ ع

إذا كان : جـ١ ، جـ٢ ازدواجين متزنين وكان جـ١ = ٢٠ ع فإن : جـ١ − جـ٢ = ...

(أ) ٠ (ب) −٤٠ ع (ج) ٢٠ ع (د) ٤٠ ع

ق١ ، ق٢ قوتان تكونان ازدواج حيث ق١ = ٦ س + ٨ ص وتؤثر فى نقطة أ (٠ ، ٥) فإن معادلة خط عمل القوة ق٢ يمكن أن يكون ....

(أ) ٤ س − ٣ ص = ١ (ب) ٣ ص = ٤ س + ١٥

(ج) ١٦ س + ١٢ ص = ٣ (د) ٤ س + ٣ ص = ٠

ق١ ، ق٢ قوتان تكونان ازدواج حيث ق١ = ٦ س + ٨ ص وتؤثر فى نقطة أ (٠ ، ٥) فإن معادلة خط عمل القوة ق٢ يمكن أن يكون ....

(أ) ٤ س − ٣ ص = ١ (ب) ٣ ص = ٤ س + ١٥

(ج) ١٦ س + ١٢ ص = ٣ (د) ٤ س + ٣ ص = ٠

إذا كانت القوتان ق١ ، ق٢ تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه ٣٠ وحدة عزم والقوتان ق١ ، ق٣ تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه −٤٠ وحدة عزم فإن القوتان ق٢ ، ق٣ ....

(أ) تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه ١٠ وحدة عزم.

(ب) تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه −١٠ وحدة عزم.

(ج) متوازيتان وفى نفس الاتجاه.

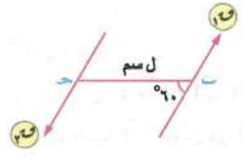
(د) متزنتان.

في الشكل المقابل :

إذا كانت : ق = ٨ نيوتن والقوتان ق١ ، ق٢

تكونان ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه ٢٤٠ نيوتن.سم

فإن : ل = ... سم.



(أ) ٣٠ (ب) ٣٠√٣ (ج) ٢٠√٣ (د) ١٥√٣

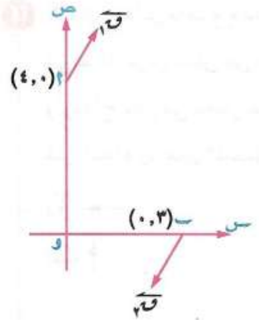
في الشكل المقابل :

إذا كانت : ق١ = ك س + ٢ ص

ومعادلة خط عمل ق٢ هى ص = ٢ س − ٦

وكانت القوتان ق١ ، ق٢ تكونان ازدواج

فإن متجه عزم هذا الازدواج يساوى ....



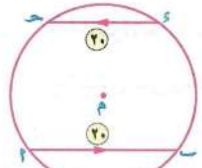
(أ) −١٠ ع (ب) ١٠ ع (ج) −٦ ع (د) −٨ ع

في الشكل المقابل :

قوتان معيار كل منهما ٢٠ ث.كجم ، ءحـ = ١٢ سم ، ب أ = ١٦ سم

وطول نصف قطر الدائرة = ١٠ سم

فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... ث.كجم.سم.



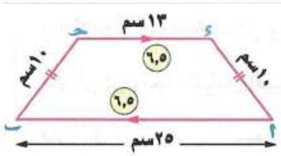
(أ) ٢٨٠ (ب) ٢٠ (ج) ١٦٠ (د) ١٢٠

في الشكل المقابل :

إذا كان : ءحـ // أب وأثرت قوتان معيار

كل منهما ٦,٥ نيوتن فى أب ، حـء

فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



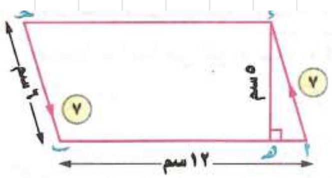
(أ) −٤٨ (ب) −٥٠ (ج) −٥٢ (د) −٥٦

في الشكل المقابل :

أب حـ ء متوازى أضلاع وأثرت قوتان

كل منهما ٧ نيوتن فى أء ، حـب

فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (ج) ٨٤ (د) ٩١

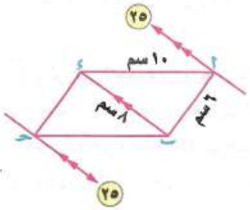
في الشكل المقابل :

أب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أب = ٦ سم

، ب ء = ٨ سم ، أء = ١٠ سم

إذا كانت القوتان (٢٥ ، ٢٥) تكونان ازدواج

فإن معيار عزمه = ... نيوتن.سم.



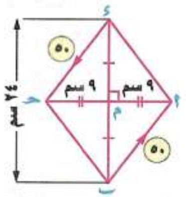
(أ) ٢٥٠ (ب) ٣٠٠ (ج) ٤٠٠ (د) ٥٠٠

في الشكل المقابل :

أب حـ ء معين وأثرت قوتان معيار

كل منهما ٥٠ نيوتن فى ب أ ، ء حـ

فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



(أ) ٤٥٠ (ب) ٧٢٠ (ج) ٩٠٠ (د) ١٢٠٠

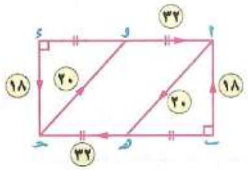
في الشكل المقابل :

أب حـ ء مستطيل ، هـ ، و منتصفات ب حـ

، أء على الترتيب ، أب = ٦ سم ، ب حـ = ١٦ سم

فإذا كانت القوى المؤثرة بالنيوتن ومقاديرها واتجاهاتها

موضحة بالشكل فإنها تكون ....



(أ) متزنة.

(ب) مكافئة لازدواج معياره ٢٨٨ نيوتن.سم.

(ج) مكافئة لازدواج معياره ٩٦ نيوتن.سم.

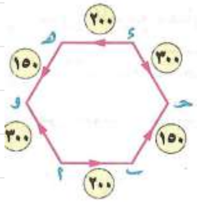
(د) مكافئة لازدواج معياره ١٩٢ نيوتن.سم.

في الشكل المقابل :

أب حـ ء هـ و سداسى منتظم طول ضلعه ٤٠ سم

أثرت القوى المبين مقاديرها (بالنيوتن) واتجاهاتها على الرسم

فإن المجموعة تكافىء ازدواجًا معيار عزمه = ... نيوتن.سم.



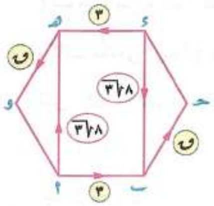
(أ) ٢٠٠٠√٣ (ب) ٣٠٠٠√٣ (ج) ٤٠٠٠√٣ (د) ٥٠٠٠√٣

في الشكل المقابل :

أب حـ ء هـ و سداسى منتظم طول ضلعه ١٠ سم أثرت القوى

المبين مقاديرها (بالثقل جرام) واتجاهاتها على الرسم فاتزنت

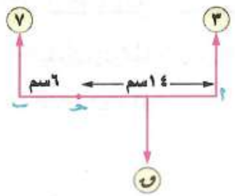
فإن : ق = ... ث.جم.



(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٨ (د) ٨√٣

في الشكل المقابل :

ثلاث قوى متوازية مقاسة بالنيوتن فإن كانت المجموعة تكون ازدواج فإن ....



(أ) ق = ١٠ نيوتن وتؤثر فى حـ

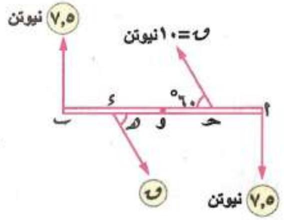
(ب) ق = ١٠ نيوتن وتؤثر فى ب

(جـ) ق = ٤ نيوتن وتؤثر فى أ

(د) ق = ١٠ نيوتن وتؤثر فى أى نقطة على القضيب غير نقطة حـ

في الشكل المقابل :

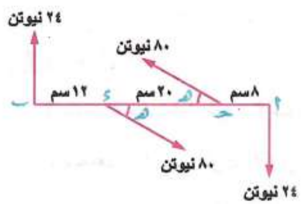
إذا كان $\overline{\text{أب}}$ قضيب مهمل الوزن طوله ٣٠ سم ، (و) نقطة منتصفه ، فإن طول $\overline{\text{حـ ء}}$ فى حالة الاتزان وهو أفقى تساوى .... سم



(أ) ١٠ (ب) ١٥

(جـ) $١٠\sqrt{٣}$ (د) $١٥\sqrt{٣}$

إذا كان $\overline{\text{أب}}$ قضيب متزن تحت تأثير مجموعة القوى المبينة فإن : جا هـ = ...

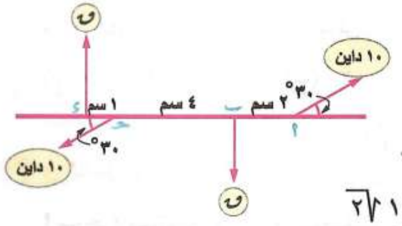


(أ) $\frac{٥}{٦}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$

(جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{١}{٢}$

في الشكل المقابل :

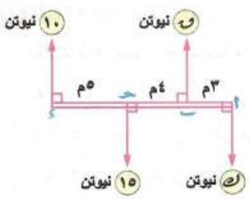
أربع قوى تمثل ازدواجين فإذا كانت مجموعة القوى متزنة فإن : ق = ... داين.



(أ) ٥ (ب) ٦

(جـ) ١٠ (د) $١٠\sqrt{٢}$

الشكل المقابل يوضح مجموعة من القوى المؤثرة على قضيب $\overline{\text{أء}}$ تكون ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه يساوى − ٧٥ نيوتن . م فإن : ق + ك = ... نيوتن.

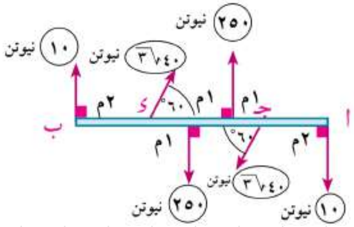


(أ) ١٥ (ب) ٢٠

(جـ) ٣٥ (د) ٤٠

مثال

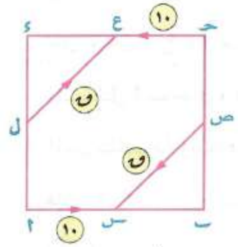
أ ب قضيب خفيف تؤثر فيه القوى الموضحة بالشكل. أثبت أن القضيب متزن.



الحل

القوتان ١٠، ١٠ تكونان ازدواجًا

في الشكل المقابل :



س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاع المربع أ ب حـ ء

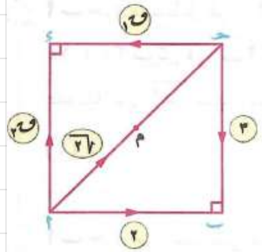
أثرت القوى المبين مقاديرها واتجاهاتها فاتزنت

فإن : ق = ... ثقل جرام.

(أ) ٥ $\sqrt{2}$ (ب) ١٠

(جـ) ١٠ $\sqrt{2}$ (د) ٢٠

في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع ، القوى المبينة مقاسة بالداين

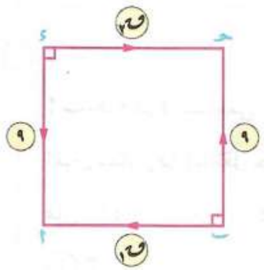
، فإذا كانت مجموعة القوى متزنة

فإن : ق١ − ق٢ = ... داين.

(أ) ٣ (ب) ٢

(جـ) ١ (د) −١

في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع طول ضلعه ٤ سم أثرت القوى المبين مقاديرها على الرسم

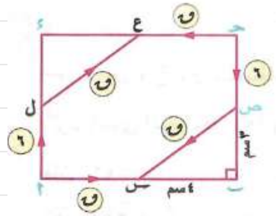
وكانت تكافئ ازدواج معيار عزمه = ٢٠ نيوتن.سم

فإن : ق١ = ق٢ = ...

(أ) ٤ أ، ١٤ (ب) ١٤ أ، ٥٦

(جـ) ٤ أ، ٥٦ (د) ٥٦ أ، ٣٢

في الشكل المقابل :



س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاع

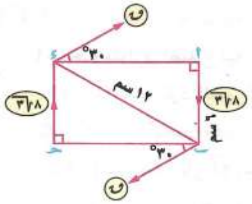
المستطيل أ ب حـ ء ، أثرت القوى

المبين مقاديرها واتجاهاتها فاتزنت

فإن : ق = ... نيوتن.

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٠ (د) ٤٨

(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب ء = ١٢ سم.

أثرت القوى الموضحة بالشكل.

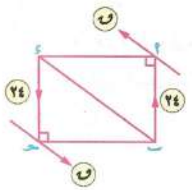
فإذا كان الازدواج الناتج من القوتين ٨ $\sqrt{3}$ ، ٨ $\sqrt{3}$ ث.جم يكافئ

الازدواج الناتج من القوتين ق ، ق ث.جم

فإن مقدار ق = ... ث.جم.

(أ) ٨ (ب) ٤ $\sqrt{3}$ (جـ) ٤ (د) ٨ $\sqrt{3}$

(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أثرت القوتان اللتان مقداراهما ق ، ق نيوتن في أ ، حـ

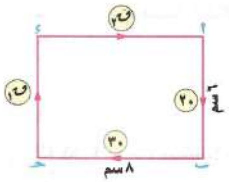
وتوازيان $\overleftrightarrow{ب ء}$ كما في الشكل فكونتا ازدواجًا ، كما أثرت

القوتان ٢٤ ، ٢٤ نيوتن في $\overleftarrow{ب أ}$ ، $\overleftarrow{ء حـ}$ فكونتا ازدواجًا يكافىء الازدواج الأول

فإن مقدار ق = ... نيوتن.

(أ) ١٤,٤ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٩,٢

(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أثرت القوى المقدرة بالنيوتن الموضحة بالرسم ، فإذا

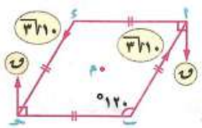
أضيفت قوة مقدارها ق نيوتن إلى كل قوة حيث ق ≠ صفر

، أصبحت القوى ممثلة تمثيلًا تامًا بأضلاع المستطيل

، فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج الناتج = ... نيوتن.سم

(أ) ٤٨٠ (ب) −٤٨٠ (جـ) ٣٠٠ (د) −٣٠٠

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء صفيحة رقيقة منتظمة على هيئة معين فيه ق(∠ب) = ١٢٠° ، علقت

الصفيحة في مسمار من ثقب صغير عند مركزها م وأثرت القوتان ١٠ $\sqrt{3}$ نيوتن

، ١٠ $\sqrt{3}$ نيوتن في $\overleftarrow{ب أ}$ ، $\overleftarrow{ء حـ}$ كما أثرت قوتان مقداراهما ق نيوتن ، ق نيوتن

عند أ ، حـ ، وعموديتان على $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب حـ}$ على هو موضح بالشكل فاتزنت الصفيحة

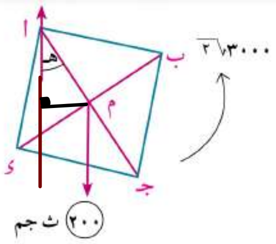
، فإن مقدار ق = ... نيوتن.

(أ) ٥ (ب) ٥ $\sqrt{3}$ (جـ) ١٠ $\sqrt{3}$ (د) ١٠

تمارين الصفائح المنتظمة

اب جـ ٤ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع طول ضلعه ٦٠ سم ووزنها ٢٠٠ ث جم يؤثر عند نقطة تلاقى القطرين، عُلقت الصفيحة فى مسمار من ثقب صغير بالقرب من الرأس ا بحيث كان مستواها رأسيًا وأثر فيه ازدواج فى مستواها معيار عزمه ٣٠٠٠ $\sqrt{2}$ ث جم. سم أوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل $\overline{اجـ}$ على الرأسى.

الحل



فى وضع التوازن تكون الصفيحة تحت تأثير قوتين هما وزن الصفيحة ورد فعل المسمار عند ا بالإضافة إلى الازدواج الخارجى.

نفرض أن الازدواج الخارجى يعمل فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة (كما فى الشكل) وحيث إن الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج مثله. فعلى ذلك رد الفعل عند نقطة ا والوزن يُكَوِّنان ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه

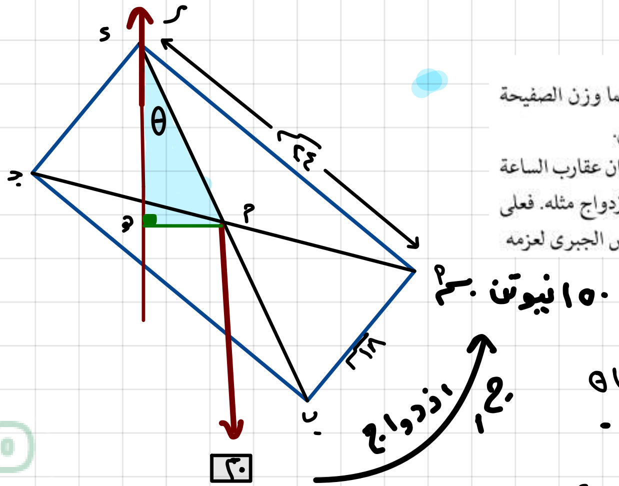
$ج_2 = -200 \times$ ام جا هـ حيث ام $= 30\sqrt{2}$

$ج_1 + ج_2 =$ صفر $3000\sqrt{2} - 200 \times 30\sqrt{2}$ جا هـ $=$ صفر

ومنها جا هـ $= \frac{1}{2}$ هـ $= 30°$ أو $150°$

اب جـ ٤ صفيحة رقيقة على هيئة مستطيل فيه ا ب = ١٨ سم، ب جـ = ٢٤ سم ووزنها ٢٠ نيوتن، ويؤثر فى نقطة تلاقى القطرين، عُلقت الصفيحة فى مسمار رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس د بحيث كان مستواها رأسيًا. فإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه يساوى ١٥٠ نيوتن. سم واتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة. فأوجد زاوية ميل $\overline{٤ب}$ على الرأسى فى وضع الاتزان.

الحل



فى وضع التوازن تكون الصفيحة تحت تأثير قوتين هما وزن الصفيحة ورد فعل المسمار عند ٤ بالإضافة إلى الازدواج الخارجى.

نفرض أن الازدواج الخارجى يعمل فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة (كما فى الشكل) وحيث إن الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج مثله. فعلى ذلك رد الفعل عند نقطة ٤ والوزن يُكَوِّنان ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه

$ج_2 = -20 \times$ م هـ

$= -20 \times \boxed{م ٤}$ جا θ

$= -20 \times 15$ جا $\theta = -300$ جا θ

صفيحة متزنة $ج_1 + ج_2 = 0$

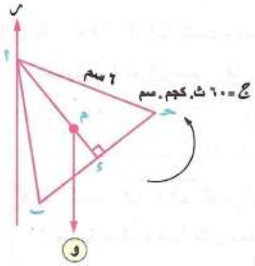
$150 - 300$ جا $\theta = 0$

جا $\theta = \frac{1}{2} \leftarrow \theta = 30°، 150°$

$\boxed{م ٤} = \frac{1}{2}\sqrt{24^2 + 18^2} = 15$ سم

(فى الشكل المقابل :

ا ب جـ صفيحة رقيقة مثلثة ومنتظمة متساوية الأضلاع طول ضلعها ٦ سم تدور فى مستوى رأسى حول مسمار فى ثقب عند ا اتزنت بتأثير ازدواج عزمه ٦٠ ث.كجم.سم اتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة فإذا كان وزن الصفيحة و = ٢٠ ث.كجم فإن زاوية ميل $\overline{ام}$ على الرأسى = ...

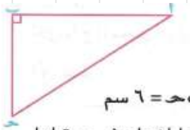


(أ) ٦٠°، ١٢٠° (ب) ٣٠°، ١٥٠°

(جـ) ٩٠° (د) ٤٥°، ١٣٥°

((دور أول ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

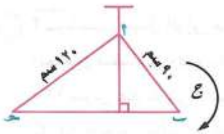
صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على هيئة مثلث قائم الزاوية فى ب، وزنها ٣٠ ث.كجم يؤثر فى نقطة تقاطع متوسطات المثلث، ا ب = ٩ سم، ب جـ = ٦ سم علقت الصفيحة من ثقب صغير بالقرب من الرأس ب بواسطة مسمار، وأثر عليها ازدواج فى مستواها جعلها تتزن فى وضع يجعل $\overline{اب}$ أفقيًا، فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... ث.كجم.سم.



(أ) ١٣٥ (ب) -٩٠ (جـ) -١٣٥ (د) ٩٠

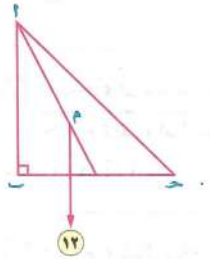
فى الشكل المقابل :

ا ب جـ صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل مثلث قائم الزاوية فى ا وفيه ا ب = ٩٠ سم، ا جـ = ١٢٠ سم وزنها ٥٠ نيوتن يؤثر عند نقطة تلاقى المتوسطات، علقت الصفيحة من مسمار رفيع من ثقب صغير بالقرب من الرأس ا بحيث كان مستواها رأسى، أثر عليها ازدواج معيار عزمه ع فجعل $\overline{بجـ}$ أفقيًا فى وضع الاتزان. فإن : ع = ... نيوتن.سم.



(أ) ٤٥٠ (ب) ٦٠٠ (جـ) ٧٠٠ (د) ٧٥٠

(دور ثان ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

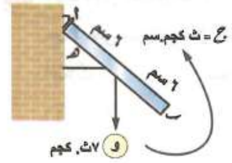


أ ب ح صفيحة منتظمة السمك والكثافة على شكل مثلث قائم الزاوية فى ب ، فيه : ب ح = ٣٠ سم ، ووزنها ١٢ نيوتن. تدور حول مسمار صغير مثبت بالقرب من الرأس أ ، أثر على الصفيحة ازدواج فى مستواها فاتزنت عندما كان $\overline{أ ب}$ رأسيًا ، فإن معيار عزم هذا الازدواج = ... نيوتن.سم

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠

(ج) ١٢٠ (د) ٤٥

فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قضيب منتظم وزنه ٧ ثقل كجم يتصل طرفه أ بمفصل فى حائط رأسى اتزن بتأثير ازدواج عزمه ٢١ ث.كجم.سم فإن :

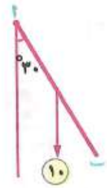
أولاً : ر = ... ثقل كجم.

(أ) ٣ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٢١

ثانيًا : هـ = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (ج) ٤٥° (د) ٦٠°

(تجريبى ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قضيب منتظم طوله ٢ متر ووزنه ١٠ ث.كجم يؤثر عند منتصفه ، علق من طرفه أ فى مفصل مثبت فى حائط رأسى ، أثر فيه ازدواج عمودى على المستوى الرأسى المار بالقضيب معيار عزمه = ١٠ ث.كجم.متر. فاتزن فى وضع يميل على الرأسى بزاوية ٣٠° عندما عُلق فى طرفه (ب) كتلة مقدارها = ... كجم..

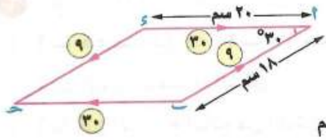
(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) $٥\sqrt{٣}$ (د) $١٠\sqrt{٣}$

٥) أ ب قضيب خفيف، طوله ٥٠سم، تؤثر قوتان مقدار كل منهما ٣٠ نيوتن فى أ،ب فى اتجاهين متضادين. أثرت قوتان أخريان مقدار كل منهما ١٠٠ نيوتن فى اتجاهين متضادين فى نقطتين جـ، ى من القضيب، حيث جـ ى = ٣٠ سم بحيث يكوِّنان ازدواجًا يكافئ الازدواج المكون من القوتين الأوليين. أوجد قياس زاوية ميل القوتين الأخريين على القضيب.

١٥) أ ب قضيب طوله ٦٠سم ووزنه ١٨ نيوتن، يؤثر عند منتصفه، يمكن للقضيب الدوران بسهولة فى مستوى رأسى حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير فى القضيب عند النقطة جـ التي تبعد ١٥ سم عن أ، فإذا استند القضيب بطرفه ب على نضد أفقى أملس وشُد الطرف أ أفقيًا بحبل حتى أصبح رد فعل النضد مساويًا لوزن القضيب. أوجد الشد فى الحبل ورد فعل المسمار علمًا بأن القضيب يتزن فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°.

٤) قضيب طوله ٤٠سم ووزنه ٢,٤ ث كجم يؤثر عند منتصفه، يمكنه الدوران بسهولة فى مستوى رأسى حول مفصل ثابت عند طرفه. أثر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٤ ث كجم. سم واتجاهه عمودى على المستوى الرأسى الذى يمكن للقضيب الدوران فيه. عَيِّن مقدار واتجاه رد فعل المفصل وزاوية ميل القضيب على الرأسى فى وضع الاتزان.

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

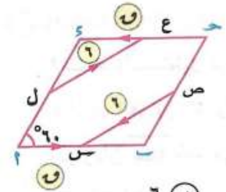


أ ب ح ء متوازي أضلاع فيه : ق(∠أ) = ٣٠° ، أ ب = ١٨ سم
، أ ء = ٢٠ سم. أثرت القوى كما بالشكل مقدرة بوحدة ث.جم
فكونت ازدواج محصل ، فإذا أثرت قوتان مقداريهما ق ، ق ث.جم
عند أ ، ء عموديتان على $\overline{أء}$ ويكونان ازدواجًا يكافىء الازدواج السابق
فإن : ق = ... ث.جم

(أ) ٢٠ (ب) ١٨ (ج) ١٠ (د) ٩

---

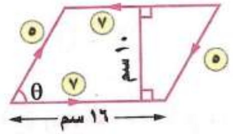
٦ في الشكل المقابل :



س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاع المعين أ ب ح ء ، ق(∠أ) = ٦٠°
أثرت القوى المبين مقاديرها واتجاهاتها فاتزنت
فإن : ق = ... نيوتن.

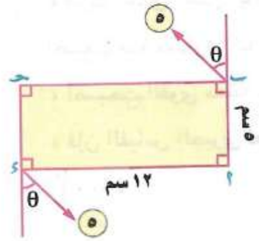
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٢√٣ (د) ٦

الشكل المجاور يوضح صفيحة على شكل متوازي أضلاع أثر عليها ازدواجان.
فإذا كان القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل يساوي ٣٠ نيوتن.سم
حيث القوى الموضحة بالشكل مقاسة بوحدة النيوتن فإن : θ = ...



(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ٩٠°

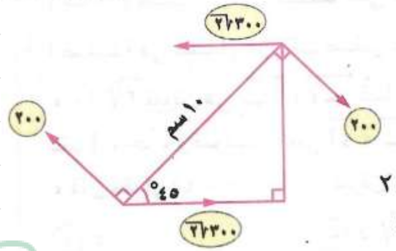
في الشكل المقابل :



إذا كان أ ب ح ء مستطيلاً فيه : أ ب = ٥ سم ، ب ح = ١٢ سم
وكان القياس الجبري لعزم الازدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين
بالشكل يساوي ٦٥ نيوتن.سم فإن : ظا θ = ...

(أ) غير معرف. (ب) صفر
(ج) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

في الشكل المقابل :

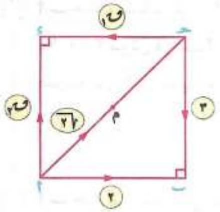


إذا كانت القوى المعطاة بالنيوتن فإن القياس الجبري لعزم
الازدواج المحصل يساوي .... نيوتن.سم.

(أ) −٣٠٠٠ (ب) −٢٠٠٠
(ج) −١٠٠٠ (د) ١٠٠٠

---

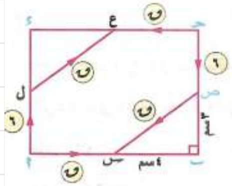
٥ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء مربع ، القوى المبينة مقاسة بالداين
، فإذا كانت مجموعة القوى متزنة
فإن : $ق_1 - ق_2$ = ... داين.

(أ) ٣ (ب) ٢
(ج) ١ (د) −١

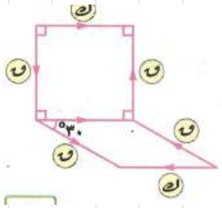
في الشكل المقابل :



س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاع
المستطيل أ ب ح ء ، أثرت القوى
المبين مقاديرها واتجاهاتها فاتزنت
فإن : ق = ... نيوتن.

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (ج) ٤٠ (د) ٤٨

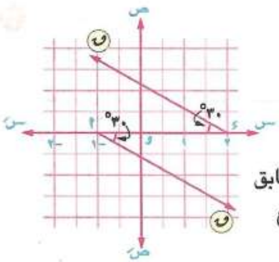
في الشكل المقابل :



مقدار القوة ك التي تجعل المجموعة متزنة = ...

(أ) ق (ب) ٢ ق
(ج) $\frac{١}{٢}$ ق (د) √٣ ق

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :



أثرت القوى $\overrightarrow{ق_1}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ − ٤ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ − ٥ $\overrightarrow{ص}$
، $\overrightarrow{ق_3}$ = −٥ $\overrightarrow{س}$ + ٩ $\overrightarrow{ص}$ في النقاط أ (−١ ، ٠) ، ب (٠ ، ٢)
، ح (١ ، −٢) فكونت ازدواجًا كما أثرت القوتان التي مقدارهما ق
، ق عند النقطتين أ ، ء كما هو موضح بالشكل فاتزنت مع الازدواج السابق
، (علمًا بأن جميع القوى مقدرة بالثقل جرام وتؤثر في جسم متماسك يقع
في المستوى س ص). فإن : ق = ... ث.جم.

(أ) ٣√٣ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ٢√٣

الازدواج المحصل

Resultant couple

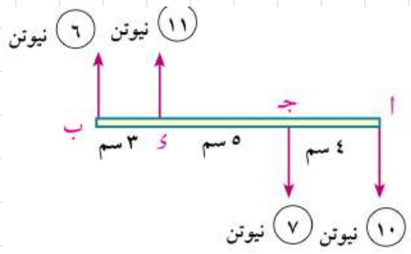
نظام القوى المستوية الذى يكافئ ازدواجًا

يقال لعدة قوى مستوية $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ ، ... ، $\overrightarrow{ق_ن}$ إنها تكافئ ازدواجًا إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

(١) انعدام محصلة القوى (أو مجموع المركبات الجبرية للقوى فى أى اتجاه= صفر)

(٢) مجموع عزوم القوى حول أى نقطة لا ينعدم $ج = \cdot$ ، $ج_{أ} \neq \cdot$

ملحوظة: تحقُّق أحد الشرطين فقط لايكفى لإثبات أن المجموعة تكافئ ازدواجًا فالقوى المتلاقية فى نقطة إذا انعدمت محصلتها فإن المجموعة تكون متزنة ولاتكافئ ازدواجًا.



حاول أن تحل

(١) فى الشكل المقابل أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد القياس الجبرى لعزمه.

[١] المحصلة ح = (١١ + ٦) − (١٠ + ٧) = صفر

[٢] بأخذ العزم حول أى نقطة

$ج_{أ}$ = ٧ × ٤ − ١١ × ٩ − ٦ × ١٢ = −١٤٣ ≠ صفر

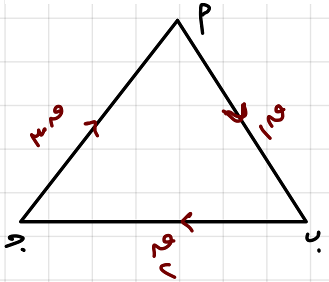
$ج_{ب}$ = ١١ × ٣ − ٧ × ٨ − ١٠ × ١٢ = −١٤٣ ≠ صفر

لاحظ العزم حول أى نقطة مقدار ثابت:

القوى تكافئ ازدواج عزمه = −١٤٣ نيوتن.سم

قاعدة

إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية فى نقطة فى جسم متماسك ومَثَّلها تمثيلاً تامًا أضلاع مثلث مأخوذة فى ترتيب دورى واحد كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المثلث فى مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.



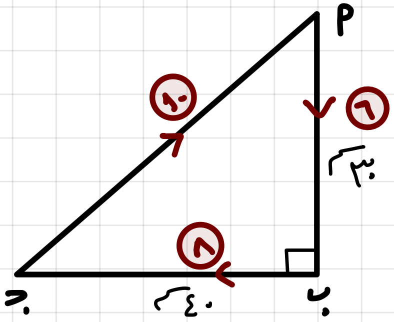
$\frac{ق_1}{أ ب} = \frac{ق_2}{ب جـ} = \frac{ق_3}{أ جـ}$ = م (ثابت)

معيار عزم الازدواج = ٢ × مساحة Δ أ ب جـ × م

ملاحظة كل مساحة Δ أ ب جـ

[١] $\frac{1}{2}$ أ ب جا جـ = $\sqrt{ح(ح - أ)(ح - ب)(ح - جـ)}$ حيث ح نصف محيط

(٢) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه أ ب = ٣٠ سم، ب جـ = ٤٠ سم أثرت قوى مقاديرها ٦، ٨، ١٠ نيوتن فى $\overrightarrow{أ ب}$ ، $\overrightarrow{ب جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ أ}$ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه.



∵ القوى فى اتجاه دورى واحد

∴ $\frac{٦}{٣٠} = \frac{٨}{٤٠} = \frac{١٠}{٥٠} = \boxed{\frac{١}{٥}}$ ثابت

معيار عزم الازدواج = م

= ٢ × مساحة Δ أ ب جـ × م

= ٢ × $\frac{1}{2}$ × ٤٠ × ٣٠ × $\frac{1}{5}$ = ٤٠ × ٦ = ٢٤٠ نيوتن.سم

تعميم: إذا أثرت عدة قوى مستوية فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تامًا أضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى ترتيب دورى واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المضلع فى مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

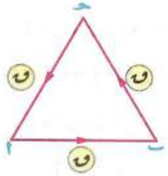
في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، طول ضلعه ل سم

إذا أثرت قوى مقاديرها متساوية ، مقدار كل منها ق نيوتن

في $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ أ}}$ على الترتيب

فإن عزم الازدواج المكافئ = ... نيوتن.سم.



(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل² ق (ب) $2\sqrt{3}$ ل ق (جـ) $\sqrt{3}$ ل ق (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل ق

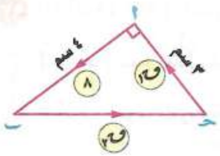
في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ب = ٤ سم

، أ حـ = ٣ سم ، والقوى المبينة مقاسة بالنيوتن وممثلة تمثيلاً

تامًا بأضلاع المثلث وكانت مجموعة القوى تكافئ ازدواج

فإن : $ق_1 + ق_2$ = ... نيوتن.



(أ) ٦ (ب) ١٠ (جـ) ٤ (د) ١٦

(تجريبي ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

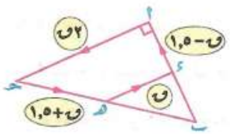
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٨ سم

، ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أثرت قوى مقاديرها بالنيوتن ٢ ق ، ق

، (ق + ١,٥) ، (ق − ١,٥) وممثلة تمثيلاً تامًا بأضلاع الشكل الرباعى

أ حـ هـ ء في الاتجاهات $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ هـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء أ}}$ على الترتيب فإذا كانت مجموعة القوى تكافئ ازدواج

فإن معيار عزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



(أ) ٣٦ (ب) ٥٤ (جـ) ٧٢ (د) ١٠٨

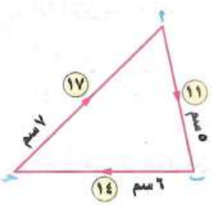
(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم ، أ حـ = ٧ سم

، القوى الموضحة بالشكل مُقاسة بالنيوتن ، فإذا أضيفت قوة مقدارها

ق نيوتن إلى كل قوة حتى أصبحت المجموعة تكافئ ازدواجًا

فإن القياس الجبرى لعزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



(أ) $-36\sqrt{6}$ (ب) $36\sqrt{6}$ (جـ) ٧٢ (د) −٧٢

(دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

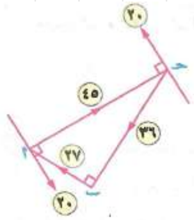
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أثرت القوى التي مقاديرها ٢٧ ، ٤٥ ، ٣٦ نيوتن في $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

على الترتيب. كما أثرت قوتان مقدارهما ٢٠ ، ٢٠ نيوتن عند أ ، حـ

عموديتان على $\overline{\text{أ حـ}}$ كما في الشكل ، فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجًا.

فإن معيار عزم الازدواج المحصل = ... نيوتن.سم.



(أ) ٢٤ (ب) ٦٢٤ (جـ) ٤٨ (د) ٩٤٨

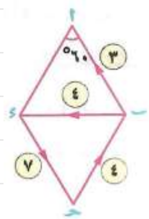
(دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء معين طول ضلعه ٦ سم ، ق(∠ أ) = ٦٠°

، أثرت القوى التي مقاديرها ٣ ، ٧ ، ٤ ، ٤ نيوتن في الاتجاهات

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ على الترتيب وكانت المجموعة تكافىء ازدواجًا

، فإن معيار عزم الازدواج = ... نيوتن.سم.



(أ) $10\sqrt{3}$ (ب) $15\sqrt{3}$ (جـ) $25\sqrt{3}$ (د) $21\sqrt{3}$

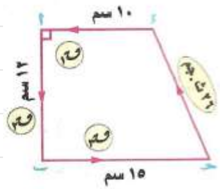
في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في أ

، مثلت القوى المبين مقاديرها (بالثقل جرام) واتجاهاتها

تمثيلاً تامًا بأضلاع شبه المنحرف فإذا كانت تكافئ ازدواج

فإن : $ق_1 + ق_2 + ق_3$ = ... ثقل جرام.



(أ) ٧٤ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٤ (د) ٢٠

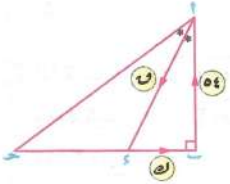
في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ينصف ∠ أ

، أ ب = ١٨ سم ، أ حـ = ٣٠ سم

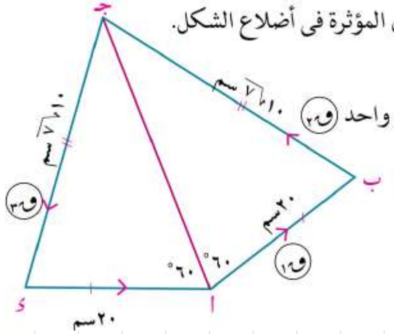
أثرت القوى الموضحة فكونت ازدواج

فإن : $\frac{ق}{ك}$ = ...



(أ) ١ (ب) $\sqrt{3}$ (جـ) $\sqrt{5}$ (د) ٥

ا ب جـ ء شكل رباعي فيه ا ب = ا ء = ٢٠سم، ب جـ = جـ ء = ١٠ √٧ سم ، ق(∠ ا) = ١٢٠° أثرت قوى ممثلة بالقطع المستقيمة الموجهة ا ب ، ب جـ ، جـ ء ، ء ا فإذا كانت المجموعة تؤول إلى ازدواج معيار عزمه ١٨٠ √٣ نيوتن. سم في الاتجاه ا ب جـ ء أوجد مقدار القوى المؤثرة في أضلاع الشكل.



الحل

∵ القوى تؤثر في أضلاع المضلع ومأخوذة في ترتيب دوري واحد (و.ح)

∴ معيار الازدواج = ضعف مساحة الشكل × م

ضعف مساحة الشكل × م = ١٨٠ √٣   (١)

من هندسة الشكل Δ ا ب جـ ≡ Δ ا ء جـ

من قانون جيب التمام في Δ ا ب جـ

(ب جـ)² = (اب)² + (اجـ)² - ٢ اب × اجـ × جتا (ب ا جـ)

∴ (١٠√٧)² = ٢٠² + (اجـ)² - ٢ × ٢٠ × اجـ × جتا ٦٠

∴ ٧٠٠ = ٤٠٠ + (اجـ)² - ٢٠ اجـ

∴ (اجـ)² - ٢٠ اجـ - ٣٠٠ = صفر

∴ (اجـ + ١٠) (اجـ - ٣٠) = ٠   ومنها اجـ = ٣٠

مساحة الشكل ا ب جـ ء = ٢ × مساحة Δ ا ب جـ

= ٢ × ١/٢ × اب × اجـ × جا ٦٠

= ٢٠ × ٣٠ × جا ٦٠ = ٣٠٠ √٣ سم²

بالتعويض في (١)

∴ ٢ × ٣٠٠ √٣ × م = ١٨٠ √٣ ومنها م = ٣/١٠

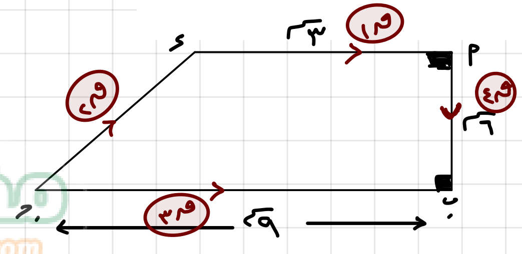
∵ ق١/اب = ق٢/ب جـ = ق٣/جـ ء = ق٤/ا ء = م

∴ ق١/٢٠ = ق٢/١٠√٧ = ق٣/١٠√٧ = ق٤/٢٠ = ٣/١٠

ومنها ق١ = ٦ نيوتن ، ق٢ = ٣ √٧ نيوتن ، ق٣ = ٣ √٧ نيوتن ، ق٤ = ٦ نيوتن

---

١) ا ب جـ ء شبه منحرف فيه ا ء // ب جـ ، ا ب ⊥ ب جـ ، ا ب = ٦سم ، ب جـ = ٩سم ، ا ء = ٣ سم أثرت القوى ق١ ، ق٢ ، ق٣ ، ق٤ ، ممثلة تمثيلاً تامًا بالقطع المستقيمة الموجهة ا ء ، جـ ء ، ب جـ ، ا ب على الترتيب، فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه ٣٦٠ نيوتن. سم في الاتجاه ا ب جـ ء فأوجد مقدار كل من ق١ ، ق٢ ، ق٣ ، ق٤



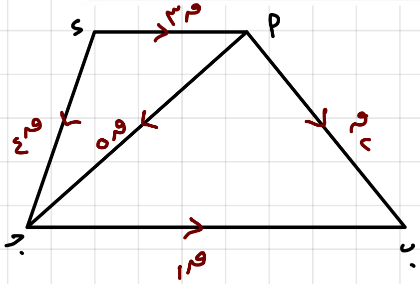
قاعدة

إذا كان مجموع القياسات الجبرية لعزوم مجموعة من القوى المستوية بالنسبة لثلاث نقط في مستواها ليست على استقامة واحدة يساوي مقدارًا ثابتًا لا يساوي الصفر، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا القياس الجبري لعزمه يساوي هذا المقدار الثابت.

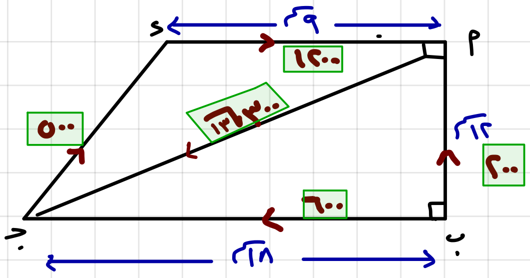
القوى ق١، ق٢، ق٣ .... تؤثر في أضلاع الشكل

وكان جـ م = جـ ب = جـ جـ = ا ثابت ≠ صفر)

فإن القوى تؤول إلى ازدواج :



ا ب جـ ء شبه منحرف فيه ا ء // ب جـ ، ق(∠ب) = ٩٠°، ا ب = ١٢ سم، ب جـ = ١٨ سم، ا ء = ٩سم، أثرت القوى التي مقاديرها ٢٠٠ ، ٦٠٠ ، ٥٠٠ ، ١٢٠٠ ، ٣٠٠ √١٣ ث كجم في ب ا ، ب جـ ، جـ ء ، ء ا ، ا جـ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه.



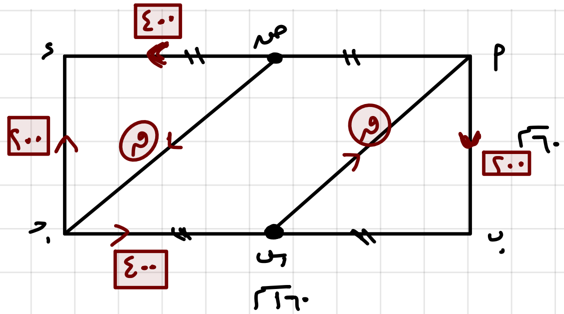
الازدواج المحصل *Resultant couple*

يعرف مجموع ازدواجين مستويين على أنه الازدواج الذى عزمه يساوى مجموع عزمى هذين الازدواجين

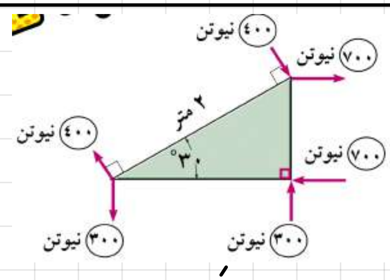
$\overrightarrow{ج} = \overrightarrow{ج_1} + \overrightarrow{ج_2}$ ويسمى مجموع ازدواجين مستويين بالازدواج المحصل (المجموعة تكافئ ازدواجًا)

أ ب جـ ء مستطيل، فيه أ ب = ٦٠ سم ، ب جـ = ١٦٠ سم ، س ، ص منتصفات $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ ء}$ على الترتيب، أثرت القوى التى مقاديرها ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ق ، ق نيوتن فى الاتجاهات $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ ء}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{أ ء}$ ، $\overleftarrow{س أ}$ ، $\overleftarrow{ص جـ}$ ، على الترتيب، إذا كان القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل يساوى ٦٤٠٠ نيوتن. سم.

أوجد قيمة: ق.



فى الشكل المقابل صفيحة على شكل مثلث قائم الزاوية، تؤثر عليها القوى كما بالشكل أوجد القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل.

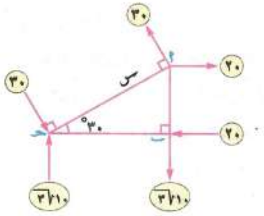


في الشكل المقابل :

إذا كان القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل يساوى ١٠٠ نيوتن.سم

فإن : س = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ٣٠



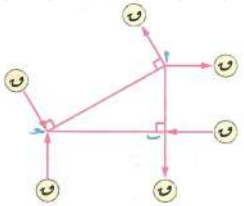
مجموعة القوى فى الشكل المقابل ....

(أ) متزنة.

(ب) تكافئ قوة.

(جـ) تكافئ ازدواج القياس الجبرى لعزمه موجب.

(د) تكافئ ازدواج القياس الجبرى لعزمه سالب.



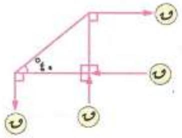
مجموعة القوى فى الشكل المقابل ....

(أ) متزنة.

(ب) تكافئ قوة.

(جـ) تكافئ ازدواج القياس الجبرى لعزمه موجب.

(د) تكافئ ازدواج القياس الجبرى لعزمه سالب.



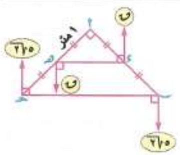
في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية ومتساوى الساقين فيه :

أ ب = أ جـ = ٢ متر إذا كان المجموعة تكون ازدواج قياسه الجبرى يساوى ٣٠ نيوتن.متر

فإن : ق = ... نيوتن.

(أ) $٢٥\sqrt{٢}$ (ب) $٢٠\sqrt{٢}$ (جـ) $١٥\sqrt{٢}$ (د) $١٠\sqrt{٢}$



قوتان تكونان ازدواج مقدار كل منهما ٣٠ نيوتن ومقدار عزم الازدواج ١٢٠ نيوتن.سم إذا زاد مقدار كل من القوتين ٥ نيوتن فإن مقدار عزم الازدواج الناتج يساوى .... نيوتن.سم.

(أ) ١٤٠　(ب) ١٣٠　(ج) ١٢٠　(د) ١١٠

إذا اتزن جسم تحت تأثير اربع قوى $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ ، $\overleftarrow{ق_4}$ وكان $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ يكونان ازدواج فإن : ....

(أ) $\overleftarrow{ق_3} = \overleftarrow{ق_4}$　(ب) $\overleftarrow{ق_3} = -\overleftarrow{ق_4}$　(ج) $\overleftarrow{ق_2} = \overleftarrow{ق_2}$　(د) $\overleftarrow{ق_4} = -\overleftarrow{ق_1}$

إذا كانت القوى $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ تؤثر فى النقط (٠ ، ٠) ، (١ ، ٠) ، (٠ ، ١) وتكافئ ازدواج بحيث كانت : $\overleftarrow{ق_1}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ = − $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ فإن : مقدار عزم الازدواج = ...

(أ) ٣　(ب) −٣　(ج) ٤　(د) ٦

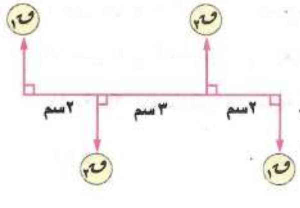
إذا كانت أ ، ب ، حـ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة بحيث كان هناك مجموعة من القوى فى مستواها تكون ازدواج وكان : ٢ $جـ_{أ}$ + ٣ $جـ_{ب}$ + ٥ $جـ_{حـ}$ = ٢٤٠ نيوتن.سم

فإن : ٤ $جـ_{أ}$ − ٢ $جـ_{حـ}$ = ... نيوتن.سم.

(أ) ٢٤　(ب) ٤٨　(ج) ٩٦　(د) ١٩٢

فى الشكل المقابل :

إذا كانت المجموعة متزنة فإن : ....



(أ) $ق_1 < ق_2$　(ب) $ق_1 > ق_2$　(ج) $ق_1 = ق_2$　(د) $\frac{ق_1}{ق_2} = \frac{٣}{٢}$

(دور ثان ٢٠٢١) إذا كانت مجموعة من القوى تؤثر فى مستوى المربع أ ب حـ ء وتكون ازدواجًا معيار عزمه يساوى ٤٠ نيوتن.سم　فإن : $\|\overleftarrow{جـ_{أ}}\| + \|\overleftarrow{جـ_{ب}}\| + ٣\|\overleftarrow{جـ_{حـ}}\| - \|\overleftarrow{جـ_{ء}}\|$ = ... نيوتن.سم

(أ) ٢٤٠　(ب) ٨٠　(ج) ١٢٠　(د) ١٦٠

إذا كانت : $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ قوتى ازدواج حيث : ٢ ≤ $ق_1$ ≤ ٨ ، ٥ ≤ $ق_2$ ≤ ١١ والبعد العمودى بينهما ٤ وحدة طول ، فإذا كان معيار عزم الازدواج المكون من $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ يساوى جـ وحدة عزم فإن : ....

(أ) ٠ ≤ جـ ≤ ١٢　(ب) ٨ ≤ جـ ≤ ٣٢　(ج) ٢٠ ≤ جـ ≤ ٣٢　(د) ٠ ≤ جـ ≤ ٤٤

أثر على جسم ازدواجين $\overleftarrow{جـ_1}$ ، $\overleftarrow{جـ_2}$ بحيث $\|\overleftarrow{جـ_1}\|$ = ٨ ، $\|\overleftarrow{جـ_2}\|$ = ٦ فإن احتمال أن يكون القياس الجبرى للازدواج المحصل المؤثر على الجسم يساوى ١٤ هو ....

(أ) صفر　(ب) ١　(ج) $\frac{١}{٣}$　(د) $\frac{١}{٤}$

أ ب حـ ء هـ خماسى منتظم طول ضلعه ١٥ سم أثرت قوى مقدار كل منها ١٠ ث.كجم فى $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overleftarrow{حـ ء}$ ، $\overleftarrow{ء هـ}$ ، $\overleftarrow{هـ أ}$ على الترتيب فإن المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه = ... ث.كجم.سم.

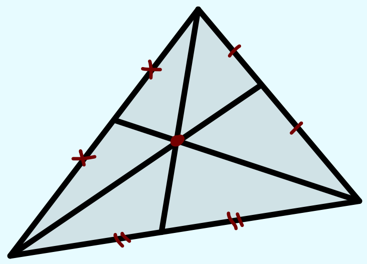
(أ) ٢٠٠,١　(ب) ٣١٤,١٦　(ج) ٤١١,٥٦　(د) ٥١٦,١٤

مركز الثقل

الفصل السادس

Center of Gravity

المركز الهندسي centroid

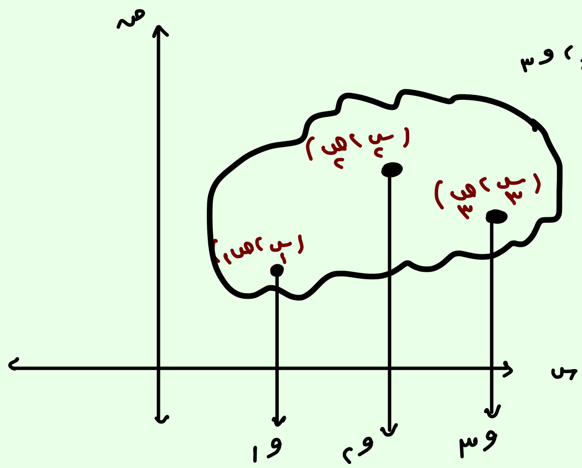


هو نقطه مركز الشكل الهندسي
مثل نقطه تلاقي المتوسطات في المثلث
نقطه تلاقي القطرين في المتوازي الاضلاع
مركز الدائره و مركز الكره وهكذا ....
ولا علاقه له بمحصلته اوزان الجسم المكون للشكل

مركز الكتله او مركز الثقل للجسم او مركز جذب الجسم center of mass & center of gravity

هو نقطه محصله اوزان الجسيمات المكونه للجسم ، وهو نقطه وحيده يمر بها خط عمل وزن الجسم ولا تتغير مهما تغير وضع الجسم بالنسبه للارض ، ليس بالضروري ان تقع هذه النقطه علي الجسم

بفرض ان لدينا جسم يتكون من جسيمات صغيرة و١ ، و٢ ، و٣



الكتلة	و١	و٢	و٣
س	س١	س٢	س٣
ص	ص١	ص٢	ص٣

$$\text{س} = \frac{\text{و}_1\text{س}_1 + \text{و}_2\text{س}_2 + \text{و}_3\text{س}_3}{\text{و}_1 + \text{و}_2 + \text{و}_3} = \ldots\ldots$$

$$\text{ص} = \frac{\text{و}_1\text{ص}_1 + \text{و}_2\text{ص}_2 + \text{و}_3\text{ص}_3}{\text{و}_1 + \text{و}_2 + \text{و}_3} = \ldots\ldots$$

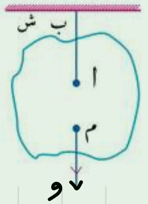
التعليق الحر للجسم الجاسئ :

إذا علق جسم جاسئ من إحدى نقطه تعليقًا حرًا فإن مركز ثقله م يقع على الخط الرأسى المار بنقطة التعليق وذلك لأن الجسم فى هذه الحالة يكون متزنًا تحت تأثير القوتين المبينتين فى الشكل (٦) وهما :

(١) الشد فى الخيط ، (٢) ثقل الجسم و يعمل رأسيًا إلى اسفل

وعلى ذلك فلابد أن تتساوى هاتان القوتان فى المقدار وتتضادا فى الاتجاه وتتحدا فى خط العمل .

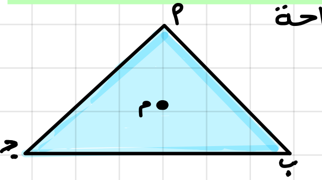
لذلك لابد وأن يقع مركز ثقل الجسم م على الخط الرأسى المار بنقطة (نقطة التعليق)



مركز ثقل الصفائح المنتظمة السمك والكثافة

الأثقلة تتناسب مع المساحة

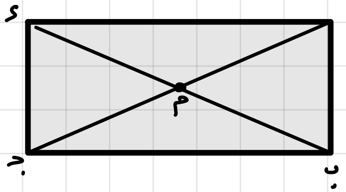
مثلث اي كان نوعه



$$\text{م} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{3}$$

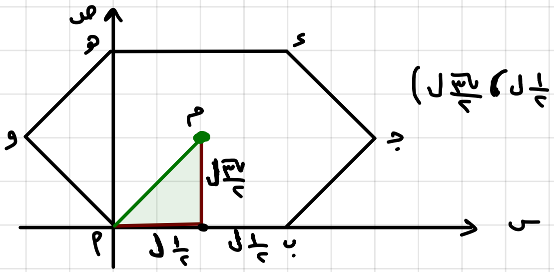
$$\left(\frac{\text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{س}_3}{3} ، \frac{\text{ص}_1 + \text{ص}_2 + \text{ص}_3}{3}\right)$$

متوازي الاضلاع واولاده الكرام
مستطيل ، مربع ، معين '



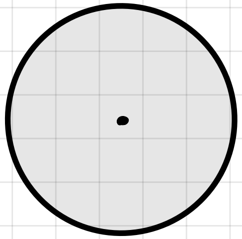
$$\text{م} = \frac{\text{ا} + \text{ج}}{2} = \frac{\text{ب} + \text{د}}{2}$$

الاشكال المنتظمة هندسيا
مثل خماسي والسداسي المنتظم



$$\text{م} = \left(\tfrac{1}{2}\text{ل} ، \tfrac{\sqrt{3}}{2}\text{ل}\right)$$

الدائره



معادلة الدائرة

$$\leftarrow (\text{س} - \text{ل})^2 + (\text{ص} - \text{ن})^2 = \text{نق}^2$$

$$\leftarrow \text{س}^2 + \text{ص}^2 - 2\text{ل}\text{س} - 2\text{ن}\text{ص} + \text{د} = 0$$

$$\text{مركز} \left(\frac{\text{معامل س}}{-2} ، \frac{\text{معامل ص}}{-2}\right) = (\text{ل} ، \text{ن})$$

$$\text{نق} = \sqrt{\text{ل}^2 + \text{ن}^2 - \text{د}}$$

القضيب او الساق المنتظمة عند منتصف الطول

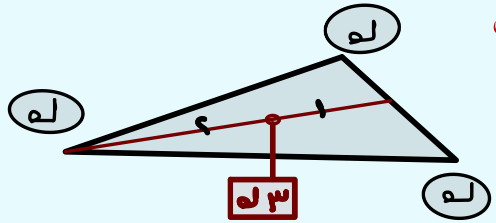
ساق منتظمه علي شكل مثلث متساوي الاضلاع نقطه تلاقي المتوسطات

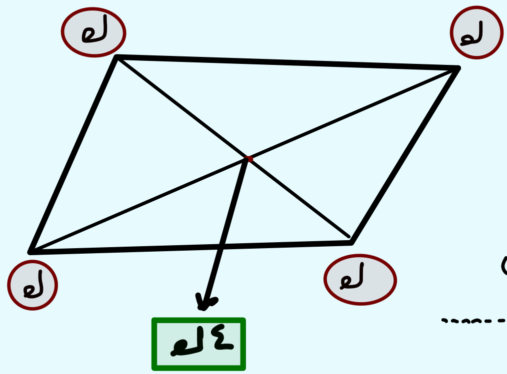
ساق منتظمه علي شكل مثلث غير متساوي الاضلاع حسب اطوال اضلاع المثلث لكن ليس نقطه تلاقي المتوسطات

ساق منتظمه علي شكل متوازي الاضلاع او المستطيل او المعين او المربع نقطه تلاقي المتوسطات

— ساق منتظمه علي شكل خماسي منتظم او سداسي منتظم ... نقطه تلاقي الاقطار

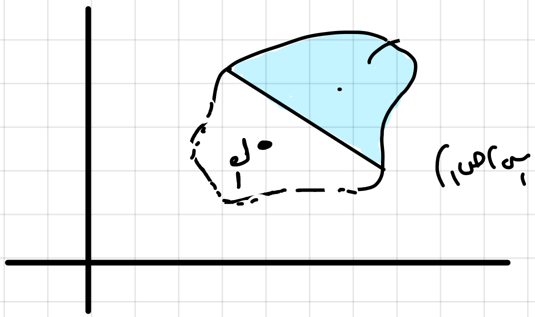
عند وضع كتل ' متساويه عند جميع رؤس اي شكل فيكون مركز ثقل الكتل هو المركز الهندسي للشكل





اى مثلث ، متوازى اضلاع ، معين ، مستطيل
مربع ، خماسى منتظم ، سداسى منتظم ،......

طريقة الكتله السالبه



اذا كان لدينا كتله ك مركز ثقلها = (س ، ص)
ثم قطع (فصل) كتله ك١ مركز ثقلها (س١ ، ص١)
فان مركز ثقل الجزء المتبقى هو

$$\left(\frac{ك\,س - ك_1\,س_1}{ك - ك_1} \ ، \ \frac{ك\,ص - ك_1\,ص_1}{ك - ك_1} \right)$$

أولًا : ضع علامة (✓) أو علامة (✗) لكل عبارة مما يأتي:

١ مركز ثقل الجسم الجاسئ يكون ثابتًا ولا يقع بالضرورة على أحد جسيمات هذا الجسم.

٢ إذا عُلقت صفيحة غير منتظمة ومحدودة بمثلث من أحد رؤوسها تعليقًا حرًا فإن الخط الرأسى المار بنقطة التعليق يمر بنقطة تلاقى المستقيمات المتوسطة للمثلث.

٣ إذا وُضعت ثلاث كتل متساوية عند منتصفات أضلاع مثلث متساوى الأضلاع فإن مركز ثقلها يقع على نقطة تقاطع متوسطات المثلث.

٤ مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بمثلث ينطبق مع مركز ثقل ثلاث كتل متساوية موضوعة عند رؤوس هذا المثلث.

٥ مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بشكل متوازى أضلاع يقع عند نقطة تقاطع قُطريهِ.

٦ إذا وُضعت أربع كتل متساوية عند رؤوس شبه منحرف متساوى الساقين فإن مركز ثقل المجموعة يؤثر عند نقطة تلاقى قُطريه.

٧ إذا عُلق جسم جاسئ تعليقًا حرا فإن الخط المستقيم الرأسى المار بمركز ثقل الجسم يمر بنقطة التعليق.

٨ مركز ثقل نقطتين ماديتين تفصل بينهما مسافة ثابتة يقع على القطعة المستقيمة المرسومة بينهما و يقسم طولها بنسبة تساوى النسبة بين كتلتيهما.

٩ إذا عُلقت صفيحة منتظمة السمك والكثافة ومحدودة بمثلث متساوى الأضلاع من أحد رؤوسها تعليقًا حرًا ، كان الضلع المقابل لهذا الرأس أفقيًا.

١٠ إذا وضعت أربع كتل متساوية عند رؤوس متوازى أضلاع فإن مركز ثقل المجموعة يؤثر عند نقطة تلاقى قطرى متوازى الأضلاع.

اسئله الاختر

١ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٦ ، ٩ كجم بينهما مسافة ١٠ أمتار ، يبعد عن الكتلة الأولى مسافة .... متر.

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٢ مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٧ ، ١١ كجم المسافة بينهما ٩٠ سم يبعد عن الكتلة الأولى مسافة .... سم.

(أ) ٥٠ (ب) ٥٥ (ج) ٣٥ (د) ٤٥

٣ إذا أثرت الكتلة ٥ كجم فى النقطة (٢ ، −١) ، والكتلة ٧ كجم فى النقطة (١ ، ٢) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر فى النقطة ....

(أ) (١٧ ، ٩) (ب) $\left(\frac{17}{12} ، \frac{3}{4}\right)$ (ج) (١٩ ، ١٣) (د) $\left(\frac{19}{12} ، \frac{1}{4}\right)$

٤ مركز ثقل النظام التالى : $ك_1 = ١$ عند (٢ ، ٣) ، $ك_2 = ٢$ عند (−٢ ، ١) ، $ك_3 = ٣$ عند (٠ ، ١)

هو ....

(أ) $\left(\frac{-١}{٣} ، \frac{٤}{٣}\right)$ (ب) $\left(\frac{٧}{٦} ، \frac{٤}{٣}\right)$ (ج) $\left(\frac{-١}{٣} ، \frac{٢}{٣}\right)$ (د) (٠ ، ١)

---

٥ مركز ثقل نقطتين ماديتين تفصل بينهما مسافة ثابتة يقع على القطعة المستقيمة الواصلة بينهما ويقسم طولها بنسبة .... لنسبة الكتلتين.

(أ) طردية (ب) عكسية (ج) عشوائية (د) ثابتة

---

٦ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قضيب خفيف ، ثبت عند أ ، ب كتلتين $ك_1$ ، $ك_2$

، وكان مركز ثقل المجموعة يقع عند نقطة حـ $\in \overline{أب}$

فإن : $\frac{أحـ}{أحـ} =$ ....

(أ) $\frac{ك_1}{ك_1 + ك_2}$ (ب) $\frac{ك_2}{ك_1 + ك_2}$ (ج) $\frac{ك_1 ك_2}{ك_1 + ك_2}$ (د) $\frac{ك_1 + ك_2}{ك_1 ك_2}$

---

٧ في الشكل المقابل :

ثلاث كتل ك ، ٢ك ، ٣ك مثبتة عند أ ، ب ، حـ على الترتيب

، فإن مركز ثقل المجموعة يقع عند النقطة ....

(أ) هـ (ب) ب (ج) و (د) ز

---

٨ قضيب منتظم طوله ٦ م ووزنه ١١ ث.كجم ، ثبت عليه أثقال ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ث.كجم على مسافة ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ متر من أحد طرفيه فإن مركز ثقل المجموعة يؤثر فى نقطة تبعد عن هذا الطرف مسافة .... متر.

(أ) $\frac{٥٣}{٢٥}$ (ب) $\frac{٦٣}{٢٥}$ (ج) $\frac{٧٣}{٢٥}$ (د) $\frac{٨٣}{٢٥}$

---

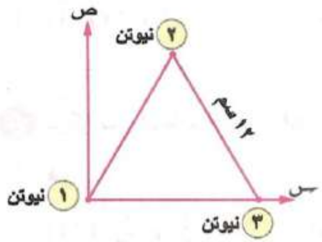
٩ إذا عُلِّقت ثلاث كتل متساوية موضوعة عند رؤوس المثلث أ ب حـ حيث :

أ (٢ ، ١) ، ب (٣ ، ٤) ، حـ (٤ ، ١) فإن مركز ثقل هذه المجموعة هو ....

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (٣ ، ٢) (ج) (٦ ، ٩) (د) (٩ ، ٦)

---

١٠ الشكل المقابل يمثل مثلث متساوى الأضلاع



طول ضلعه ١٢ سم وضعت الكتل ١ ، ٢ ، ٣ نيوتن

عند رؤوسه ، فإن إحداثيي مركز ثقل المجموعة ....

(أ) $\left(٤ ، \sqrt{٣}\right)$ (ب) $\left(\sqrt{٣} ، ٤\right)$

(ج) $\left(٨ ، ٢\sqrt{٣}\right)$ (د) $\left(٢\sqrt{٣} ، ٤\right)$

---

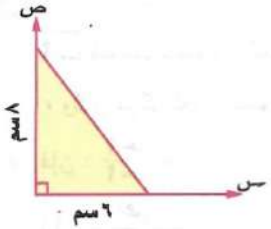
١١ ٣ كتل متساوية موضوعة عند رؤوس مثلث قائم متساوى الساقين أ ب حـ قائم الزاوية عند أ

، ب حـ = ٨ سم إذا كان م هو مركز ثقل المجموعة فإن : أ م = ... سم.

(أ) ٦ (ب) $\frac{٨}{٣}$ (ج) ٤ (د) ٨

---

١٢ في الشكل المقابل :



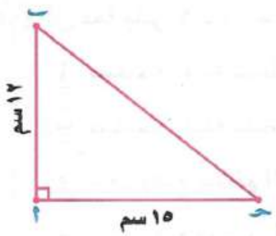
مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المظللة هو ....

(أ) (٣ ، ٤) (ب) (٤ ، ٣)

(ج) $\left(٢ ، \frac{٨}{٣}\right)$ (د) $\left(\frac{٨}{٣} ، ٢\right)$

---

١٣ مركز ثقل النظام التالى بالنسبة لنقطة أ هو ....



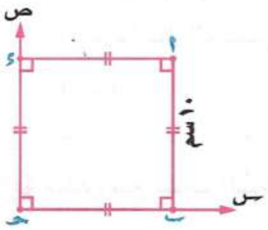
الكتلة	٢٠ جم	٤٠ جم	٣٠ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند حـ

(أ) (٥ ، ٤) (ب) $\left(٥ ، \frac{١٦}{٣}\right)$

(ج) $\left(\frac{٧}{٣} ، \frac{١٠}{٣}\right)$ (د) $\left(\frac{٧}{٢} ، ٦\right)$

---

١٤ مركز ثقل النظام التالى بالنسبة لنقطة حـ هو ....



الكتلة	٢٠ جم	٣٠ جم	١٠ جم	٤٠ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند حـ	عند ء

(أ) (٤ ، ٧) (ب) (٧ ، ٤)

(ج) (٥ ، ٦) (د) (٦ ، ٥)

١٥ مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث قائم الزاوية يقع عند نقطة تلاقى ....

(أ) ضلعى القائمة. (ب) منصفات زواياه. (جـ) تلاقى الأعمدة. (د) متوسطاته.

١٦ بُعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى .... سم.

(أ) $٢\sqrt{٣}$ (ب) $٤\sqrt{٣}$ (جـ) ٦ (د) $٦\sqrt{٣}$

١٧ ثُبتت كتل مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٣٠ ، ١٠ ، ٤٠ كجم عند الرؤوس أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و على الترتيب لمسدس منتظم طول ضلعه ٦٠ سم فإن بُعد مركز ثقل هذه المجموعة على مركز المسدس = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) $٣\sqrt{٥}$ (د) $٥\sqrt{٣}$

١٩ أى مما يأتى لا يكون مركز ثقله هو نفسه نقطة تقاطع متوسطاته ؟

(أ) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مُثلث متساوى الأضلاع.

(ب) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مثلث مختلف الأضلاع.

(جـ) سلك رفيع منتظم الكثافة على شكل مثلث متساوى الأضلاع.

(د) سلك رفيع منتظم الكثافة على شكل مثلث مختلف الأضلاع.

٢٠ جسيمان ماديان كتلتاهما ١٠ ، ك جم تؤثران عند نقطتى أ ، ب على الترتيب حيث : أب = ٥٠ سم فإذا كان مركز ثقل الجسيمين يؤثر فى نقطة حـ ∈ $\overline{أب}$ حيث : أحـ = ٢٠ سم فإن : ك = ... جم.

(أ) ٢٠ (ب) $\frac{٢٠}{٣}$ (جـ) ٤٠ (د) $\frac{٤٠}{٣}$

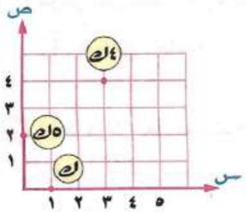
٢١ سلك رفيع منتظم السُمك والكثافة ثنى على شكل مثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فيه :

أب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم فإن بُعد مركز ثقل السلك عن كل من $\overline{ب أ}$ ، $\overline{ب حـ}$ هو ....

(أ) (١,٥ ، ١) (ب) (٢ ، ١,٥) (جـ) $(\frac{٨}{٧} ، \frac{٩}{١٤})$ (د) $(\frac{١٢}{٧} ، \frac{١١}{١٤})$

٢٢ الشكل المقابل يبين ثلاث كتل : ك ، ٤ ك ، ٥ ك

فإن مركز ثقل المجموعة يقع عند النقطة ....



(أ) $(\frac{١٣}{١٠} ، \frac{١٣}{٥})$ (ب) $(\frac{٩}{٥} ، \frac{٢٧}{١٠})$ (جـ) $(\frac{١٧}{١٠} ، \frac{٢٧}{١٠})$ (د) $(\frac{١٣}{٥} ، \frac{١٣}{١٠})$

٢٣ ثلاث كتل ٣ كجم ، ٢ كجم ، ك كجم وضعت عند النقاط (٦ ، ٤) ، (٣,٥ ، ٥) ، (١ ، ٢) على الترتيب فكان مركز ثقل المجموعة عند النقطة (٣ ، ص) فإن : ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٣,٢ (جـ) ٣,٤ (د) -٣,٢

٢٤ إذا وضعت الكتل ١ كجم عند الموضع أ (٢ ، ١) ، ٢ كجم عند الموضع ب (٣ ، ٢) ، ٣ كجم عند الموضع حـ (-٤ ، ٥) ، ٤ كجم عند الموضع (س ، ص) وكان مركز ثقل المجموعة هو نقطة الأصل

فإن : (س ، ص) = ...

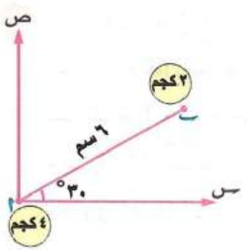
(أ) (١ ، ٥) (ب) (٢ ، ٣) (جـ) (١ ، -٥) (د) (٥ ، -١)

٢٥ إذا كانت $ك_١$ ، $ك_٢$ كتلتين تؤثران عند أ ، ب على الترتيب حيث أب = ١٢ سم وكان مركز ثقل الكتلتين يقع على بعد ٤ سم من ب فإن مركز ثقل الكتلتين ٢ $ك_١$ ، $ك_٢$ عند أ ، ب يقع على بعد .... سم من ب

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢٦ فى الشكل المقابل :

مركز ثقل المجموعة = ...



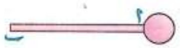
(أ) (٤ ، ٢)

(ب) (٢ ، ٤)

(جـ) $(\sqrt{٣} ، ١)$

(د) $(١ ، \sqrt{٣})$

٢٧ فى الشكل المقابل :



ساق من المعدن منتظم طوله ١ متر ووزنه ١ ث.كجم ومتصل بكرة حديدية منتظمة وزنها $\frac{١}{٢}$ ث.كجم عند الطرف أ حيث كان طول قطرها ٢٠ سم فإن بعد مركز ثقل المجموعة عن ب يساوى .... سم.

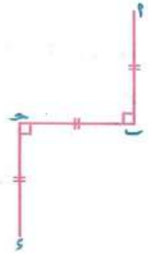
(أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٦٥ (د) ٧٠

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء سلك طوله ٣٢ سم فيه : أ ب = ٢ ب حـ = ٢ حـ ء = ١٦ سم فإن بُعد مركز ثقل السلك عن كلٍ من $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب أ}$ على الترتيب هو ....

(أ) (٣ ، ٣) (ب) (٤ ، ٤)

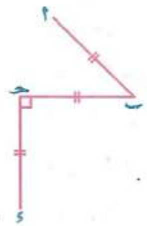
(جـ) (٣ ، ٥) (د) (٤ ، ٨)



الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم ثنى إلى ٣ قطع متساوية فى الطول فإن مركز ثقل القضيب يقع ....

(أ) منتصف $\overline{أ ب}$ (ب) منتصف $\overline{ب حـ}$

(جـ) منتصف $\overline{حـ ء}$ (د) عند نقطة حـ



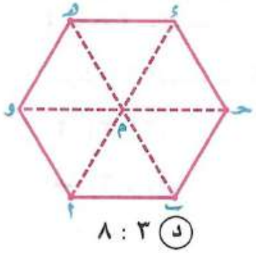
قضيب منتظم ثنى إلى ٣ أجزاء متساوية فى الطول فإن مركز ثقل القضيب يقع ....

(أ) فى منتصف $\overline{ب حـ}$ (ب) داخل Δ ب حـ ء

(جـ) داخل Δ أ ب حـ (د) عند نقطة حـ

---

٣٣ في الشكل المقابل :



أربع كتل متساوية وضعت عند الرؤوس أ ، ب ، حـ ، هـ لسداسي منتظم مركزه م إذا كان ن مركز ثقل النظام فإن : ن ب : ن هـ = ...

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : ٤ (جـ) ٣ : ٥ (د) ٣ : ٨

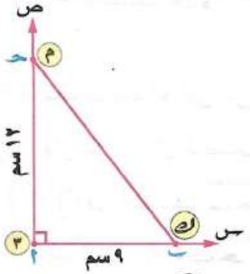
---

٣٤ $\overline{أ ب}$ قطعة مستقيمة طولها ١٥٠ سم وجسمان كتلتاهما ١ كجم ، ٣ كجم موضوعان على بُعد ١٥ سم ، ٥٠ سم من الطرف أ ومن الطرف ب على الترتيب فإن المسافة التي يجب وضع كتلة ٢ كجم من الطرف أ بحيث يكون مركز ثقل المجموعة في منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أ ب}$ = ... سم.

(أ) ٤٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٦٧,٥ (د) ٧٥

---

٣٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٩ سم ، أ حـ = ١٢ سم

الكتل ٣ جم ، ك جم ، م جم وضع عند النقط أ ، ب ، حـ على الترتيب

فإذا كان مركز ثقل المجموعة (٣ ، ٤)

فإن : ٢ م + ٣ ك = ...

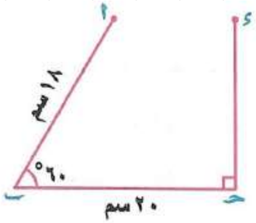
(أ) ١٠ (ب) ١٢ (جـ) ١٥ (د) ٢٣

---

٣٦ إذا عُلقت صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع بخيط من نقطة على أحد أحرفها (وليكن $\overline{أ حـ}$) تقسمه بنسبة ١ : ٢ من (جهة حـ) فإن زاوية ميل هذا الحرف على الرأسى تساوى ....

(أ) ٢٢,٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

في الشكل المقابل :



ثُبتت أربع كتل مقاديرها ك ، ٢ ك ، ٣ ك ، ٤ ك

عند النقط أ ، ب ، حـ ، ء من الخط المنكسر أ ب حـ ء

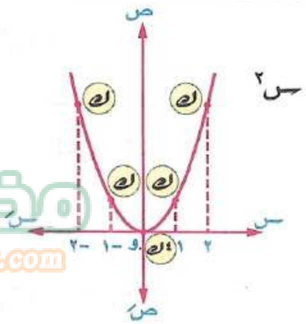
حيث $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ الموضح بالشكل وباعتبار $\overleftarrow{ب حـ}$ والعمودى عليه من نقطة ب

محورى إحداثيات موجبين فإن مركز ثقل المجموعة = ...

(أ) (٤,٥ ، $\sqrt{٣}$) (ب) (٤,٥ ، ١٤ $\sqrt{٣}$)

(جـ) (١٤,٩ ، ٤,٥ $\sqrt{٣}$) (د) (١٤,٩ ، ٤,٥)

في الشكل المقابل :



ثُبتت الكتل ك ، ك ، ٤ ك ، ك ، ك على منحنى الدالة د : د (س) = ٢ $س^٢$

عند النقط التى إحداثياتها السينية ٢ ، ١ ، صفر ، -١ ، -٢ على الترتيب

كما هو موضح بالشكل فإن مركز ثقل المجموعة = ...

(أ) (٠ ، ٢,٥) (ب) (٠ ، ٣)

(جـ) (٠ ، ٥) (د) (٠ ، ٥,٥)

٣٧ صفيحتان على شكل مثلثان متساويًا الساقين أ ب حـ ، أ ب ء مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ وفى جهتين مختلفتين منها وارتفاعيهما المناظران لهذه القاعدة هما ١٢ سم ، ٦ سم على الترتيب فإن مركز ثقل المجموعة يبعد عن $\overline{\text{أ ب}}$ مسافة .... سم.

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ١ (جـ) ١,٥ (د) ٢

٣٨ إذا عُلقت صفيحة منتظمة السُمك والكثافة ومحدودة بمثلث متساوى الأضلاع من أحد رؤوسها تعليقًا حُرًا فإن الضلع المقابل لهذا الرأس يصنع مع الأفقى زاوية ....

(أ) صفرية. (ب) قائمة. (جـ) حادة. (د) منفرجة.

٣٩ الأشكال الآتية تمثل ثلاثة مثلثات متطابقة :

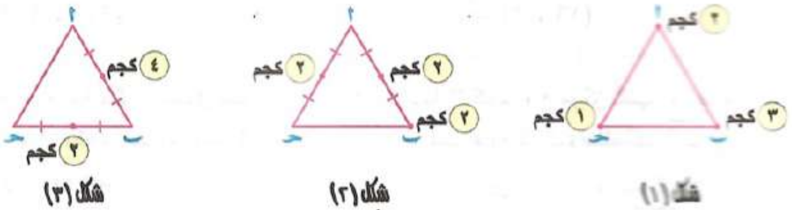
الأول صفيحة منتظمة السمك والكثافة والثانى قضيب منتظم والثالث ثلاث كتل متساوية

فأى من الأشكال السابقة يكون لها نفس مركز الثقل ؟

(أ) شكل (١) ، شكل (٢) (ب) شكل (٢) ، شكل (٣)

(جـ) شكل (١) ، شكل (٣) (د) شكل (١) ، شكل (٢) ، شكل (٣)

٤٠ الأشكال الآتية تمثل ثلاثة مثلثات متطابقة :

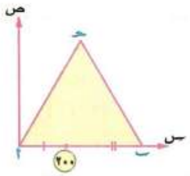


فأى من الأشكال السابقة يكون لهما نفس مركز الثقل ؟

(أ) (١) ، (٢) فقط. (ب) (١) ، (٣) فقط. (جـ) (٢) ، (٣) فقط. (د) (١) ، (٢) ، (٣)

٤١ فى الشكل المقابل :

صفيحة رقيقة كتلتها ٦٠٠ جم على شكل مثلث متساوى الأضلاع أ ب حـ طول ضلعه ٣٦ سم ، ألصقت كتلة ٢٠٠ جم فى الصفيحة عند نقطة تثليث $\overline{\text{أ ب}}$ فإن مركز ثقل المجموعة بالنسبة للمحورين $\overleftarrow{\text{أ س}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ص}}$ هى ....

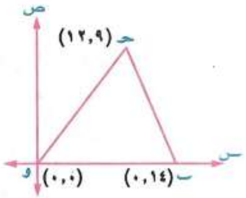


(أ) $(16.5 ، 4.5\sqrt{3})$ (ب) $(6 ، 4.5\sqrt{3})$

(جـ) $(18 ، 4.5\sqrt{3})$ (د) $(18 ، 6\sqrt{3})$

٤٢ (دورثان ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

سلك رفيع منتظم السمك والكثافة على شكل مثلث و ب حـ ، حيث ب (١٤ ، ٠) ، حـ (٩ ، ١٢) ، فإن إحداثيى مركز ثقل السلك هو ....

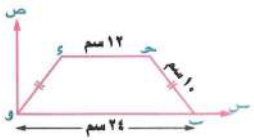


(أ) (٧,٥ ، ٤) (ب) (٤ ، ٧)

(جـ) (٤,٥ ، ٧) (د) (٧ ، ٤,٥)

٤٣ (دورأول ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

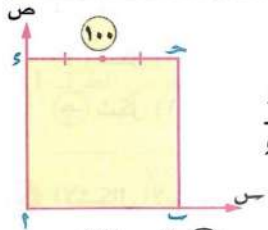
سلك معدنى منتظم السُمك والكثافة على شكل شبه منحرف و ب حـ ء حيث $\overline{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{ب و}}$ ، و ء = ب حـ = ١٠ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، و ب = ٢٤ سم ، فإن إحداثى مركز ثقل السلك هو ....



(أ) $(12 ، \frac{22}{7})$ (ب) $(\frac{22}{7} ، 12)$ (جـ) $(10 ، \frac{22}{7})$ (د) $(\frac{22}{7} ، 10)$

٤٤ في الشكل المقابل :

صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة كتلتها ٤٠٠ جم على شكل مربع أ ب حـ ء طول ضلعه ١٦ سم. ألصقت كتله ١٠٠ جم في الصفيحة عند نقطة منتصف حـ ء فإن مركز ثقل المجموعة بالنسبة للمحورين أس ، أص هي ....



(أ) (٩,٦ ، ٩,٦) (ب) (٨ ، ٩,٦) (جـ) (٨ ، ١٦) (د) (٨ ، ١٢)

٤٥ أ ب حـ صفيحة مثلثة الشكل متساوية الأضلاع كتلتها ٣ كجم ، م مركز ثقلها ، وضعت كتل مقاديرها ٢ ، ٢ ، ١١ كجم عند الرؤوس أ ، ب ، حـ على الترتيب فإذا كانت ء منتصف أب فإن مركز ثقل المجموعة يقع عند ....

(أ) نقطة منتصف حـ ء (ب) نقطة منتصف م حـ

(جـ) نقطة تقسم حـ ء بنسبة ١ : ٥ (د) نقطة تقسم حـ ء بنسبة ٥ : ١

٤٦ صفيحة رقيقة منتظمة كتلتها ٢٠٠ جرام على هيئة المربع أ ب حـ ء الذي طول ضلعه ٢٠ سم. ثُبتت الكتل ٨٠ ، ٣٠ ، ٥٠ ، ٤٠ من الجرامات عند أ ، ب ، حـ ، ء على الترتيب فإن بُعد مركز ثقل المجموعة عن كل من أب ، أء يساوى .... سم.

(أ) ٩,٥ ، ٩ (ب) ٩,٥ ، ٨ (جـ) ٨ ، ٩ (د) ٩ ، ٨,٥

٤٧ أ ب حـ صفيحة مثلثة رقيقة منتظمة مركزها (م) ثُبتت الأثقال ٦ ، ٨ ، ٤ ثقل جرام عند الرؤوس أ ، ب ، حـ على الترتيب ، إذا رُسم م هـ // حـ ب ويقطع أب في هـ فإن مركز ثقل هذه الأوزان يقسم م هـ من الداخل بنسبة ....

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ٣

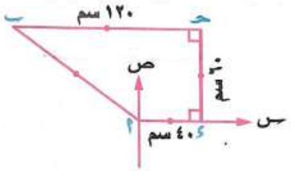
٤٨ عُلقت صفيحة مربعة منتظمة وزنها (و) تعليقًا حُرًا من الرأس أ وثُبت عند الرأس ب ثقل وزنه ($\frac{١}{٤}$ و) فإن ظل زاوية ميل القطر أحـ على الرأسى في وضع الاتزان يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٥}$

٤٩ أ حـ ب قضيب منتظم السُمك حيث : أحـ = حـ ب وكان نصفه أحـ مصنوع من مادة والنصف الآخر حـ ب من مادة أخرى وكان مركز ثقل القضيب على بُعد $\frac{٢}{٣}$ طوله من أ فإن النسبة بين وزني نصفي القضيب = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٥٠ الشكل المقابل يمثل إطارًا من الصلب الرفيع على هيئة شبه منحرف أ ب حـ ء فيه :



أ ء = ٤٠ سم ، حـ ء = ٦٠ سم ، ب حـ = ١٢٠ سم.

فإذا علم أن كثافة الصلب المصنوع منه الجزء $\overline{أء}$

تساوى ضعف كثافة الصلب المصنوع منه باقى الإطار.

وكان : ق(∠ حـ) = ق(∠ ء) = ٩٠° فإن مركز ثقل الإطار = ...

(أ) $\left(\frac{-٢٠}{٣} ، ٣٠\right)$ (ب) $\left(\frac{-٢٠}{٣} ، \frac{٩٧}{٣}\right)$ (ج) $\left(\frac{٢٠}{٣} ، \frac{١٠٠}{٣}\right)$ (د) $\left(\frac{-٢٠}{٣} ، \frac{١٠٠}{٣}\right)$

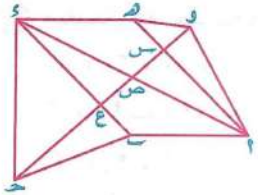
---

٥١ سلك منتظم السُمك والكثافة طوله ١٢٠ سم وكتلته ٦٠٠ جرام ، ثنى على شكل مثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب حيث : أ ب = ٣٠ سم ، إذا ثُبتت كتلة ك جرام عند الرأس أ ، ثم عُلق السلك تعليقًا حُرًا من الرأس ب فاتزن عندما كانت $\overline{أحـ}$ أفقية فإن : ك = ... جرام.

(أ) ١٠٠ (ب) ١٥٠ (ج) ٢٠٠ (د) ٢٥٠

---

٥٢ فى الشكل المقابل:



صفيحة معدنية أ ب حـ ء هـ و عُلقت من نقطة ب

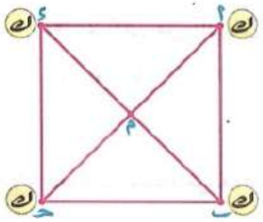
فكان $\overline{ب ء}$ رأسيًا وعُلقت من نقطة حـ فكان $\overline{حـ و}$ رأسيًا

فإن مركز ثقل الصفيحة نقطة ....

(أ) س (ب) ص (ج) ع (د) منتصف $\overline{أص}$

---

٥٣ الشكل المقابل يوضح نظام من ٤ كتل متساوية موضوعة عند رؤوس مربع



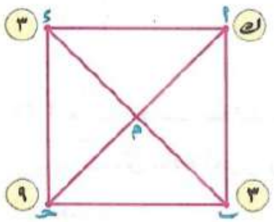
إذا تحركت الكتلة عند ب فى اتجاه $\overleftarrow{ب م}$ فإن مركز ثقل المجموعة ....

(أ) يظل ثابت عند م (ب) يتحرك فى اتجاه $\overleftarrow{م ب}$

(ج) يتحرك فى اتجاه $\overleftarrow{م ء}$ (د) يتحرك فى اتجاه $\overleftarrow{م أ}$

---

٥٤ الشكل المقابل أ ب حـ ء مربع مثبت على رؤوسه الكتل ك ، ٣ ، ٩ ، ٣



فإن قيمة الكتلة ك التى تجعل مركز

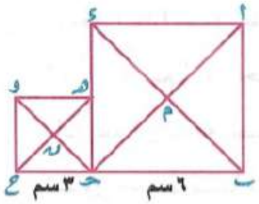
ثقل المجموعة يقع فى منتصف $\overline{م حـ}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٢

(ج) ٣ (د) ٩

---

٥٥ فى الشكل المقابل :



مركز ثقل الصفيحة المكونة من المربعين

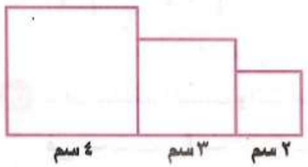
يقسم $\overline{م ن}$ بنسبة .... من جهة م

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢

(ج) ٤ : ١ (د) ١ : ٤

---

٥٦ فى الشكل المقابل :



صفيحة على شكل ٣ مربعات أطوال أضلاعها ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم

فإن مركز ثقل الصفيحة تقع ....

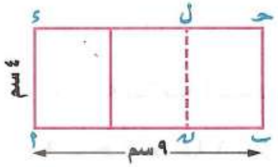
(أ) داخل المربع الأصغر. (ب) داخل المربع الأوسط.

(ج) داخل المربع الأكبر. (د) على الخط الفاصل بين المربعين الأوسط والأكبر.

٥٧ الشكل المقابل يمثل سلكًا منتظم الكثافة والسُمك بحيث : أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، زاوية ب قائمة ، إذا عُلق السلك تعليقًا حرًا من ب ، فما ظل الزاوية بين $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ والرأسي فى حالة الاتزان ؟

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٣

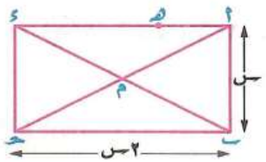
٥٨ الشكل المقابل يبين صفيحة مستطيلة رقيقة ومنتظمة بُعداها ٩ سم ، ٤ سم ، قُسمت الصفيحة إلى ثلاث مستطيلات متطابقة ، فإذا ثنيت الصفيحة عند $\overleftrightarrow{\text{ل ن}}$ حتى لامس سطح المنطقة ب جـ ل ن باقى الصفيحة ، فإن بُعد مركز الثقل عن $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ يساوى .... سم.



(أ) ٣ (ب) ٣ $\frac{١}{٢}$ (جـ) ٤ (د) ٤,٢

٥٩ فى الشكل المقابل :

صفيحة مستطيلة طولها ضعف عرضها علقت من نقطة هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ تعليقًا حرًا فاتزنت بحيث كان $\overline{\text{ب ء}}$ أفقيًا فإن : أ هـ = ...



(أ) $\frac{٥}{٤}$ س (ب) $\frac{١}{٤}$ س (جـ) $\frac{٣}{٨}$ س (د) $\frac{٣}{٤}$ س

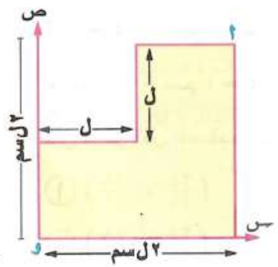
٦٠ صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بمتوازى أضلاع أ ب جـ ء فيه :

أ ب = ٢٠ سم ، أ ء = ١٠ سم ، ق(∠ب أ ء) = ٦٠° إذا عُلقت الصفيحة تعليقًا حُرًا من نقطة هـ ∈ $\overline{\text{ء جـ}}$ وكان $\overline{\text{أ ب}}$ أفقيًا فإن : هـ ء = ... سم.

(أ) ٧,٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٢,٥ (د) ١٥

٦١ فى الشكل المقابل :

صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة فإن مركز ثقلها ....

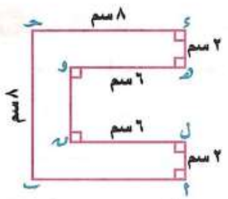


(أ) ($\frac{٥}{٦}$ ل ، $\frac{٥}{٦}$ ل) (ب) (ل ، ل)

(جـ) ($\frac{٧}{٦}$ ل ، $\frac{٥}{٦}$ ل) (د) ($\frac{٣}{٢}$ ل ، ل)

٦٢ (دور أول ٢٠٢١) فى الشكل المقابل :

صفيحة منتظمة السُمك والكثافة أ ب = ب جـ = جـ ء = ٨ سم ، ل ن = هـ و = ٦ سم ، ء هـ = أ ل = ٢ سم فإن بعدا مركز ثقل الصفيحة عن كل من $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ هما ....



(أ) ٤,٣ سم ، ٣ سم (ب) ٤ سم ، ٣ سم (جـ) ٣,٤ سم ، ٤ سم (د) ٣ سم ، ٤ سم

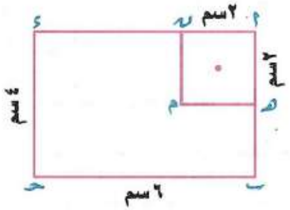
٦٣ (دور أول ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

صفيحة منتظمة السُمك والكثافة على شكل مستطيل

أ ب جـ د بعداها ٦ سم ، ٤ سم قطع منها المربع أ هـ م ن

الذى طول ضلعه ٢ سم ، فإن بعدا مركز ثقل

الجزء المتبقى عن كل من جـ د ، جـ ب على الترتيب هما ....



(أ) ٢,٦ سم ، ٢,٤ سم (ب) ٢,٦ سم ، ١,٨ سم

(جـ) ١,٨ سم ، ٢,٦ سم (د) ٢,٤ سم ، ٢,٦ سم

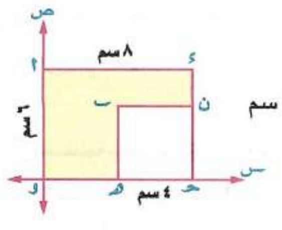
---

٦٤ (دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

أ و جـ د صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل مستطيل فيه :

أ و = ٦ سم ، و جـ = ٨ سم ، قُطع منها مربع جـ هـ ب ن طول ضلعه ٤ سم

فإن مركز ثقل الجزء المتبقى هو ....



(أ) (٣ ، ٣,٥) (ب) (٣ ، ٣)

(جـ) (٣ ، ٤) (د) (٣,٥ ، ٣)

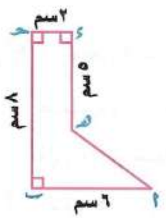
---

٦٥ (دور ثان ٢٠٢١) في الشكل المقابل :

أ ب جـ د هـ صفيحة منتظمة السمك والكثافة حيث : أ ب = ٦ سم

، ب جـ = ٨ سم ، جـ د = ٢ سم ، د هـ = ٥ سم

فإن مركز ثقل الصفيحة بالنسبة إلى ب جـ ، ب أ على الترتيب هو ....



(أ) $\left(\frac{٣٥}{١١} ، \frac{١٨}{١١}\right)$ (ب) $\left(\frac{٢٠}{١١} ، \frac{٧٣}{٢٢}\right)$

(جـ) $\left(\frac{٣٥}{١١} ، \frac{٤٨}{١١}\right)$ (د) $\left(\frac{٧٣}{٢٢} ، \frac{٢٠}{١١}\right)$

---

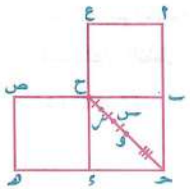
٦٦ في الشكل المقابل :

صفيحة على شكل ثلاثة مربعات متماثلة

وكان : ح ن = ن س = س و = $\frac{١}{٣}$ جـ و

إذا علقت الصفيحة من نقطة أ

فإن .... يكون رأسيًا.



(أ) أ ن (ب) أ و (جـ) أ ح (د) أ س

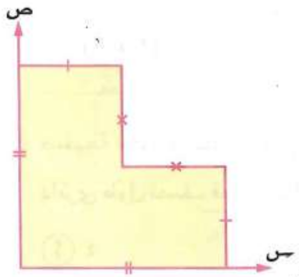
---

٦٧ في الشكل المقابل :

صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل مربع

فصل عنها مربع آخر فإن إحداثى مركز ثقل الجزء المتبقى

ممكن أن يكون .... حيث أ ∈ ح*



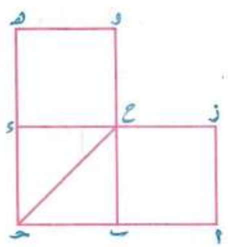
(أ) $\left(\frac{أ}{٣} ، أ\right)$ (ب) $\left(أ ، \frac{أ}{٣}\right)$

(جـ) (أ ، أ) (د) لا شئ مما سبق.

---

٦٨ الشكل المقابل يمثل صفيحة على شكل ٣ مربعات متماثلة

إذا علقت من نقطة جـ ، فإن .... يكون رأسيًا.



(أ) ب ح (ب) د ح

(جـ) ب ز (د) ب هـ

(٦٩) مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بدائرة معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} - ٤ س + ٦ ص - ٣ = ٠$ يقع فى النقطة ....

(أ) (−٤ ، ٦) (ب) (٤ ، −٦) (ج) (٢ ، ٣) (د) (٢ ، −٣)

(٧٠) سلك منتظم السُمك والكثافة على شكل دائرة محيطها ٥٠ π سم وضعت داخل الدائرة صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع بحيث تقع رؤوسه على الدائرة فإذا كان طول ضلع المثلث يساوى ل سم فإن مركز ثقل المجموعة يبعد عن أ بمقدار .... سم.

(أ) ل (ب) $\frac{ل}{٢} + ٢٥$ (ج) $\frac{٢٥ - ٣ ل}{٣}$ (د) ٢٥

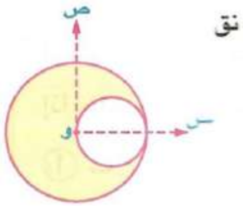
(٧٢) صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل قرص دائرى مركزه نقطة الأصل وطول نصف قطره ٢٤ سم ، قُطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما (−٢ ، −١٢) وطول نصف قطره ٤ سم ومركز الآخر (٦ ، ١٠) وطول نصف قطره ١٢ سم فإن مركز ثقل الجزء الباقى من القرص = ...

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (−٢ ، −٣) (ج) (−٣ ، −٢) (د) (−٤ ، −٦)

(٧٣) صفيحة معدنية منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع أ ب حـ طول ضلعه ٨ $\sqrt{٣}$ سم قطع منها قرص دائرى طول نصف قطره يساوى ٤ سم فإن بعد مركز ثقل الجزء الباقى عن الرأس أ يساوى .... سم.

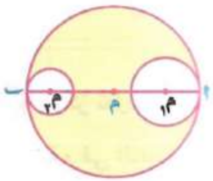
(أ) ٤ (ب) ٤ $\sqrt{٣}$ (ج) ٨ (د) ٦

(٧٤) الشكل المقابل يمثل قرص دائرى به ثقب ، إذا كان طول نصف قطر الثقب يساوى نق فإن مركز ثقل القرص المثقوب هو ....



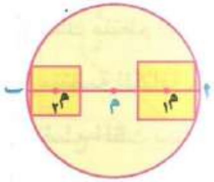
(أ) (−نق ، ٠) (ب) $(-\frac{نق}{٢} ، ٠)$ (ج) $(-\frac{نق}{٣} ، ٠)$ (د) $(-\frac{نق}{٤} ، ٠)$

(٧٥) الشكل المقابل يبين قرص دائرى مركزه م ، ثقب ثقبان دائريان مركزاهما $م_{١}$ ، $م_{٢}$ وطولا نصفى قطريهما ٣ سم ، ٢ سم على الترتيب ، فإن مركز ثقل الجزء المتبقى من الشكل يقع على ....



(أ) $\overline{م م_{١}}$ (ب) $\overline{م م_{٢}}$ (ج) $\overline{أ م_{١}}$ (د) $\overline{ب م_{٢}}$

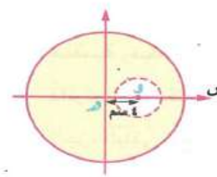
(٧٦) الشكل المقابل يبين قرص دائرى مركزه م لصق عليه صفيحتان كل منهما على شكل مربع مركزيهما الهندسى $م_{١}$ ، $م_{٢}$ وطول قطريهما ٣ سم ، ٢ سم على الترتيب فإن مركز ثقل الشكل يقع على ....



(أ) $\overline{م م_{١}}$ (ب) $\overline{م م_{٢}}$ (ج) $\overline{أ م_{١}}$ (د) $\overline{ب م_{٢}}$

(٧٨) فى الشكل المقابل :

لوح رقيق دائرى منتظم مساحته ٥٠٠ $سم^{٢}$ ثقب ثقبًا دائريًا مساحته ١٠٠ $سم^{٢}$ ، فإذا كان بُعد مركز الثقب عن مركز اللوح ٤ سم فإن مركز ثقل الجزء المتبقى من اللوح يبعد بمقدار ....

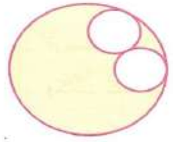


(أ) ١ سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و س}}$ (ب) ١ سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و هـ}}$

(ج) ١٫٥ سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و هـ}}$ (د) ١٫٥ سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و هـ}}$

(٧٩) فى الشكل المقابل :

إذا قطع قرصان دائريان متطابقان من قرص دائرى أكبر منهما مصنوع من صفيحة منتظمة السُمك والكثافة بحيث يكون الثلاث دوائر متماسة مثنى مثنى كما بالشكل فإن مركز ثقل الجزء المتبقى يقع على ....



(أ) المماس المشترك بين الدائرة الكبرى واحد الدائرتين.

(ب) المماس المشترك الداخلى بين الدائرتين الصغرتين.

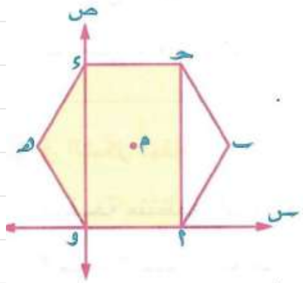
(ج) خط المركزين للدائرتين الصغرتين.

(د) خط المركزين للدائرتين الكبرى وأحد الدائرتين الصغرتين.

في الشكل المقابل :

و أ ب حـ ء هـ شكل سداسى منتظم السمك والكثافة طول ضلعه ١٨ سم ووزنه ٦٠ نيوتن ومركز ثقله (م) قُطع منه المثلث أ ب حـ ثم علقت كتلة (ك) عند منتصف $\overline{\text{أحـ}}$ بحيث ظل مركز الثقل للمجموعة هو (م)

فإن : ك = ... نيوتن.

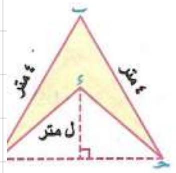


(أ) $\frac{٥٠}{٣}$ (ب) $\frac{٤٠}{٣}$ (جـ) $\frac{٣٥}{٣}$ (د) $\frac{٢٥}{٣}$

في الشكل المقابل :

صفيحة منتظمة الكثافة على شكل مثلث متساوى الأضلاع أ ب حـ طول ضلعه ٤ متر قطع منها Δ أ ء حـ المتساوى الساقين وارتفاعه (ل) متر حيث ل < ٢ $\sqrt{٣}$ فإذا كان مركز ثقل الصفيحة أ ب حـ ء عند النقطة ء

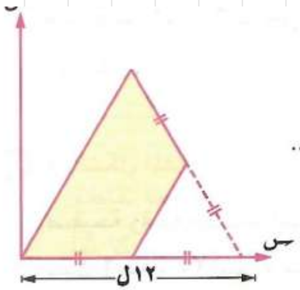
فإن : ل = ... متر.



(أ) ١ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٢ $\sqrt{٣}$

في الشكل المقابل :

صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع فصل عنه مثلث متساوى الأضلاع فإن مركز ثقل شبه المنحرف المتبقى هو ....



(أ) (٥ ل ، $\frac{٧}{٣}$ $\sqrt{٣}$ ل) (ب) (٥ ل ، ٥ ل)

(جـ) (٥ ل ، ٥ $\sqrt{٣}$ ل) (د) (٥ ل ، ٦ ل)

سلك منتظم طوله ١٠٠ سم ثنى على هيئة خمسة أضلاع من مسدس منتظم أ ب حـ ء هـ و بدأ من نقطة أ فإن بُعد مركز ثقله عن مركز المسدس = ... سم.

(أ) ٢ $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ $\sqrt{٢}$ (جـ) ٣ (د) ٢

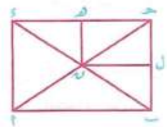
في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مستطيل فيه :

أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٨ سم فإذا كان ل ، هـ منتصفى $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ على الترتيب ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {ن}

وفصل المستطيل ن ل حـ هـ من الصفيحة فإذا علقت الصفيحة تعليقًا حرًا من أ

فإن ظل زاوية ميل $\overline{\text{أ ب}}$ على الرأسى فى وضع الاتزان = ...



(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

إذا علقت صفيحة رقيقة منتظمة السُمك والكثافة على شكل مربع بخيط من نقطة على أحد أحرفها تقسمها بنسبة ١ : ٣ من أحد طرفى هذا الحرف ، فإن زاوية ميل هذا الحرف مع الرأسى تكون ....

(أ) جا$^{-١}$ $\frac{١}{٢}$ (ب) جا$^{-١}$ $\frac{١}{٣}$ (جـ) ظا$^{-١}$ ٢ (د) ظا$^{-١}$ ٣