١ إذا كان النسبة بين قياسي زاويتان متتامتان كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منها بالقياس الستينى

الحل

الأولى : الثانية : المجموع

٣ : ٥ : ٨

س : ص : ٩٠

$س = \frac{3 \times 90}{8} = 45' \; 33°$

$ص = \frac{5 \times 90}{8} = 15' \; 56°$

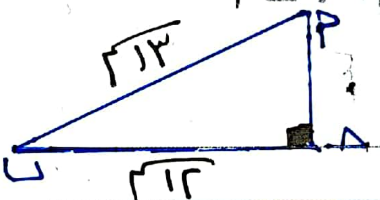
---

٢ Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى حـ

ا ب = ١٣سم ، ب حـ = ١٢سم

أ) أثبت أن : حا ا حتا ب + حتا ا حا ب = ١

ب) أوجد قيمة : ١ + طا²ا



الحل

∵ Δ ا ب حـ قائم فى حـ

∴ $ا حـ = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = 5$ سم

حا ا حتا ب + حتا ا حا ب

$= \frac{12}{13} \times \frac{12}{13} + \frac{5}{13} \times \frac{5}{13}$

$= \frac{144}{169} + \frac{25}{169}$

$= 1$

* $1 + طا^2 ا = 1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2$

$= 1 + \frac{144}{25} = \boxed{\frac{169}{25}}$

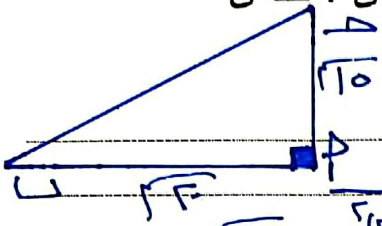
---

٣ Δ ا ب حـ فيه ق(∠ ا) = ٩٠° ،

ا حـ = ١٥سم ، ا ب = ٢٠سم

أ) أثبت أن : حتا حـ حتا ب − حا حـ حا ب = صفر

ب) أوجد قيمة : حا²ب + حتا²ب



الحل

∵ Δ ا ب حـ قائم فى ا

∴ $ب حـ = \sqrt{(15)^2 + (20)^2} = 25$ سم.

حتا حـ حتا ب − حا حـ حا ب

$= \frac{15}{25} \times \frac{20}{25} - \frac{20}{25} \times \frac{15}{25} = صفر$

$حا^2 ب + حتا^2 ب = \left(\frac{15}{25}\right)^2 + \left(\frac{20}{25}\right)^2$

$= \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$

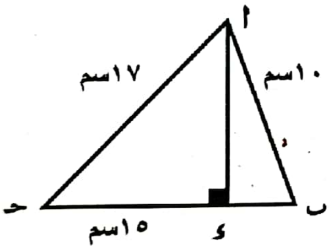
٤

فى الشكل المقابل:

$\overline{اء} \perp \overline{ب حـ}$ ، ا حـ = ١٧سم ،

ء حـ = ١٥سم ، ا ب = ١٠سم

أوجد قيمة : ٣ طا حـ + حا ب



الحل

∵ Δ ا ء حـ قائم فى ء

∴ $ا ء = \sqrt{(17)^2 - (15)^2} = 8$ سم

Δ ا ء ب قائم فى ء

∴ $ب ء = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = 6$ سم

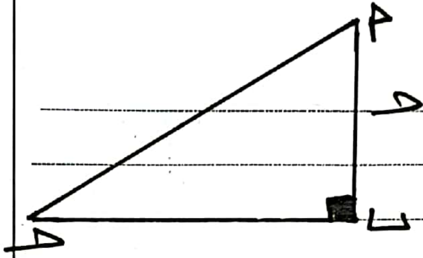
٣ طا حـ + حا ب

$= 3 \times \frac{8}{15} + \frac{8}{10}$

$= \frac{8}{5} + \frac{4}{5} = \boxed{\frac{12}{5}}$

٥

Δ اب ح قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢اب = $\sqrt{3}$ اح فأوجد النسب المثلثية للزاوية ح



الحل

٢اب = $\sqrt{3}$ اح

$\frac{اب}{اح} = \frac{\sqrt{3}}{٢}$

اب = $\sqrt{3}$ ل ، اح = ٢ل

ب ح = $\sqrt{(٢ل)^٢ - (\sqrt{3}ل)^٢}$ = ل

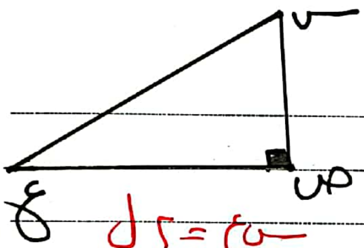
حا ح = $\frac{المقابل}{الوتر} = \frac{\sqrt{3}\cancel{ل}}{٢\cancel{ل}} = \frac{\sqrt{3}}{٢}$

حتا ح = $\frac{المجاور}{الوتر} = \frac{\cancel{ل}}{٢\cancel{ل}} = \frac{١}{٢}$

ظا ح = $\frac{المقابل}{المجاور} = \frac{\sqrt{3}\cancel{ل}}{١\cancel{ل}} = \sqrt{3}$

٦

Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فإذا كان س ع = ٢ س ص فأوجد النسب المثلثية للزاوية س



الحل

س ع = ٢ س ص

$\frac{س ع}{س ص} = \frac{٢}{١}$

س ع = ٢ل
س ص = ل

ص ع = $\sqrt{(٢ل)^٢ - (ل)^٢} = \sqrt{3}$ ل

حا س = $\frac{\sqrt{3}ل}{٢ل} = \frac{\sqrt{3}}{٢}$

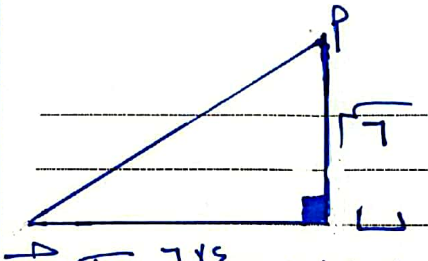
حتا س = $\frac{ل}{٢ل} = \frac{١}{٢}$

ظا س = $\frac{\sqrt{3}ل}{ل} = \sqrt{3}$

٧

Δ اب ح قائم الزاوية في ب ، اب = ٦سم ظا ح = $\frac{٣}{٤}$

أوجد ١) طول $\overline{ب ح}$ ، $\overline{اح}$ ٢) حا ا + حتا ا



الحل

ظا ح = $\frac{٣}{٤}$

$\frac{٦}{ب ح} = \frac{٣}{٤}$ ∴ ب ح = $\frac{٦ \times ٤}{٣}$ = ٨سم.

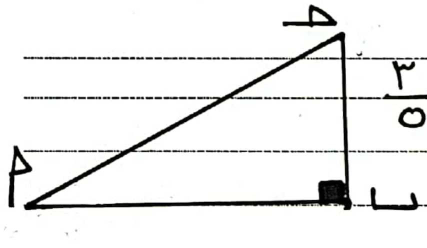
اح = $\sqrt{(٨)^٢ + (٦)^٢}$ = ١٠سم.

حا ا + حتا ا = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$

= $\frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٥} = \boxed{\frac{٧}{٥}}$

٨

اب ح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان جا ا = ٠,٦ أوجد قيمة جا ا جتا ح + جتا ا جا ح



الحل

حا ا = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

حا ا = $\frac{ب ح}{ا ح}$

∴ ب ح = ٣م ، ح ا = ٥م

ب ا = $\sqrt{(٥م)^٢ - (٣م)^٢}$ = ٤م

حا ا حتا ح + حتا ا حا ح

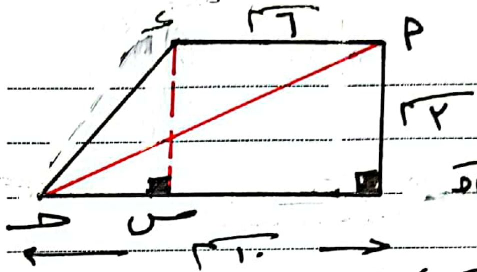
= $\frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥}$

= $\frac{٩}{٢٥} + \frac{١٦}{٢٥} = \frac{٢٥}{٢٥} = ١$

٩ ا ب جـ د شبه منحرف فيه $\overline{اد} // \overline{ب جـ}$ ، ق(∠ب) = ٩٠° ، وكان اب = ٣سم ، اد = ٦سم ، ب جـ = ١٠سم أثبت أن:

حتا (∠ د جـ ب) − طا (∠ ا جـ ب) = $\frac{١}{٢}$

الحل



العمل: نرسم دس ⊥ ب جـ

∵ اب ⊥ ب جـ ، دس ⊥ ب جـ

∴ اب // دس ، اد // ب س

∴ ا ب س د مستطيل

∴ اب = دس = ٣سم ، اد = ب س = ٦سم

∴ جـ س = ١٠ − ٦ = ٤سم

جـ د = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥سم

حتا (د جـ ب) − طا (ا جـ ب) = $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$

١١ أوجد قيمة:

١) حتا ٦٠ حا ٣٠ − حا ٦٠ طا ٦٠ + حتا^٢ ٣٠

٢) $\frac{\text{حتا}^٢ ٦٠ + \text{حتا}^٢ ٣٠ + \text{طا}^٢ ٤٥}{\text{حا} ٦٠ \text{ طا} ٦٠ - \text{حا} ٣٠}$

الحل

① حتا ٦٠ حا ٣٠ − حا ٦٠ طا ٦٠ + حتا^٢ ٣٠

= $(\frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢}) - (\frac{\sqrt{٣}}{٢}) \times (\sqrt{٣}) + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$

= $\frac{١}{٤} - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٤}$

= $-\frac{١}{٢}$

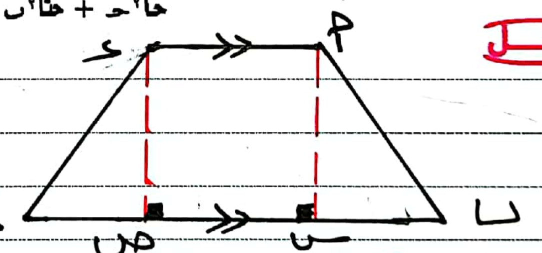
② $\frac{\text{حتا}^٢ ٦٠ + \text{حتا}^٢ ٣٠ + \text{طا}^٢ ٤٥}{\text{حا} ٦٠ \text{ طا} ٦٠ - \text{حا} ٣٠}$

= $\frac{(\frac{١}{٢})^٢ + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (١)^٢}{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} - \frac{١}{٢}} = \frac{\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ١}{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}}$

= $\frac{٢}{١}$ = $\boxed{٢}$

١٠ ا ب جـ د شبه منحرف متساوي الساقين فيه $\overline{اد} // \overline{ب جـ}$ ، اد = ٤ سم ، اب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢سم ، أثبت أن: $\frac{\text{٥طا ب حتا جـ}}{\text{حا}^٢ \text{جـ} + \text{حتا}^٢ \text{ب}} = ٣$

الحل



العمل نرسم اس ⊥ ب جـ ، دص ⊥ ب جـ

∵ اس ⊥ ب جـ ، دص ⊥ ب جـ

∴ اس // دص

∴ اد // س ص

∴ ا س ص د مستطيل

∴ اد = س ص = ٤سم

اس = دص

من تطابق Δ ا ب س ، Δ د جـ ص

ينتج ب س = جـ ص

= $\frac{١٢ - ٤}{٢}$ = ٤سم

$\frac{\text{٥طا ب حتا جـ}}{\text{حا}^٢ \text{جـ} + \text{حتا}^٢ \text{ب}}$

= $\frac{٥ \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٣}{٥})^٢ + (\frac{٤}{٥})^٢}$ = $\frac{٣}{١}$ = ③

١٢ برهن أن

١) حا^٢ ٣٠ = ٥ حتا^٢ ٦٠ − طا^٢ ٤٥

٢) حا^٣ ٣٠ = ٩ حتا^٣ ٦٠ − طا^٢ ٤٥

الحل

١) الطرف الأيمن = حا^٢ ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = ٥ حتا^٢ ٦٠ − طا^٢ ٤٥

= ٥ × $(\frac{١}{٢})^٢ - (١)^٢$

= $\frac{٥}{٤} - ١ = \frac{١}{٤}$

∴ الطرفان متساويان

٢) الطرف الأيمن = $(\frac{١}{٢})^٣ = \frac{١}{٨}$

الطرف الأيسر = ٩ × $(\frac{١}{٢})^٣ - (١)^٢$

= $\frac{٩}{٨} - ١ = \frac{١}{٨}$

∴ الطرفان متساويان

١٣ أوجد قيمة س التي تحقق

(١) س حا ٣٠ حتا² ٤٥ = حا² ٦٠

(٢) ٤س = حتا² ٣٠ طا² ٣٠ طا² ٤٥

(٣) طاس = ٤حتا ٦٠ حا ٣٠

(٤) ٢حاس = جا ٣٠ حتا ٦٠ + حتا ٣٠ حا ٦٠

الحل

(١) $س \times \frac{١}{٢} \times (\frac{١}{\sqrt{٢}})^٢ = (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$

$س \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$

$س \times \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

$س = \frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٤} \leftarrow \boxed{س = ٣}$

(٢) $٤س = (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ \times (\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢ \times (١)^٢$

$٤س = \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٣} \times ١$

$٤س = \frac{١}{٤} \leftarrow س = \frac{١}{٤} \div ٤ = \boxed{\frac{١}{١٦}}$

(٣) $طاس = ٤ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$طاس = ١$

$\therefore س = ٤٥^\circ$

(٤) $٢حاس = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$٢حاس = \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

$\frac{٢حاس}{٢} = \frac{١}{٢}$

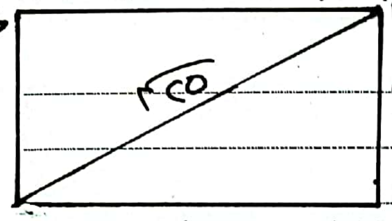
$حاس = \frac{١}{٢}$

$\boxed{س = ٣٠^\circ}$

---

١٤ ا ب جـ د مستطيل فيه ا ب = ١٥سم ، ا جـ = ٢٥سم
اوجد : أ) ق(∠ ا جـ ب)   ب) مساحة المستطيل ا ب جـ د

الحل



∵ ا ب جـ د مستطيل
∴ ق(∠ب) = ٩٠°

$حا(ا\hat{جـ}ب) = \frac{المقابل}{الوتر} = \frac{١٥}{٢٥} = \frac{٣}{٥}$

∴ ق(ا جـ ب) = ٣٦° ٥٢' ١٢''

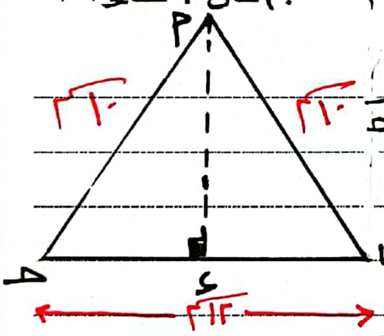
$ب جـ = \sqrt{(٢٥)^٢ - (١٥)^٢} = ٢٠$ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض
$= ٢٠ \times ١٥ = ٣٠٠$ سم²

---

١٤ Δ ا ب جـ فيه ا ب = ا جـ = ١٠سم، ب جـ = ١٢سم
أثبت أن
أ) جا² جـ + حتا² جـ = ١   ب) حاب + حتاجـ > ١

الحل



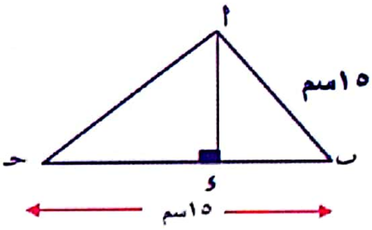
العمل: نرسم اء ⊥ ب جـ
∵ ا ب = ا جـ
∴ اء ⊥ ب جـ
∴ ب ء = جـ ء = ٦سم

$اء = \sqrt{(١٠)^٢ - (٦)^٢} = ٨$ سم

* $حا^٢جـ + حتا^٢جـ = (\frac{٨}{١٠})^٢ + (\frac{٦}{١٠})^٢ = ١$

* $حاب + حتاجـ = \frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$
$= \frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٥} = \frac{٧}{٥} > ١$

١٥ في الشكل المقابل
$\overline{أ د} \perp \overline{ب ح}$ ، ب ح = ١٥سم
اوجد قيمة
أ ح جتا ح + أ ب جتا ب



الحل

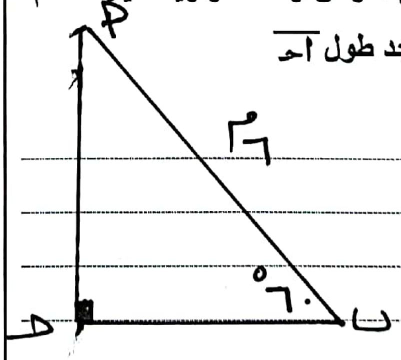
أ ح جتا ح + أ ب جتا ب
$= \cancel{أ ح} \times \frac{ح د}{\cancel{أ ح}} + \cancel{أ ب} \times \frac{ب د}{\cancel{أ ب}}$
= ح د + د ب = ب ح
= ١٥

١٦ اوجد قيمة
جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا² ٣٠ + ٥ ظا ٤٥ - ١٠ جتا² ٤٥

الحل

جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا² ٣٠ + ٥ ظا ٤٥ - ١٠ جتا² ٤٥
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 5 \times 1 - 10 \times (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$
$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \cancel{5} - \cancel{5}$
= ١

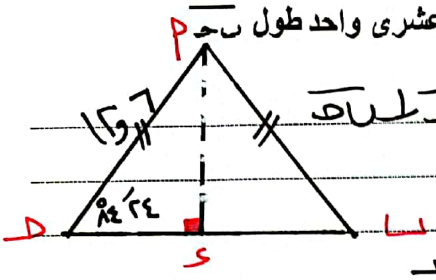
١٧ سلم $\overline{أ ب}$ طوله ٦م يستند طرفه العلوى أ على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقيه فإذا كانت ح هي مسقط أ على الأرض وكانت زاوية ميل السلم عن الأرض ٦٠° أوجد طول $\overline{أ ح}$



الحل

حا ب = $\frac{أ ح}{أ ب}$
حا ٦٠ = $\frac{أ ح}{٦}$
∴ أ ح = ٦ × حا ٦٠ = ٣√٣ م.

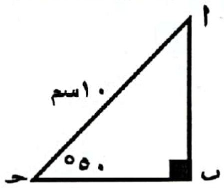
١٨ Δ أ ب ح فيه أ ب = أ ح = ٢,٦ سم ، ق(∠ح) = ٤٨° ٢٤´
أوجد لأقرب رقم عشري واحد طول $\overline{ب ح}$



الحل

العمل: نرسم أ د ⊥ ب ح
في Δ أ د ح
جتا ح = $\frac{د ح}{أ ح}$
جتا ح = $\frac{د ح}{٢,٦}$ ∴ د ح = ٢,٦ × جتا ٤٨° ٢٤´
∵ ب د = د ح
∴ ب ح = ٢ × د ح = ٢ × ٢,٦ × جتا ٤٨° ٢٤´ ≃ ٣,٥

١٩ أوجد طول $\overline{أ ب}$
لأقرب رقم عشرى واحد



الحل

حا ح = $\frac{أ ب}{أ ح}$
حا ٥٠ = $\frac{أ ب}{١٠}$
∴ أ ب = ١٠ × حا ٥٠ ≃ ٧,٧ سم.

٢٠ أوجد قيمة: $\frac{جتا^2 ٦٠ + جتا^2 ٣٠ + طا^2 ٤٥}{حا ٦٠ طا ٦٠ - حا ٣٠}$

ج ١١

الحل

٢١ أثبت أن النقط ا(٣ ، -١) ، ب(-٤ ، ٦) ، حـ(٢ ، -٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م(-١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤

الحل

ام = √((٣+١)² + (-١-٢)²) = ٥ وحدة طول

بم = √((-٤+١)² + (٦-٢)²) = ٥ وحدة طول

حـم = √((٢+١)² + (-٢-٢)²) = ٥ وحدة طول

∵ ام = بم = حـم ∴ ا ، ب ، حـ تقع على دائرة مركزها م

محيط الدائرة = ٢πنق = ٢ × ٣,١٤ × ٥
= ٣١,٤ وحدة طول

٢٢ إذا كانت ا(٥ ، ٠) ، ب(٧ ، ٢√٣) ، حـ(٣ ، ٢√٣) ثلاث نقاط في مستوى إحداثي متعامد اثبت أن Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع

الحل

اب = √((٥-٧)² + (٠-٢√٣)²) = ٤ وحدة طول

ب حـ = √((٧-٣)² + (٢√٣-٢√٣)²) = ٤ وحدة طول

ا حـ = √((٥-٣)² + (٠-٢√٣)²) = ٤ وحدة طول

∵ اب = ب حـ = ا حـ

∴ Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع

٢٣ بين نوع المثلث الذى رؤوسه ا(-٢ ، ٤) ، ب(٣ ، -١) ، حـ(٤ ، ٥) بالنسبة لأضلاعه

الحل

اب = √((-٢-٣)² + (٤+١)²) = √٥٠

ب حـ = √((٣-٤)² + (-١-٥)²) = √٣٧

ا حـ = √((-٢-٤)² + (٤-٥)²) = √٣٧

∵ ب حـ = ا حـ ∴ Δ ا ب حـ متساوي الساقين

٢٤ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط ا(٥ ، -٥) ب(-١ ، ٧) ، حـ(١٥ ، ١٥) قائم الزاوية فى ب ثم احسب مساحته.

الحل

اب = √((٥+١)² + (-٥-٧)²) = ٦√٥

ب حـ = √((-١-١٥)² + (٧-١٥)²) = ٨√٥

ا حـ = √((٥-١٥)² + (-٥-١٥)²) = ١٠√٥

(اب)² = (٦√٥)² = ١٨٠ ، (ب حـ)² = (٨√٥)² = ٣٢٠

، (ا حـ)² = (١٠√٥)² = ٥٠٠

∵ (ا حـ)² = (اب)² + (ب حـ)²

∴ Δ ا ب حـ قائم فى ب

مساحة Δ ا ب حـ = ½ × ٦√٥ × ٨√٥ = ١٢٠ وحدة مربعة

٢٥ ا ب حـ ء شكل رباعي فيه ا(٥ ، ٣) ، ب(٦ ، -٢) ، حـ(١ ، -١) ، ء(٠ ، ٤) أثبت أن الشكل ا ب حـ ء معين ثم أوجد مساحته.

الحل

اب = √((٥-٦)² + (٣+٢)²) = √٢٦

ب حـ = √((٦-١)² + (-٢+١)²) = √٢٦

حـ ء = √((١-٠)² + (-١-٤)²) = √٢٦

ء ا = √((٥-٠)² + (٣-٤)²) = √٢٦

وحدة طول

ا حـ = √((٥-١)² + (٣+١)²) = ٤√٢

ب ء = √((٦-٠)² + (-٢-٤)²) = ٦√٢

∵ اب = ب حـ = حـ ء = ء ا

∴ ا ب حـ ء معين

مساحة المعين = ½ × ٦√٢ × ٤√٢
= ٢٤ وحدة مربعة

٢٦ ا(٢ ، ٣) ، ب(-١ ، -١) ، حـ(٣ ، -٤) ، د(٦ ، ٠)

أثبت أنها رؤوس مربع وأوجد مساحته

الحل

اب $= \sqrt{(٢+١)^٢ + (٣+١)^٢} = ٥$

ب حـ $= \sqrt{(-١-٣)^٢ + (-١+٤)^٢} = ٥$

حـ د $= \sqrt{(٣-٦)^٢ + (-٤-٠)^٢} = ٥$

د ا $= \sqrt{(٦-٢)^٢ + (٠-٣)^٢} = ٥$

حـ ا $= \sqrt{(٣-٢)^٢ + (-٤-٣)^٢} = \sqrt{٥٠}$

ب د $= \sqrt{(-١-٦)^٢ + (-١-٠)^٢} = \sqrt{٥٠}$

∵ اب = ب حـ = حـ د = د ا ، ا حـ = ب د

∴ ا ب حـ د مربع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

= ٥ × ٥ = ٢٥ وحدة مربعة

٢٧ إذا كانت النقط ا(١ ، ٠) ، ب(-١ ، ٤) ، حـ(٧ ، ٨)، د(٩ ، ٤) فى مستوى إحداثي فاثبت أن ا ب حـ د مستطيل

الحل

اب $= \sqrt{(١+١)^٢ + (٠-٤)^٢} = ٢\sqrt{٥}$

ب حـ $= \sqrt{(-١-٧)^٢ + (٤-٨)^٢} = ٤\sqrt{٥}$

حـ د $= \sqrt{(٧-٩)^٢ + (٨-٤)^٢} = ٢\sqrt{٥}$

د ا $= \sqrt{(١-٩)^٢ + (٠-٤)^٢} = ٤\sqrt{٥}$

ا حـ $= \sqrt{(١-٧)^٢ + (٠-٨)^٢} = ١٠$

ب د $= \sqrt{(-١-٩)^٢ + (٤-٤)^٢} = ١٠$

∵ اب = حـ د ، ب حـ = د ا ، ا حـ = ب د

∴ ا ب حـ د مستطيل

٢٨ ا(-٢ ، ٥) ، ب(٣ ، ٣) ، حـ(-٤ ، ٢) ، د(-٩ ، ٤)

اثبت أن الشكل ا ب حـ د متوازي أضلاع

الحل

اب $= \sqrt{(-٢-٣)^٢ + (٥-٣)^٢} = \sqrt{٢٩}$

ب حـ $= \sqrt{(٣+٤)^٢ + (٣-٢)^٢} = \sqrt{٥٠}$

حـ د $= \sqrt{(-٤+٩)^٢ + (٢-٤)^٢} = \sqrt{٢٩}$

د ا $= \sqrt{(-٩+٢)^٢ + (٤-٥)^٢} = \sqrt{٥٠}$

∵ اب = حـ د ، ب حـ = د ا

∴ ا ب حـ د متوازي أضلاع

٢٩ أوجد قيمة ا إذا كان البعد بين النقطتين (ا ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوى ٥

الحل

البعد بين النقطتين = ٥

$\sqrt{(ا+٢)^٢ + (٧-٣)^٢} = ٥$

بتربيع الطرفين

$(ا+٢)^٢ + ١٦ = ٢٥$

$(ا+٢)^٢ = ٢٥ - ١٦$

$(ا+٢)^٢ = ٩$

$ا + ٢ = \pm\sqrt{٩}$

$ا + ٢ = \pm ٣$

$ا + ٢ = ٣$	$ا + ٢ = -٣$
$ا = ٣ - ٢$	$ا = -٣ - ٢$
$ا = ١$	$ا = -٥$

٣٠ إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي ٢√٥ فأوجد قيمة س

الحل

البعد = ٢√٥

√((س − ٦)² + (٥ − ١)²) = ٢√٥

بتربيع الطرفين

(س − ٦)² + ١٦ = ٢٠

(س − ٦)² = ٢٠ − ١٦

(س − ٦)² = ٤ أخذ √

س − ٦ = ± ٢

س − ٦ = ٢ | س − ٦ = −٢

س = ٢ + ٦ | س = −٢ + ٦

س = ٨ | س = ٤

٣١ إذا كانت أ(س ، ٣) ، ب(٣ ، ٢)، جـ(٥ ، ١) ،كانت أب = ب جـ فأوجد قيمة س

الحل

أب = ب جـ

√((س − ٣)² + (٣ − ٢)²) = √((٢ − ٥)² + (٢ − ١)²)

بتربيع الطرفين

(س − ٣)² + ١ = ٥

(س − ٣)² = ٥ − ١

(س − ٣)² = ٤ أخذ √

س − ٣ = ± ٢

س − ٣ = ٢ | س − ٣ = −٢

س = ٢ + ٣ | س = −٢ + ٣

س = ٥ | س = ١

٣٢ إذا كانت جـ منتصف أب فأوجد س ، ص

أ(س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) ، جـ(٤ ، ٦)

الحل

ب (٦ ، ص) —— جـ (٤ ، ٦) —— أ (س ، ٣)

∵ جـ منتصف أب

∴ (٤ ، ٦) = ((س + ٦)/٢ ، (٣ + ص)/٢)

(س + ٦)/٢ = ٤ | (٣ + ص)/٢ = ٦

س + ٦ = ٨ | ٣ + ص = ١٢

س = ٨ − ٦ | ص = ١٢ − ٣

$\boxed{\text{س} = ٢}$ | $\boxed{\text{ص} = ٩}$

٣٣ إذا كانت جـ منتصف أب فأوجد س ، ص

أ(س ، −٦) ، ب(٩ ، −١١) ، جـ(−٣ ، ص)

الحل

ب (٩ ، −١١) —— جـ (−٣ ، ص) —— أ (س ، −٦)

(−٣ ، ص) = ((س + ٩)/٢ ، (−٦ − ١١)/٢)

(س + ٩)/٢ = −٣ | ص = (−٦ − ١١)/٢

س + ٩ = −٦ | ص = −١٧/٢

س = −٦ − ٩

س = −١٥

٣٤ إذا كانت أ(١ ، −٦)، ب(٩ ، ٢) أوجد إحداثيات النقط التي تقسم أب إلى أربعة أجزاء متساوية

الحل

ب —— هـ —— جـ —— ء —— أ

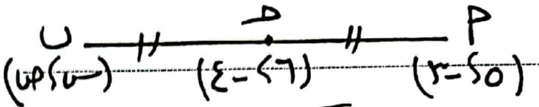
جـ منتصف أب = ((١ + ٩)/٢ ، (−٦ + ٢)/٢) = (٥ ، −٢)

ء منتصف أجـ = ((١ + ٥)/٢ ، (−٦ − ٢)/٢) = (٣ ، −٤)

هـ منتصف ب جـ = ((٩ + ٥)/٢ ، (−٢ + ٢)/٢) = (٧ ، ٠)

٣٥ إذا كانت حـ(٦ ، -٤) هي منتصف $\overline{اب}$ حيث ا(٥ ، -٣) فأوجد إحداثي ب

الحل



∵ حـ منتصف $\overline{اب}$

$(\frac{٥+س}{٢} ، \frac{-٣+ص}{٢}) = (٦ ، -٤)$

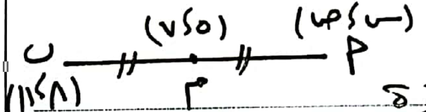
$\frac{٥+س}{٢} = ٦$ ، $٥+س = ١٢$ ، $س = ١٢-٥$ ، $س = ٧$

$\frac{-٣+ص}{٢} = -٤$ ، $-٣+ص = -٨$ ، $ص = -٨+٣$ ، $ص = -٥$

∴ ب = (٧ ، -٥)

٣٦ $\overline{اب}$ قطر في دائرة مركزها م فإذا كانت ب(٨ ، ١١)، م(٥ ، ٧) أوجد إحداثيي ا، محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤

الحل



∵ $\overline{اب}$ قطر في الدائرة

∴ م منتصف $\overline{اب}$

$(\frac{٨+س}{٢} ، \frac{١١+ص}{٢}) = (٥ ، ٧)$

$\frac{٨+س}{٢} = ٥$ ، $٨+س = ١٠$ ، $س = ١٠-٨$ ، $س = ٢$

$\frac{١١+ص}{٢} = ٧$ ، $١١+ص = ١٤$ ، $ص = ١٤-١١$ ، $ص = ٣$

∴ ا(٢ ، ٣)

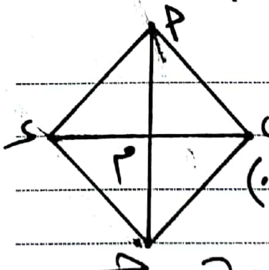
ب م = نق = $\sqrt{(٥-٨)^٢+(٧-١١)^٢} = ٥$

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤

٣٧ إذا كانت ا(٣ ، ٢)، ب(٤ ، -٣)، حـ(-١ ، -٢)، ء(-٢ ، ٣) هي رؤوس معين أوجد:

١) إحداثي نقطة تقاطع القطرين ٢) مساحة المعين ابحـء

الحل



∵ ابحـء معين

∴ م منتصف $\overline{احـ}$

$= (\frac{٣-١}{٢} ، \frac{٢-٢}{٢}) = (١ ، ٠)$

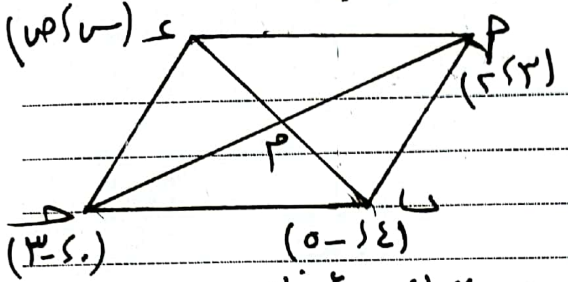
احـ = $\sqrt{(٣+١)^٢+(٢+٢)^٢} = ٤\sqrt{٢}$

ب ء = $\sqrt{(٤+٢)^٢+(-٣-٣)^٢} = ٦\sqrt{٢}$

مساحة المعين = $\frac{١}{٢} × ٤\sqrt{٢} × ٦\sqrt{٢} = ٢٤$

٣٨ ابحـء متوازي أضلاع فيه ا(٣ ، ٢)، ب(٤ ، -٥)، حـ(٠ ، -٣) أوجد إحداثي ء

الحل



∵ ابحـء متوازي أضلاع

∴ م منتصف $\overline{احـ}$ = $(\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{٢-٣}{٢})$

$= (\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢})$

∵ م منتصف $\overline{بء}$

∴ $(\frac{٤+س}{٢} ، \frac{-٥+ص}{٢}) = (\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢})$

$\frac{٤+س}{٢} = \frac{٣}{٢}$ ، $٤+س = ٣$ ، $س = ٣-٤$ ، $س = -١$

$\frac{-٥+ص}{٢} = \frac{-١}{٢}$ ، $-٥+ص = -١$ ، $ص = -١+٥$ ، $ص = ٤$

∴ ء(-١ ، ٤)

٣٩ أثبت أن النقط ا(٦ ، ٠)، ب(٢ ، -٤)، حـ(-٤ ، ٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب ثم أوجد إحداثيي ء والتي تجعل الشكل ابحـء مستطيل

الحل

اب = $\sqrt{(٦-٢)^٢+(٠+٤)^٢} = ٤\sqrt{٢}$

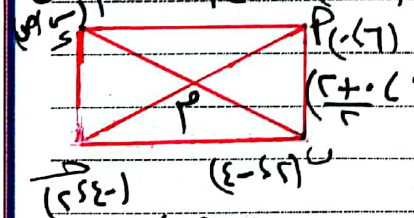
احـ = $\sqrt{(٦+٤)^٢+(٠-٢)^٢} = ٢\sqrt{٢٦}$

ب حـ = $\sqrt{(٢+٤)^٢+(-٤-٢)^٢} = ٦\sqrt{٢}$

$(اب)^٢ = (٤\sqrt{٢})^٢ = ٣٢$ ، $(بحـ)^٢ = (٦\sqrt{٢})^٢ = ٧٢$

$(احـ)^٢ = (٢\sqrt{٢٦})^٢ = ١٠٤$

∵ $(احـ)^٢ = (اب)^٢ + (بحـ)^٢$ ∴ Δ ابحـ قائم في ب



∵ ابحـء مستطيل

م منتصف $\overline{احـ}$ = $(\frac{٦-٤}{٢} ، \frac{٠+٢}{٢})$

$= (١ ، ١)$

م منتصف $\overline{بء}$

$(\frac{٢+س}{٢} ، \frac{-٤+ص}{٢}) = (١ ، ١)$

$\frac{٢+س}{٢} = ١$ ، $٢+س = ٢$ ، $س = ٠$

$\frac{-٤+ص}{٢} = ١$ ، $-٤+ص = ٢$ ، $ص = ٦$

∴ ء(٠ ، ٦)

١ أثبت أن النقط أ(٥ ، ٣)، ب(٣ ، -٢)، جـ(-٢ ، -٤) هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية في ب ثم أوجد إحداثيي نقطة د التي تجعل الشكل أ ب جـ د معين

الحل

حل انت

٢ أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٤ ، ٥) ، (-٣ ، -٢) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحل

$$م_1 = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{٥ + ٢}{٤ + ٣} = ١$$

$$م_2 = ظا ٤٥ = ١$$

$\because م_1 = م_2$ $\therefore$ المستقيمان متوازيان

٣ أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٤ ، ٣$\sqrt{٣}$) ، (٥ ، ٢$\sqrt{٣}$) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠°.

الحل

$$م_1 = \frac{٣\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}}{٤ - ٥} = \frac{\sqrt{٣}}{-١} = -\sqrt{٣}$$

$$م_2 = ظا ٣٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$$

$$م_1 \times م_2 = -\sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} = -١$$

$\therefore$ المستقيمان متعامدان

٤ أثبت أن المستقيم الذي معادلته ٢س + ٤ص - ٣ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين أ(٣ ، ١)، ب(١ ، ٢)

الحل

$$م_1 = \frac{-معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$$

$$م_2 = \frac{١ - ٢}{٣ - ١} = \frac{-١}{٢}$$

$\because م_1 = م_2$ $\therefore$ المستقيمان متوازيان

٥ أثبت أن المستقيم الذي معادلته ٢س + ص + ٨ = ٠ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، ٣)، ب(-٢ ، ١)

الحل

$$م_1 = \frac{-معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-٢}{١} = -٢$$

$$م_2 = \frac{٣ - ١}{٢ + ٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

$م_1 \times م_2 = -٢ \times \frac{١}{٢} = -١$ $\therefore$ المستقيمان متعامدان

٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -١) ، (٥ ، ١) يوازي المستقيم الذي معادلته أس + ٣ص + ٥ = ٠ أوجد أ

الحل

$$م_1 = \frac{-١ - ١}{٢ - ٥} = \frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$$

$$م_2 = \frac{-أ}{٣}$$

$\because$ المستقيمان متوازيان $\therefore م_1 = م_2$

$\frac{٢}{٣} = \frac{-أ}{٣} \Leftarrow -أ = ٢ \Leftarrow \boxed{أ = -٢}$

٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٢)، (٦ ، -٣) عمودياً على المستقيم الذي معادلته ٥ص - أس + ٣ = ٠ أوجد أ

الحل

$$م_1 = \frac{٢ + ٣}{٥ - ٦} = \frac{٥}{-١} = -٥$$

$$م_2 = \frac{أ}{٥}$$

$\because$ المستقيمان متعامدان

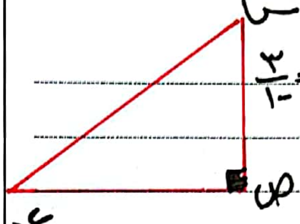
$\therefore م_1 \times م_2 = -١$

$-٥ \times \frac{أ}{٥} = -١$

$\frac{أ}{٥} = \frac{١}{٥} \Leftarrow \boxed{أ = ١}$

٨ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط س(٣ ، ٥) ص(٤ ، ٢) ، ع(-٥ ، ا) قائم فى ص أوجد قيمة ا

الحل



ميل $\overleftrightarrow{سص}$ = $\frac{٥-٢}{٣-٤}$ = $\frac{٣}{-١}$ = -٣

ميل $\overleftrightarrow{صع}$ = $\frac{ا-٢}{-٥-٤}$ = $\frac{ا-٢}{-٩}$

∵ $\overleftrightarrow{سص} \perp \overleftrightarrow{صع}$

∴ $\frac{ا-٢}{-٩}$ = $\frac{١}{٣}$

ا-٢ = $\frac{-٩\times١}{٣}$

∴ ا-٢ = -٣

ا = -٣+٢

$\boxed{ا = -١}$

٩ إذا كان المستقيم ل١ المار بالنقطتين (٣ ، ١)، (٢ ، ك) و المستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان ل١ ، ل٢

١) متعامدان ٢) متوازيين

الحل

م١ = $\frac{ك-١}{٢-٣}$ = $\frac{ك-١}{-١}$

م٢ = ظاهـ = ظا٤٥ = ١

(١) ل١ ⊥ ل٢ متعامدين

∴ $\frac{ك-١}{-١}$ = $\frac{-١}{١}$

ك-١ = ١ ⟸ ك = ١+١

∴ $\boxed{ك = ٢}$

(٢) ل١ // ل٢ متوازيين

$\frac{ك-١}{-١}$ = $\frac{١}{١}$

ك-١ = -١

ك = -١+١ ⟸ $\boxed{ك = ٠}$

١٠ إذا كانت ا(٠ ، -١) ، ب(٢ ، ٣) ، حـ(-١ ، -٣) أثبت أن النقط على استقامة واحدة

الحل

ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = $\frac{-١-٣}{٠-٢}$ = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢

ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٣+٣}{٢+١}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

ميل $\overleftrightarrow{احـ}$ = $\frac{-١+٣}{٠+١}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

∵ ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{احـ}$

∴ ا ، ب ، حـ على استقامة واحدة

١١ النقط (٠ ، ١) ، (ا ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة ا

الحل

م١ = $\frac{١-٥}{٠-٢}$ = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢

م٢ = $\frac{٣-١}{ا-٠}$ = $\frac{٢}{ا}$

∵ النقط على استقامة واحدة

∴ $\frac{٢}{ا}$ = $\frac{٢}{١}$

∴ $\boxed{ا = ١}$

١٢ مثل بيانياً على الشبكة البيانية المتعامدة النقط ا(٢ ، ٣) ، ب(٦ ، ٢) ، حـ(-٢ ، -٢) ، ء(-٢ ، ١) ثم اثبت أن الشكل ابحـء شبه منحرف

١ أنت

الحل

ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = $\frac{٣-٢}{٢-٦}$ = $\frac{١}{-٤}$ = $\frac{-١}{٤}$

ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٢+٢}{٦+٢}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ = $\frac{-٢-١}{-٢+٢}$ = $\frac{-٣}{صفر}$ غير معرف

ميل $\overleftrightarrow{ءا}$ = $\frac{٣-١}{٢+٢}$ = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{ءا}$ ∴ $\overline{بحـ} // \overline{ءا}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{اب}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ ∴ $\overline{اب}$ لا يوازي $\overline{حـء}$

∴ ابحـء شبه منحرف

١٣ أثبت باستخدام الميل أن النقط ا(-١ ، ٣) ، ب(٥ ، ١) ، حـ(٦ ، ٤) ، ء(٠ ، ٦) هي رؤوس مستطيل

الحل

ميل ا ب = $\frac{٢-١}{-١-٥}$ = $\frac{٢}{-٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل ب حـ = $\frac{١-٤}{٥-٦}$ = $\frac{-٣}{-١}$ = ٣

ميل حـ ء = $\frac{٤-٦}{٦-٠}$ = $\frac{-٢}{٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل ء ا = $\frac{٣-٦}{-١-٠}$ = $\frac{-٣}{-١}$ = ٣

ميل ا ب × ميل ب حـ = $\frac{-١}{٣}$ × ٣ = -١

∴ ا ب // حـ ء ، ب حـ // ء ا ، ا ب ⊥ ب حـ

∴ ا ب حـ ء مستطيل

١٤ أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين ا(-٣، ٤)، حـ(-٣ ، -٢) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين ب(١ ، ٢) ، ء(-٣ ، ٢)

الحل

ميل ا حـ = $\frac{٤+٢}{-٣+٣}$ = $\frac{٦}{صفر}$ غير معرف

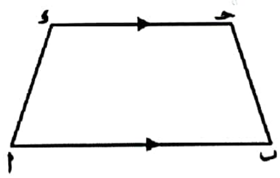
∴ $\overleftrightarrow{ا حـ}$ // لمحور الصادات ← ①

ميل ب ء = $\frac{٢-٢}{١+٣}$ = $\frac{صفر}{٤}$ = صفر

∴ $\overleftrightarrow{ب ء}$ // لمحور السينات ← ② من ①، ②

∴ $\overleftrightarrow{ا حـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب ء}$

١٥ في الشكل المرسوم



ا ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{ا ب}$ // $\overline{ء حـ}$ بحيث ا(٩ ، -٢) ، ب(٣ ، ٢) ، حـ(س ، - س) ، ء(٤ ، -٣) أوجد إحداثي نقطة حـ

الحل

∴ $\overline{ا ب}$ // $\overline{حـ ء}$

∴ ميل ا ب = ميل حـ ء

$\frac{-٢-٢}{٩-٣}$ = $\frac{-س+٣}{س-٤}$

$\frac{-٤}{٦}$ = $\frac{-س+٣}{س-٤}$

$\frac{-٢}{٣}$ = $\frac{-س+٣}{س-٤}$

-٢(س-٤) = ٣(-س+٣)

-٢س+٨ = -٣س+٩

-٢س+٣س = ٩-٨

س = ١

∴ حـ = (١ ، -١)

١٦ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

١) ٢س - ٣ص + ٥ = ٠   ٢) $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١

الحل

① ميل المستقيم = $\frac{-معامل س}{معامل ص}$ = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

لإيجاد الجزء المقطوع من محور الصادات نضع س = ٠

٢×٠ - ٣ص + ٥ = ٠

-٣ص = -٥

ص = $\frac{-٥}{-٣}$ = $\frac{٥}{٣}$

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = |$\frac{٥}{٣}$| = $\frac{٥}{٣}$ وحدة طول.

② $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٣}$ - ١ = ٠

$\frac{١}{٢}$س + $\frac{١}{٣}$ص - ١ = ٠

الميل = $\frac{-\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٣}}$ = ($\frac{-٣}{٢}$)

نضع س = ٠

∴ $\frac{١}{٣}$ص - ١ = ٠ ← $\frac{١}{٣}$ص = ١

∴ ص = ١ ÷ $\frac{١}{٣}$ = ٣

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = |٣| = ٣ وحدة طول

١٧ مستقيم ميله = $\frac{1}{2}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات طوله وحدتين أوجد:

أ) معادلة المستقيم   ب) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

معادلة المستقيم ص = م س + جـ

∵ م = $\frac{1}{2}$ ، جـ = ٢

∴ ص = $\frac{1}{2}$ س + ٢

نضع ص = ٠   ∴ $\frac{1}{2}$ س + ٢ = ٠

$\frac{1}{2}$ س = −٢ ⇐ س = −٢ ÷ $\frac{1}{2}$

س = −٤

∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هي (−٤ ، ٠)

١٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −١) وميله ٢

الحل

معادلة المستقيم ص = م س + جـ

∵ م = ٢ ∴ ص = ٢ س + جـ

∵ (٢ ، −١) تحقق المعادلة

∴ −١ = ٢ × ٢ + جـ

−١ = ٤ + جـ

جـ = −١ − ٤ = −٥

∴ المعادلة هي ص = ٢ س − ٥

١٩ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازي المستقيم س + ٢ ص − ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

ميل المستقيم المعطى = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-1}{2}$

ميل المطلوب "الموازي" = $\frac{-1}{2}$

∴ ص = $\frac{-1}{2}$ س + جـ

∵ (٣ ، −٥) تحقق المعادلة

∴ −٥ = $\frac{-1}{2}$ × ٣ + جـ

−٥ = $\frac{-3}{2}$ + جـ

∴ جـ = −٥ + $\frac{3}{2}$ = $\frac{-7}{2}$

∴ المعادلة هي ص = $\frac{-1}{2}$ س − $\frac{7}{2}$

٢٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (−١ ، ٢)

الحل

المعادلة هي ص = م س + جـ

ميل المعطى = $\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2}$ = $\frac{6-2}{5+1}$ = $\frac{4}{6}$ = $\frac{2}{3}$

ميل المطلوب "الموازي" = $\frac{2}{3}$

∴ ص = $\frac{2}{3}$ س + جـ

∵ (٣ ، ٢) تحقق المعادلة

∴ ٢ = $\frac{2}{3}$ × ٣ + جـ

٢ = ٢ + جـ   ∴ المعادلة هي

جـ = ٢ − ٢ = ٠   ص = $\frac{2}{3}$ س

٢١ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (−٢ ، ٣) وعمودي على المستقيم ص = $\frac{1}{2}$ س − ٥

الحل

ص = م س + جـ

ص − $\frac{1}{2}$ س + ٥ = ٠

ميل المعطى = $\frac{\frac{1}{2}}{1}$ = $\frac{1}{2}$

ميل المطلوب "العمودي" = $\frac{-2}{1}$ = (−٢)

∴ ص = −٢ س + جـ

(−٢ ، ٣) تحقق المعادلة

∴ ٣ = −٢ × −٢ + جـ

٣ = ٤ + جـ

جـ = ٣ − ٤

جـ = −١

∴ المعادلة ص = −٢ س − ١

٢٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودي على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، −٣) ، ب(٥ ، −٤)

الحل

ص = م س + جـ

ميل المعطى = $\frac{-3+4}{2-5}$ = $\frac{-1}{3}$

ميل المطلوب "العمودي" = ٣

∴ ص = ٣ س + جـ

(١ ، ٢) تحقق المعادلة

∴ ٢ = ٣ × ١ + جـ

٢ = ٣ + جـ ⇐ جـ = ٢ − ٣ = −١

∴ المعادلة ص = ٣ س − ١

٢٣ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

ص = م س + حـ

$م = \frac{٢+١}{٤+٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

(٤ ، ٢) تحقق المعادلة

$٢ = \frac{١}{٢} \times ٤ + حـ$ ∴ ٢ = ٢ + حـ

∴ حـ = ٢ − ٢ ∴ حـ = ٠

∴ المعادلة هي ص = $\frac{١}{٢}$ س

∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل.

٢٤ أوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ١) ، (٢ ، ٧) ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله ٥ وحدات

الحل

ص = م س + حـ

ميل المعطى = $\frac{١ - ٧}{-٢ - ٢} = \frac{-٦}{-٤}$

$= \frac{٣}{٢}$

∴ ميل المطلوب "العمودي" = $\frac{-٢}{٣}$

∴ ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٥

٢٦ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

رقم ٢٣

٢٧ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

رقم ٢٣

٢٨ أ(-٣ ، ٤) ، ب(٥ ، -١) ، حـ(٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة أ وينصف $\overline{بحـ}$

الحل

د منتصف بحـ = $\left(\frac{٥+٣}{٢} ، \frac{-١+٥}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

ميل أ د = $\frac{٤ - ٢}{-٣ - ٤} = \frac{٢}{-٧} = \frac{-٢}{٧}$

∴ ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + حـ

(-٣ ، ٤) تحقق المعادلة

$٤ = \frac{-٢}{٧} \times -٣ + حـ$

$٤ = \frac{٦}{٧} + حـ$

$حـ = ٤ - \frac{٦}{٧} = \frac{٢٢}{٧}$

∴ المعادلة هي ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$

٢٩ أوجد معادلة المستقيم العمودي على $\overline{اب}$ مـن نقطـة منتصـفها حيـث ا(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)

"أوجد معادلة محور تماثل $\overline{اب}$"

الحل

ص = م س + جـ

ميل اب = (٣ − ٥) / (١ − ٣) = ٢− / ٢− = ١

ميل العمودى = −١

∴ ص = − س + جـ

منتصف اب = ((١ + ٢) / ٢ ، (٣ + ٥) / ٢) = (٢ ، ٤)

تحقق المعادلة

∴ ٤ = −٢ + جـ

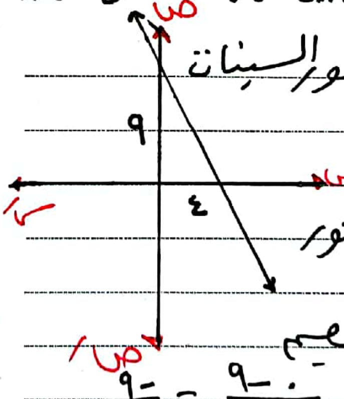
∴ جـ = ٤ + ٢

جـ = ٦

∴ المعادلة هي $\boxed{\text{ص} = -\text{س} + ٦}$

٣٠ أوجد معادلة المستقيم الـذى يقطـع مـن محـوري الاحداثيات جـزءين مـوجبين طولهمـا ٤، ٩على الترتيب

الحل



∵ الجزء المقطوع من محور السينات = ٤

∴ (٤ ، ٠) ∈ للمستقيم

∵ الجزء المقطوع من محور الصادات = ٩

∴ (٠ ، ٩) ∈ للمستقيم

∴ ميل المستقيم = (٩ − ٠) / (٠ − ٤) = ٩− / ٤

∴ معادلة المستقيم هي $\boxed{\text{ص} = \frac{-٩}{٤}\text{س} + ٩}$

٣١ الجدول المقابل يمثل علاقة خطية

س	١	٢	٣
ص	١	٣	ا

١) أوجد معادلة الخط المستقيم
٢) أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات
٣) أوجد ا

الحل

ص = م س + جـ

(١ ، ١) ، (٢ ، ٣)

الميل = (١ − ٣) / (١ − ٢) = ٢− / ١− = ٢

∴ ص = ٢ س + جـ

(١ ، ١) تحقق المعادلة

١ = ٢ × ١ + جـ

١ = ٢ + جـ

∴ جـ = ١ − ٢ = −١

∴ المعادلة هي ص = ٢ س − ١

عند س = ٣

∴ ا = ٢ × ٣ − ١ = ٥

٣٢ أوجـد معادلـة المسـتقيم الـذى ميلـه يسـاوى $\frac{\text{س}-١}{\text{ص}} = \frac{١}{٣}$ ويقطـع مـن الجـزء السـالب لمحـور الصادات ٣ وحدات

الحل

$\frac{\text{س}-١}{\text{ص}} = \frac{١}{٣}$

ص = ٣(س − ١)

٣ س − ص − ٣ = ٠

∴ ميل المستقيم المعطى = ٣− / ١− = ٣

ميل المطلوب = ٣

∴ المعادلة هي

$\boxed{\text{ص} = ٣\text{س} - ٣}$

٣٣ إذا كانت معادلتى المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ ، هما
٢س − ٣ص + أ = ٠ ، ٣س + ب ص − ٦ = ٠ فأوجد

أ) قيمة ب التي تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيان

ب) قيمة ب التي تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدان

جـ) النقطة (١ ، ٣) تقع على $ل_١$ ، أوجد قيمة أ

الحل

$م_١ = \frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$ ، $م_٢ = \frac{-٣}{ب}$

١) $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيان

$\frac{٢}{٣} = \frac{-٣}{ب}$

∴ $ب = \frac{٣ \times -٣}{٢} = \frac{-٩}{٢}$

٢) $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدان

∴ $\frac{-٣}{ب} = \frac{-٣}{٢}$

∴ $\boxed{ب = ٢}$

٣) (١ ، ٣) تقع على $ل_١$

∴ تحقق معادلته

∴ $٢ \times ١ - ٣ \times ٣ + أ = ٠$

$٢ - ٩ + أ = ٠$

$-٧ + أ = ٠$

$\boxed{أ = ٧}$

٣٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (-١ ، ٢)

الحل

أ/ج (ت)

٣٥ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{س-١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

أ/ج (٣٢)

الحل

٣٦ اوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ , ٥) , (٤ , -١)

الحل

ميل المعطى $= \frac{٥+١}{-٢-٤} = \frac{٦}{-٦} = -١$

ميل المطلوب العمودى = ١

∴ ظا هـ = ١

∴ ق(هـ) = ٤٥°

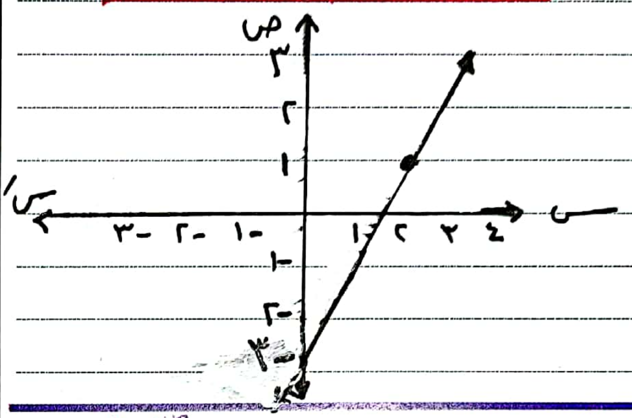
٣٧ إرسم الخط المستقيم الذي ميله يساوي ٢ ويقطع جزءا من الاتجاه السالب لمحور الصادات يساوى ٣ وحدات

الحل

ص = م س + حـ

ص = ٢ س − ٣

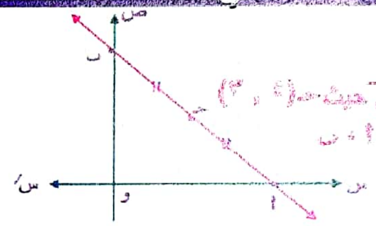
س	٠	١	٢
ص	−٣	−١	١



٣٨ في الشكل المقابل

النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث حـ(٤ ، ٣)

اوجد إحداثى كل من أ ، ب



الحل

∵ أ ∈ محور السينات ∴ أ(س ، ٠)

∵ ب ∈ محور الصادات ∴ ب(٠ ، ص)

∵ حـ منتصف $\overline{أب}$

∴ (٤ ، ٣) = $\left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{٠+ص}{٢}\right)$

$٤ = \frac{س}{٢}$ | $\frac{ص}{٢} = ٣$

س = ٨ | ص = ٦

∴ أ(٨ ، ٠) ، ب(٠ ، ٦)

٣٩ أ ب حـ ء مربع فيه أ(٥ ، ٤) ، حـ(−١ ، ٦) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{ب ء}$

الحل

ميل $\overline{أحـ}$ = $\frac{٦-٤}{-١-٥} = \frac{٢}{-٦} = \frac{-١}{٣}$

∵ أ ب حـ ء مربع ∴ $\overline{أحـ} \perp \overline{ب ء}$

∴ ميل ب ء = ٣

∴ ص = ٣ س + حـ

منتصف $\overline{أحـ}$ = $\left(\frac{٥-١}{٢} ، \frac{٤+٦}{٢}\right)$ = (٢ ، ٥)

(٢ ، ٥) ∈ ب ء ∴ تحقق المعادلة

٥ = ٣ × ٢ + حـ

٥ = ٦ + حـ

∴ حـ = ٥ − ٦

∴ معادلة ب ء هي $\boxed{حـ = -١}$

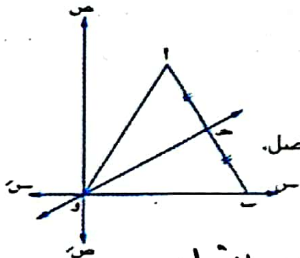
ص = ٣ س − ١

٤٠ في الشكل المقابل :

أ ب و مثلث متساوى الأضلاع

، حـ منتصف $\overline{أب}$

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{وحـ}$ حيث و نقطة الأصل.



الحل

∵ Δ أ ب و متساوي الأضلاع

، و حـ متوسط

∴ و حـ ينصف (ب و أ)^

∴ ق(ب و حـ) = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠°

ميل $\overleftrightarrow{وحـ}$ = ظا هـ = ظا ٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

∴ المستقيم $\overleftrightarrow{وحـ}$ يمر بنقطة الأصل

∴ حـ = صفر

∴ معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{وحـ}$

هي $\boxed{ص = \frac{\sqrt{٣}}{٣} س}$