# ليلة امتحان الصف الثالث

## خاص بالدقهلية

العام ٢٠٢٣/٢٠٢٤

إهداء من الأستاذ/

م/ إبراهيم صابر

Mozkrty.com مذكرتي

Scanned with CamScanner

١ إذا كانت دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية، د (ك − ٥) = د (٣ − ك) فإن معادلة محور تماثل منحنى الدالة هي ....

( س = ١، س = -١ ، ص = ١، ص = -١)

٢ إذا كان أ > ٠ ، ب > ٠ فإن النقطة ( أ٢ ، ٣ب) تقع في الربع .....

( الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

٣ إذا كان د (س) = س−٥ وكان $\frac{1}{2}$ د(أ) = ٣ فإن أ = .....

( ٢ ، ٨ ، ١١ ، ١٦ )

٤ إذا كانت د (س) = أس + ب وكان

د (أ) = ب فإن $\sqrt{٩-أب}$ = .....

( صفر ، ٣ ، - ٣ ، ± ٣ )

٥ إذا كانت ر (س) = ك + ٣ ،

ر (ص) = ك −٣، ر (س × ص) = ١٦

فإن ك = ....

( ٥ ، - ٥ ، ± ٥ ، ٢٥ )

٦ إذا كانت س٢ ={(٣ك −٤، ك)} ،

ص= {١ ، ٧} فأي الأزواج المرتبة ينتمي إلى حاصل الضرب الديكارتي س × ص؟....

[(٤ ، ١) ، ( ٣ ، ١) ، ( ٢ ، ١) ، ( ٣ ، ٧)]

٧ إذا كانت د(س) = ٣س +٥ وكان

م + ر = ٩ فإن د (م) + د (ر) = .....

( ١٤ ، ٢٧ ، ٣٢ ، ٣٧ )

٨ إذا كانت الدالة

د:د(س) = (ر−٣) س٢+٥ لها قيمة عظمى فإن ر ∈ ....

]∞،٣[ ، ]-∞،٣[ ،

{ ٣ ، ٥} ، ]∞،٥[ )

٩ إذا كانت ( س، ص) تقع في الربع الثالث فإن النقطة (س٣ ، ص٢) تقع في الربع .....

( الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

١٠ إذا كانت ( أ ، ٤) إحدى نقط الدالة ر: (س) = ٢س +ب فإن: ٦أ +٣ب = ....

( ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣ )

١١ إذا كانت النقطة ( س−٤ ، ٢ −س) تقع في الربع الثالث فإن س ∈ .....

( ]٢ ، ٤ [ ، ] ٢ ، ٤ [ ، [ -٤ ، -٢] ، ] -٤ ، -٢[ )

١٢ إذا كان المستقيم س= ٢ هو خط التماثل لمنحنى الدالة

د: د (س) = س٢ + كس + ٤

فإن ك = ....

( -٤ ، - ٢ ، ٢ ، ٤ )

١٣ إذا كانت س ⊂ ص

فإن ن[(س−ص×ص] = .....

( صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ )

١٤ إذا كانت النقطة أ ( س −٥، س−٣) تقع على محور السينات فإن إحداثي النقطة أ هو .....

(( ٠ ، ٢) ،( ٢ ، ٠)، ( −٢ ، ٠)،( ٠ ، −٢))

١٥ الدوال التالية هي دوال كثيرات حدود ما عدا الدالة د : د (س) = ...

( س+٣ ، $\sqrt{٢س+٣}$ ،

س$\left(س+\frac{١}{س}\right)$ ، س٢(س+٤) )



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تصوير بـ CamScanner

١٦ إذا كانت: س = [ −٢، ٢[ ،
ص = [ ٠ ، ٤] فإن: ( −٢ ، −١) ∋ .....
( س٢ ، ص٢ ، س × ص ، ص × س)

١٧ إذا كانت د (س) = ٣ فإن ٦ د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ =
( ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٨ )

١٨ إذا كانت (س٢+ص٢ ، ٣)
= ( ١٠ ، س ص) فإن س − ص = .....
(± ٢ ، ±٣ ، ± ٤ ، ± ٦)

١٩ إذا كانت النقطة ( س−٢ ، ص+٤) تقع على المحورين السيني والصادي
فإن س + ص= .....
( ٢ ، −٢ ، ٦ ، −٦ )

٢٠ إذا كانت د $\left(\frac{٢س+١}{٣س-١}\right)$=٢س
فإن د ( ١ ) = ....
( $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٤ )

٢١ إذا كانت المجموعة س = {٣}
فإن ن (س٢) = .....
( ١ ، ٩ ، {(٣ ، ٣)} ، {(٣ ، ٩)}

٢٢ إذا كانت (ك٢ ، ك) ∋ بيان الدالة
د (س) = ٢س − ٣ فإن ك من الممكن أن تساوي ....
( ١ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، - ١)

٢٣ العلاقة التي تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين س ، ص هي .....
( س ص=٥ ، ص = س +٣ ،
$\frac{س}{٣}=\frac{٤}{ص}$ ، $\frac{س}{٣}=\frac{ص}{٤}$)

٢٤ إذا كان $\frac{أ}{ب}=\frac{٣}{٥}$ ، ٥أ−٢ب=٢٠
فإن ب = .....
( ٣ ، ٥ ، ١٥ ، ٢٠ )

٢٥ إذا كان $\frac{٣}{٤}$أ=$\frac{٣}{٢}$ب=٣حـ
فإن: أ : ب : حـ = .....
(٣ : ٤ : ٢ ، ١ : ٢ : ٤
، ٤ : ٢ : ١ ، ٤ : ٣ : ٢)

٢٦ أي العلاقات الآتية تمثل تغير عكسي بين س ، ص .....
( ص = س ، ص = س٢
، س ص٢ = ١ ، ص=$\frac{٣}{س}$ )

٢٧ إذا كان $\frac{ص+٣}{ص}=\frac{س+٢}{س}$ حيث
س ≠ ص ≠ ٠ فإن .....
( ص ∝ س ، ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، ص ∝ س+٢ ،
ص ∝ س+٥)

٢٨ إذا كانت $\frac{أ}{ب}=\frac{ب}{حـ}=\frac{حـ}{د}$=٢ فإن $\frac{أ}{د}$= ..
( ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ )

٢٩ إذا كان: ٥س =٩ص، فإن: $\frac{٣س}{٢ص}$ = ..
$\left(\frac{٢٧}{١٠} ، \frac{٥}{٩} ، \frac{٩}{٥} ، \frac{٨١}{٢٥}\right)$

٣٠ إذا كانت ٢ ، ٦ ، س+١٥ متناسبة
فإن س = .....
( ١ ، ٢ ، ٣ ، $\frac{-٣}{٢}$ )



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم المسح ضوئيا بـ CamScanner

٣١ إذا كانت س ص$^{٥}$ = ثابت فإن س تتغير عكسيًا مع .....

( $\frac{١}{٥}$ ، ص$^{٥}$ ، ص ، ص$^{٢}$ )

٣٢ إذا كان ٢ وسط متناسب بين أ ، ب فإن الوسط المتناسب الموجب بين $\left(أ+\frac{١}{ب}\right)$ ، $\left(ب+\frac{١}{أ}\right)$ هو .....

( ٦ ، ٤ ، ٦,٢٥ ، ٢,٥ )

٣٣ إذا كانت ٤ ، ٦ ، ك كميات متناسبة فإن ك = .....

( ١٠ ، ٩ ، ٢ ، ٢٤ )

٣٤ إذا كانت: ص ∝ س وكانت ص = ٥ عندما س = ٣ فإن ثابت التغير يساوي ....

( ١٥ ، ٥ ، ٣ ، $\frac{٥}{٣}$ )

٣٥ إذا كانت $\frac{أ}{٥}=\frac{ب}{٧}$ ، فإن $\frac{أ+ب}{٦٠}=\frac{أ}{.....}$

( ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٥ )

٣٦ إذا كانت: أ ، ب ، حـ كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{حـ}$ = .....

$\left(\frac{حـ^{٢}}{ب^{٢}}\right.$ ، $\frac{ب^{٢}}{حـ^{٢}}$ ، $\frac{ب^{٢}}{أ^{٢}}$ ، $\left.(ب حـ)^{٢}\right)$

٣٧ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو .....

( المدى – لوسط الحسابي – الوسيط – الانحراف المعياري)

٣٨ أبسط مقاييس التشتت هو .....

( المدى ، المنوال ، الانحراف المعياري ، الوسيط)

٣٩ إذا كانت س ، ص مجموعتان

ن (س × ص) = ٥

فإن ن(س) – ن(ص) = .....

( ٤ ، صفر ، - ٤ ، ± ٤ )

٤٠ إذا كانت جميع المفردات متساوية في القيمة فإن .....

(س–$\bar{س}$ > ٠ ، س–$\bar{س}$ < ٠

، σ = ٠ ، $\bar{س}$ = ٠)

٤١ إذا كان المدى للقيم ٧ ، ٣ ، ك ، ٥ هو ٦ فإن ك = ....

( ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ )

٤٢ إذا كان: س+٤ع–ص=٠ ،

١٠س+٢ع–٥ص=٠ فإن ص: ع = ....

(٥ : ٨ ، ٥ : ٨ ، ٨ : ٣ ، ٨ : ٣)

س = ص – ع بالتعويض

١٠ (ص – ع) + ٢ ع – ٥ص = ٠

١٠ ص – ١٠ ع + ٢ ع – ٥ص = ٠

٥ص – ٨ ع = ٠

٥ص = ٨ ع

$\frac{ص}{ع}=\frac{٨}{٥}$

## الأسئلة المقالية

١ إذا كانت : س = {١ ، ٤ ، ٧}

، ص = {–١ ، ١ ، ٤ ، ٧} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن :

|أ + ب| = ٨ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أولاً : اكتب بيان ع ثم مثلها بمخطط سهمى

ثانياً : بين هل ع دالة أم لا؟ مع ذكر السبب



مذكرتي Mozkrty.com

Scanned with CamScanner

تم تصوير بـ CamScanner

الحل

بيان ع = { (١ ، ٧) ، ( ٤، ٤) ، ( ٧ ، ١) ، (٧ ، -١) }

ليست دالة لأن (٧) ارتبط مرتين

---

٢ إذا كانت : س = { −٢ ، ٢ ، ٥} ، ص = { ٣ ، ٧ ، ك} وكانت ع علاقة دالة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن : (ب = أ$^{٢}$ − ١) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أوجد قيمة ك ثم مثل الدالة بمخطط سهمى

الحل

بيان ع = {(-٢، ٣) ، ( ٢، ٣) ، ( ٥، ٢٤)}

ك = ٢٤

---

٣ إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٤} ، ص = { ٤ ، ٥ ، ٢ ، ٧} وكانت ع علاقة دالة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن : أ + ب = ٦ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

(1) اكتب بيان ع ثم مثلها بمخطط سهمى

(2) أثبت أن ع دالة واكتب مداها

الحل

---

٤ إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {ص : ص ∈ ط ، ٢ ≤ ص < ٩} حيث ط هى مجموعة الأعداد الطبيعية وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث أ ع ب

تعنى أن : (أ = $\frac{١}{٢}$ ب) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فأوجد بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ثم بين أن ع دالة من س إلى ص وأوجد مداها

الحل

بيان ع = {(٢، ٤) ، (٣، ٦) ، (٤، ٨)}

المدى = { ٤ ، ٦ ، ٨ }

---

٥ إذا كانت الدالة د (س) = (أ − ٢) س$^{٢}$ + (ب + ٣) س + جـ − ٢ كثيرة حدود من الدرجة الصفرية مداها {٥} فأوجد قيمة أ + ب + جـ

الحل

أ − ٢ = ٠ ⇐ أ = ٢ ،

ب + ٣ = ٠ ⇐ ب = −٣

جـ − ٢ = ٥ ⇐ جـ = ٧

المقدار = أ + ب + جـ − ٢ = ٢ − ٣ + ٧ = ٦

---

٦ إذا كانت د (س) = أ + س$^{٢}$ ، ل (س) = جـ كثيرة حدود حيث أ ، جـ ثابتان وكان ٣ د (٢) + ٢ ل (س) = ٦ أوجد القيمة العددية للمقدار د (٠) + ٢ ل (٧)

الحل

٣ د (٢) = ٣ (أ + ٤) = ٣أ + ١٢

٣ ل (س) = ٣ جـ

بالجمع ٣أ + ٣جـ + ١٢ = ٦

٣أ + ٣ جـ = −٦

أ + جـ = −٢

٢ د (٠) = ٢أ ، ٢ ل (٧) = ٢جـ

بالجمع

٢أ + ٢ جـ = ٢ (أ + جـ) = ٢ × −٢ = −٤



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تصويرها بـ CamScanner

٧ إذا كانت د

(س) = ٥س−ك، ر(س) = س − ٢ك

حيث ك ثابت وكان د

(١) + ر(٣) = −٧ فأوجد د

(٣) + ر(١)

الحل

ر(١) = ٥ − ك

ر(٣) = ٣ − ٢ك

بالجمع ٨ − ٣ك = −٧

−٣ك = −١٥ ⇐ ك = ٥

د(٣) + ر(١) = ١٥ − ٥ + ١ − ١٠ = ١

٨ إذا كانت

د(س) = (م − ٣)س٢ + (٢ − ك)س + ٢ك + م٢

دالة كثيرة حدود من الدرجة الأولى ،

د(١) = ١٢ فما قيمة ك ، م

الحل

م − ٣ = ٠ ⇐ م = ٣

ر(س) = (٢ − ك)س + ٢ك + ٦

ر(١) = ٢ − ك + ٢ك + ٦ = ١٢

ك + ٨ = ١٢ ⇐ ك = ٤

٩ إذا كانت

د(س) = ٢س + ك ، ر(س) = س٢ + ك

وكان د(٢) + ر(−٤) = ٣٠ فأوجد

د(−٢) + ر(٢)

الحل

د(٢) = ٤ + ك ، ر(−٤) = ١٦ + ك

٤ + ك + ١٦ + ك = ٣٠

⇐ ٢ك = ١٠ ⇐ ك = ٥

د(−٢) = ٢ × −٢ + ٥ = ١

ر(٢) = ٤ + ٥ = ٩

د(−٢) + ر(٢) = ١٠

١٠ إذا كان د (س) = أس + ب وكان

د(أ) = ب أوجد √(أب٢ + ٢٥)

الحل

د(أ) = أ٢ + ب = ب ⇐ ب = صفر

المقدار = √٢٥ = ٥

١١ إذا كانت

د(س) = كس٢ + (٣ك + ٢)س + ٦

وكان الاحداثى السينى لرأس منحنى الدالة

د(س) يساوى −٢ أوجد قيمة ك

ثم أوجد د(١) + د(−١)

الحل

$$-\frac{(٣ك+٢)}{ك} = -٢$$

٣ك + ٢ = ٤ك ⇐ ك = ٢

د(س) = ٢س٢ + ٨س + ٦

د(١) = ٢ + ٨ + ٦ = ١٦

د(−١) = ٢ − ٨ + ٦ = صفر

المجموع = ١٦

١٢ إذا كان : أ، ب، جـ، ء في تناسب

متسلسل برهن أن : $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{جـ^٢} = \frac{أ^٢}{جـ^٢}$

الحل

حـ = ء م ، ب = ء م٢ ، أ = ء م٣

الأيمن: $\frac{ء^٢م^٦}{ء^٢م^٤} + \frac{ء^٢م^٤}{ء^٢م^٢} = م^٢ + م^٢ = ٢م^٢$



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس هكذا تعمل CamScanner

الأيسر: $\frac{٢ء م^{٣}}{ء م} = ٢م^{٢}$

∴ الطرفان متساويان

---

١٣ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{س} = \frac{٣}{٢}$

، $٢ب + ء = ١٥$ ، $١٢ + جـ - ٣هـ = ١٨$

فما قيمة س

الحل

٢ × النسبة الأولى + النسبة الثانية

$\frac{١٢ + حـ}{٢ب + ء} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{١٢ + حـ}{١٥} = \frac{٣}{٢}$

$١٢ + حـ = \frac{٤٥}{٢} = ٢٢,٥$

∴ $١٢ + حـ - ٣هـ = ١٨$

$٢٢,٥ - ٣هـ = ١٨ \Leftarrow ٣هـ = ٤,٥$

$\Leftarrow هـ = ١,٥$

$\frac{١,٥}{س} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ٣س = ٣ \Leftarrow س = ١$

---

١٤ إذا كان : $\frac{س + ص}{١٩} = \frac{ص + ع}{٧}$ برهن

أن $\frac{س - ع}{س + ٢ص + ع} = \frac{٦}{١٣}$

الحل

النسبة (١) – النسبة (٢)

$\frac{س + ص - ص - ع}{٧ - ١٩} = \frac{س - ع}{١٢} = م$

النسبة (١) + النسبة (٢)

$\frac{س + ص + ص + ع}{٧ + ١٩} = \frac{س + ٢ص + ع}{٢٦} = م$

∴ $\frac{س - ع}{١٢} = \frac{س + ٢ص + ع}{٢٦}$

∴ $\frac{س - ع}{س + ٢ص + ع} = \frac{١٢}{٢٦} = \frac{٦}{١٣}$

---

١٥ إذا كان

$\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٣}{٥}$ ، $أ + ب + جـ = ٧٥$

أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

الحل

$\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٣} = \frac{٦}{٩} \Leftarrow \frac{أ}{حـ} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٢} = \frac{٦}{١٠}$

∴ $أ = ٦م$ ، $ب = ٩م$ ، $حـ = ١٠م$

$٦م + ٩م + ١٠م = ٧٥$

$\Leftarrow ٢٥م = ٧٥$

∴ $م = ٣$

∴ $أ = ١٨$ ، $ب = ٢٧$ ، $حـ = ٣٠$

---

١٦ إذا كان $١٢ = ٣ب = ٤جـ$ أوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢}}{أ(ب + جـ)}$

الحل

$١٢أ = ٣ب = ٤جـ$ بالقسمة على ١٢

$\frac{أ}{٦} = \frac{ب}{٤} = \frac{جـ}{٣} = م$

∴ $أ = ٦م$ ∴ $ب = ٤م$ ∴ $جـ = ٣م$

المقدار =

$\frac{٣٦م^{٢} + ١٦م^{٢} + ٩م^{٢}}{٦م(٤م + ٣م)} = \frac{٦١م^{٢}}{٤٢م^{٢}} = \frac{٦٤}{٤٢}$

---

١٧ إذا كانت الكميات الموجبة

١٥ ، ٦ب ، ٧جـ ، ٨ء في تناسب متسلسل أثبت أن :

$\sqrt{\frac{١٥}{٨ء}} = \sqrt{\frac{١٥ + ٦ب}{٧جـ + ٨ء}}$

الحل



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس تحويل ب CamScanner

ح٧ = ٨ ك م ، ب ل = ٨ ك م٢

، ق٥ = ٨ ك م٣

الأيمن $= \sqrt[٣]{\frac{٨ك^{٣}ر^{٣}}{٨ك}} = \sqrt[٣]{ر^{٣}} = ر$

الأيسر =

$$= \sqrt[٣]{\frac{٨ك^{٣}ر^{٣}+٨ك^{٢}ر^{٢}}{٨ك^{٢}ر+٨ك}} = \sqrt[٣]{\frac{٨ك^{٢}ر^{٢}(ر+١)}{٨ك(ر+١)}} = \sqrt[٣]{ر^{٣}} = ر$$

∴ الطرفان متساويان.

---

١٨ إذا كانت : ٤ق$^{٢}$ + ب$^{٢}$ = ٤ق ب

(1) برهن أن ب ∝ ق

(2) أوجد قيمة ق عند ب = ٨

الحل

٤ق$^{٢}$ − ٤ ق ل + ل$^{٢}$ = ٠

(٢ق − ل)$^{٢}$ = ٠ ⇐ ل = ٢ق

∴ ب ∝ ق ، ٨ = ٢ق ⇐ ق = ٤

---

١٩ إذا كان $\frac{٢١س+ق}{٧س+ب} = \frac{ق}{ب}$ ، س ≠ ٠

أوجد قيمة $\frac{ق+٢ب}{ق٢}$

الحل

٢١ س ب + ق ل = ٧ س ق + ب ق

ق = ٣ل بالتعويض $\frac{٣ب+٢ب}{٦ب} = \frac{٥}{٦}$

---

٢٠ إذا كانت ص = ق − ١ ، ق ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ أوجد

العلاقة بين س ، ص علماً بأن ق = ٤ عندما

س = ٢ ثم أوجد قيمة س عندما ص = ٨

الحل

ق ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ ⇐ ق = $\frac{م}{س^{٢}}$

٤ = $\frac{م}{٤}$ ⇐ م = ١٦

∴ ص = $\frac{١٦}{س^{٢}}$ − ١ عندما ص = ٨

∴ ٨ = $\frac{١٦}{س^{٢}}$ − ١ ⇐ س = ± $\frac{٤}{٣}$

---

٢١ إذا كانت ص = ٣ + ع ، ع ∝ $\frac{١}{س}$

أوجد العلاقة بين س ، ص علماً بأن

ص = ٥ عندما س = ١ ثم أوجد ص

عندما س = ٢

الحل

---

٢٢ إذا كان $\frac{٢١س-ص}{٧س-ع} = \frac{ص}{ع}$ برهن أن

ص تتغير طردياً بتغير ع حيث س ≠ ٠

الحل

ع(٢١س − ص) = ص(٧س − ع)

٢١ س ع − ع ص = ٧ س ص − ص ع

٢١ س ع = ٧ س ص

ص = ٣ع ⇐ ∴ ص ∝ ع

---



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner

٢٣ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن ، فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كيلو متراً فى ٦ ساعات فكم كيلومتراً تقطعها السيارة فى ١٠ ساعات

**الحل**

$ف \propto ن \Leftarrow \frac{ف_١}{ف_٢} = \frac{ن_١}{ن_٢}$

$\frac{١٥٠}{ف_٢} = \frac{٦}{١٠}$

$\Leftarrow ف_٢ = \frac{١٥٠ \times ١٠}{٦} = ٢٥٠$ كم

٢٤ إذا كانت أ،ب،جـ،د كميات موجبة ،

$\frac{أ^٢ - ٢جـ^٢}{ب^٢ - ٢د^٢} = \frac{أ^٢}{ب^٢}$ برهن أن الكميات أ،ب،جـ،د كميات متناسبة

**الحل**

$(أ^٢ - ٢حـ^٢) \times ب^٢ = (ب^٢ - ٢د^٢) \times أ^٢$

$أ^٢ب^٢ - ٢حـ^٢ب^٢ = ب^٢أ^٢ - ٢د^٢أ^٢$

$-٢حـ^٢ب^٢ = -٢د^٢أ^٢$

$\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{د}$ حـ = د أ

∴ أ ، ب ، حـ ، د متناسبة

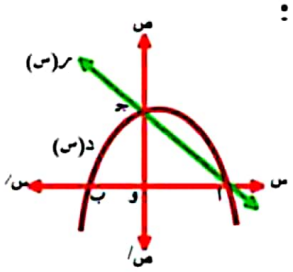
٢٥ فى الشكل المقابل :

منحنى الدالة التربيعية

د (س) = ٤ − س٢

، $\overleftrightarrow{أجـ}$ يمثل بيانياً الدالة الخطية

ر(س) = ك س + م.




(١) أوجد قيمة كل من ك ، م

(٢) د (١) + ر (١)

**الحل**

د(س) = ٤ − س٢ نقطة التقاطع مع محور ص هي (٠ ، ٤)

٤ − س٢ = ٠ ⇐ س٢ = ٤ ⇐ س = ± ٢

∴ أ (٢ ، ٠) ، ب (−٢ ، ٠)

ر(س) = ك س + م  م = ٤

ر(س) = ك س + ٤ بالتعويض بـ (٢،٠)

٢ك + ٤ = ٠  ٢ك = −٤ ⇐ ك = −٢

ر(س) = −٢ س + ٤

د(١) = ٤ − ١ = ٣

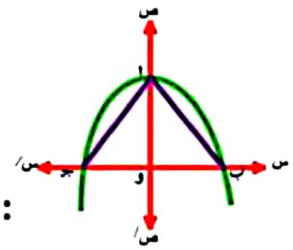
ر (١) = −٢ × ١ + ٤ = ٢

المجموع = ٣ + ٢ = ٥

---

٢٦ فى الشكل المقابل :

هو التمثيل البيانى لمنحنى الدالة التربيعية :




د (س) = −ك س٢ − (ك−٥) س + ٤ك

فإذا كان محور الصادات هو خط تماثل منحنى الدالة

(1) أوجد قيمة ك

(2) أوجد مساحة المثلث أ ب جـ

**الحل**

محور الصادات هو محور التماثل

∴ معامل س = صفر

∴ − ( ك − ٥ ) = صفر

∴ ك = ٥

د (س) = −٥ س٢ + ٢٠

أ (٠ ، ٢٠)  −٥ س٢ + ٢٠ = ٠

٥س٢ = ٢٠ ⇐ س٢ = ٤

س = ٢  ∴ ب (٢ ، ٠) ، جـ (−٢ ، ٠)



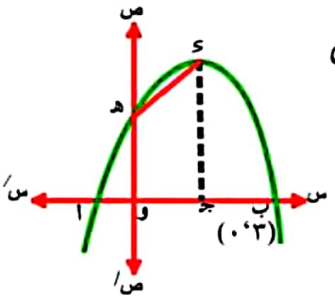
Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تحويل هذا الملف بواسطة CamScanner

$\Delta$ ح = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٢٠ = ٤٠ وحدة مساحة

---

**٢٧** فى الشكل المقابل

يمثل منحنى الدالة




د: د(س) = −س$^{٢}$ + ٢س + ك − ١

حيث ء رأس المنحنى ، احداثي

ب (٣ ، ٠)

(1) أوجد قيمة ك

(2) القيمة العظمى للدالة

(2) مساحة الشكل

**الحل**

الدالة تمر بـ (٣ ، ٠) ∴ د(٣) = ٠

−٩ + ٦ + ك − ١ = ٠ ∴ ك = ٤

د (س) = − س$^{٢}$ + ٢س + ٣

معادلة محور التماثل س = $\frac{-٢}{-١ \times ٢}$ = ١

د (ا) = −١ + ٢ + ٣ = ٤ قيمة عظمى

هـ ( ٠، ٣) ، د( ١ ، ٤)

مساحة شبه المنحرف = = $\frac{٤+٣}{٢}$ × ١

= ٣,٥ وحدة مساحة.

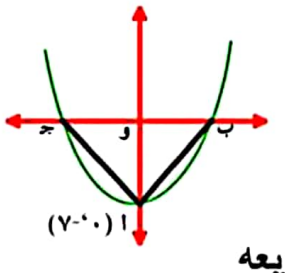
---

**٢٨** الشكل المقابل :

يمثل الدالة د

(س) = لس$^{٢}$ − ٧

، مساحة المثلث




اب جـ = ٢١ وحدة مربعه

ا، = (٠ ، − ٧) أوجد احداثى نقطة ب

ثم أوجد قيمة ل

**الحل**

$\Delta$ ح = $\frac{1}{2}$ ب ح × ٧ = ٢١

⇐ ب ح = ٦

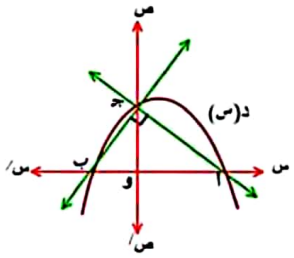
∴ ب (٣ ، ٠) بالتعويض

ل × ٩ − ٧ = ٠

ل = $\frac{٧}{٩}$

---

**٢٩** الشكل المقابل :




يمثل منحنى الدالة د: د

(س) = $\frac{-١}{٣}$ س$^{٢}$ + لس + م

فإذا كان $\overleftrightarrow{أجـ} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

، و جـ = ٣ وحدات طول ، وا = ٩ وب

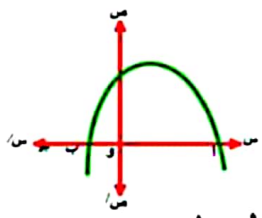
فأوجد قيمة ك، م

ثم أوجد مساحة المثلث اب جـ

**الحل**

---

**٣٠** الشكل المقابل :




يمثل منحنى دالة تربيعية

د: د(س) = −س$^{٢}$ + ٤س + ك − ١

فإذا كان وا = ٥ وب

أوجد قيمة ك



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس عضو I CamScanner

**الحل**

و ب = م ، و أ = ٥ م

أ = (٥م ، ٠) ، ب (−م ، ٠)

معادلة محور التماثل من النقط =

$$\frac{٥م - م}{٢} = ٢م$$

من المعادلة $= \frac{-٤}{-٢} = ٢$

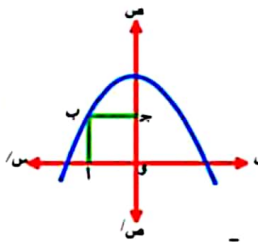
٢ م = ٢ ⇐ م = ١ ∴ ب (−١ ، ٠)

∴ د (−١) = ١ − ٤ + ك − ١ = ٠

ك = ٦

---

**٣١** الشكل المقابل :




هو التمثيل البيانى لمنحنى الدالة التربيعية

د : د (س) = −س٢ − س + ٠

فإذا كان الشكل وأبجـ مربع

أوجد مساحة المربع وأبجـ

**الحل**

بفرض طول ضلع المربع ل

∴ ب (−ل ، ل)

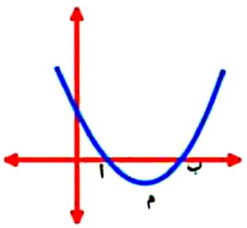
−ل٢ + ل + ٥ = ل ⇐ ل٢ = ٥

ل = $\sqrt{٥}$

مساحة المربع = $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ = ٥ وحدة

---

**٣٢** الشكل المقابل : يمثل منحنى دالة تربيعية يقطع محور السينات فى أ(١ ، ٠)، ب(٤ ، ٠)




وكانت م نقطة رأس المنحنى

د (−٢) + د (٧) = ٨

أوجد د (−٢)

**الحل**

معادلة محور التماثل $س = \frac{١+٤}{٢} = \frac{٥}{٢}$

$\frac{٥}{٢} = \frac{٧+٢-}{٢}$ ∵ د(−٢) = د(٧)

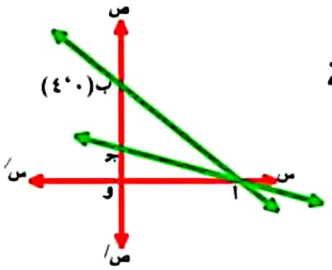
∴ د (−٢) + د (−٢) = ٨

∴ د (−٢) = ٤

---

**٣٣** فى الشكل المقابل

$\overrightarrow{أجـ}$ تمثيل بيانى للدالة الخطية




د (س) = $\frac{٢}{٣}$ س − ٢

$\overrightarrow{أب}$ تمثيل بيانى للدالة الخطية

ر(س) = ك س + م فإذا كان احداثي

ب(٠ ، ٤) أوجد قيمة ك ، م

**الحل**

الفكرة نحدد إحداثي حـ ، أ ، حـ(٠ ، ٢)

$\frac{٢}{٣}$ س − ٢ = ٠ ⇐ $\frac{٢}{٣}$ س = ٢ ⇐ س = ٣

بالتعويض بالنقطة أ (٣ ، ٠)

ر(س) تمر بالنقطة (٤ ، ٠) ∴ م = ٤

ك × ٣ + ٤ = ٠ ك = $\frac{-٤}{٣}$

---

**٣٤** أوجد الانحراف المعياري للقيم التالية:

٦٥ ، ٦١ ، ٧ ، ٦٤ ، ٧٠ ، ٧٦ ، ٧٠

**الحل**



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
CamScanner بلغى تحميل

## ثانيًا : الهندسة

**اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة في كل مما يأتي:**

(١) إذا كان جتاس = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث $\left(\frac{س}{٢}\right)$ زاوية حادة فإن جا٢س = .....

$\left(١ ، \frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٣}}{٢} ، \frac{١}{\sqrt{٢}}\right)$

(٢) فى Δ ا ب جـ إذا كان

ظا ا = ٢ + $\sqrt{٣}$ ، ظا ب = ٢ − $\sqrt{٣}$ فإن

ق(∠جـ) = ..... °

( ٦٠ ، ٩٠ ، ١٠٠ ، ١٢٠ )

(٣) إذا كان جاس = ٢جا٣٠° جتا٦٠° فإن س = ..... °

( ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥ )

(٤) إذا كان ظا(س + ١٠)° = $\sqrt{٣}$ حيث (س + ١٠)° قياس زاوية حادة فإن س = ...

( ٢٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٧٠ )

(٥) إذا كان المثلث ا ب جـ قائم الزاوية فى ب ، مساحة سطح المثلث ا ب جـ = $\frac{١}{٢}$ (ب جـ)$^{٢}$

فإن ظا ا = .....

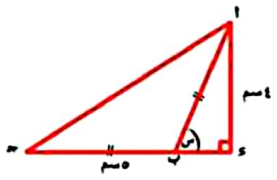
( ١ ، $\sqrt{٣}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $\frac{١}{٢}$ )

(٦) فى الشكل المقابل

$\overline{ا ء} \perp \overline{ء جـ}$ ، ا ب = ب جـ

، ب جـ = ٥ سم، ا ء = ٤ سم

، ق(∠ا ب ء) = س




فإن ظا $\frac{س}{٢}$ = ...

( $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٤}$ ، ٢ )

(٧) فى Δ ا ب جـ إذا كان

ق(∠ا) : ق(∠ب) : ق(∠جـ) = ٣ : ٤ : ٥

فإن جتاب = .....

( صفر ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ )

(٨) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،

١٣ جـ = ٥ ب جـ فإن ظا ا = .....

( $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ )

(٩) إذا كان ق(∠ا) = ٧٥° ، جاب = جتا ا حيث ب زاوية حادة فإن ق(∠ب) = ....

( ٤٥° ، ٧٥° ، ١٥° ، ١٠٥° )

(١٠) إذا كان ا ب جـ مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية فى جـ فإن ظا ا = .....

( $\frac{١}{٣}$ ، $\sqrt{٣}$ ، ١ ، −١ )

(١١) فى المثلث ا ب جـ

ق(∠ا) = ٨٥° ، جاب = جتاب فإن

ق(∠جـ) = .....

( ٣٠° ، ٤٥° ، ٥٠° ، ٦٠° )

(١٢) البعد بين المستقيمين ص − ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوي ..... وحدة طول

( ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ )

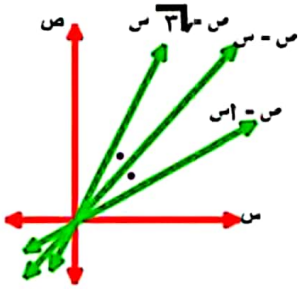
(١٣) ميل الخط المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها هـ يساوي .....

$\left(جاهـ ، جتاهـ ، \frac{جاهـ}{جتاهـ} ، \frac{جتاهـ}{جاهـ}\right)$



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس هكذا تعمل CamScanner

(١٤) فى الشكل المقابل




أ = .....

( $\frac{١}{٣\sqrt{}}$ ، $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ ، ٢√ ، ٣√ )

(١٥) المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤)
ويوازى محور الصادات معادلته هى .....
( س = ٣ ، س = ٤ ، ص = ٣ ، ص = ٤ )

(١٦) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول فأى النقط الأتية تنتمى للدائرة ...
((١ ، ٢) ، (−٢ ، ١) ، ( ٣√ ، ١) ، ( ٢√ ، ١) )

(١٧) إذا كان المستقيمان
ص = أس + ب ، ص = جـس + ء متعامدين فإن ..... = −١
( أ × ء ، أ × جـ ، ب × جـ ، ب × ء )

(١٨) بعد النقطة (٢ ، ٤) عن المستقيم ص + ٢ = ٠ يساوى ..... وحدة طول
( ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ )

(١٩) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيين فإن ك= .....
( $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ٣ ، $\frac{-٤}{٣}$ )

(٢٠) أ ب جـ ء معين فيه
أ(٣ ، ٣) ، جـ(−٣ ، −٣) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب ء}$ يساوى .....
( −١ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٣}$ )

(٢١) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٥ ، ٣) موازياً محور السينات هى .....
( س = ٠ ، س = ٥ ، ص = ٠ ، ص = ٣ )

(٢٢) إذا كان المستقيمان
٣س − ٤ص − ٣ = ٠ ، ك ص + ٤س − ٨ = ٠ متعامدين فإن ك= .....
( −٤ ، −٣ ، ٣ ، ٤ )

(٢٣) المستقيم الذى معادلته :
٣س + ٤ص − ٩ = ٠ يكون موازياً لمستقيم ميله .....
( $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ )

(٢٤) أ ب قطر فى دائرة مركزها م حيث أ(−٢ ، ٣) ، ب(٦ ، −٥) فإن احداثى م يساوى .....
((٤ ، ٤) ، (−٢ ، ١) ، (٢ ، −١) ، (−١ ، ٢))

(٢٥) إذا كانت النقطة (ك ، ٢ك) تقع على المستقيم الذى معادلته ٢س + ص = ٨
فإن ك= .....
( −٢ ، ١ ، ٢ ، ٣ )

(٢٦) البعد بين المستقيمين س + ٣ = ٠ ، س − ٢ = ٠ يساوى ..... وحدة طول
( ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ )

(٢٧) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (−٢ ، ك) ويوازى محور السينات .....
( س = −٢ ، ص = −٢ ، س = ك ، ص = ك )

(٢٨) المستقيم المار بالنقطتين (−١ ، −١) ، (٤ ، ٤) ، يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .....
( ٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ١٣٥° )



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم المسح بـ CamScanner

(٢٩) بعد النقطة (ل ، −٤) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول حيث ل ∈ ع

( ٤ ، ل ، −٤ ، |ل| )

(٣٠) المستقيم الذى معادلته

٢س − ٣ص − ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .....

( −٦ ، −٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ٢ )

(٣١) إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جء}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = صفر

فإن $\overleftrightarrow{جء}$ = .....

( ١ ، −١ ، صفر ، غير معرف)

(٣٢) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٣ س + ٢ ص = ١٢ هي ..... وحدة مربعة

( ٦ ، ١٢ ، ٤ ، ٥ )

(٣٣) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوى ظاه ٤٥° فإن ص =.....

( ١ ، ٢ ، −١ ، ٤ )

(٣٤) المستقيم الذى معادلته

ا س + (٢ − ا) ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (٣ ، ٥)

فإن قيمة ا = .....

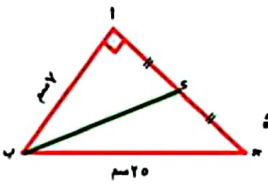
( ٣ ، −٢ ، ٦ ، ٤ )

(٣٥) المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢} - \frac{ص}{٣} = ٦$ يقطع من محور السينات جزءاً طوله = ..... وحدة

( ٣ ، ٢ ، ٦ ، ١٢ )

## ثانيًا : المقالي

(١) فى الشكل المقابل




ا ب = ٧ سم ، $\overline{ا ب} \perp \overline{ا جـ}$

ب جـ = ٢٥ سم ، ا ء = ء جـ

أوجد ظا جـ + $\frac{١}{\text{ظا}(\angle ا ب ء)}$

الحل

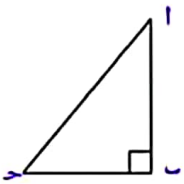
ا حـ = $\sqrt{(٢٥)^{٢} - (٧)^{٢}}$ = ٢٤

ظا حـ = $\frac{٧}{٢٤}$ ، ظا (ا ب ء) = $\frac{١٢}{٧}$

$\frac{٧}{٢٤} + \frac{٧}{١٢} = \frac{٢١}{٢٤}$

(٢) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب برهن أن

جا ا + جا جـ > ١




الحل

جا ا + جا حـ = $\frac{ب حـ}{ا حـ} + \frac{ا ب}{ا حـ}$

$\frac{ا ب + ب حـ}{ا حـ} > ١$ لأن ا ب + ب حـ > ا حـ

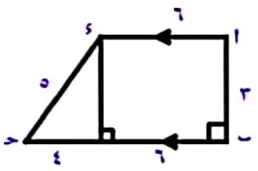
(٣) ا ب جـ ء شبه منحرف فيه

$\overline{ا ء} // \overline{ب جـ}$ ، ق (∠ ب) = ٩٠°

ا ب = ٣ سم ، ا ء = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم

أثبت أن جتا (∠ ء جـ ب) − ظا (∠ ا جـ ب) = $\frac{١}{٢}$

الحل



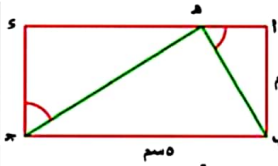

المقدار = $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠}$

= $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
CamScanner بلغى تحميل

(٤) فى الشكل المقابل :




ا ب ج ء مستطيل

، هـ ∈ ا ء ، ا هـ > ء هـ

، ق(∠ا هـ ب) = ق(∠ء ج هـ)

فإذا كان ا ب = ٢سم

، ب ج = ٥ سم أوجد ظا(∠ا هـ ب)

الحل

∵ ظا (∠ ا هـ ب) = ظا (∠ هـ ج ء)

$\frac{٢}{ا هـ} = \frac{هـ ء}{٢}$ ⇐ ا هـ × هـ ء = ٤

ا هـ = س ∴ هـ ء = ٥ − س

س ( ٥ − س) = ٤

٥س − س$^{٢}$ = ٤

⟵ س$^{٢}$ − ٥س + ٤ = ٠

( س − ٤)( س − ١) = ٠

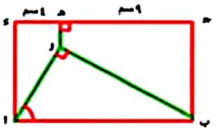
س = ٤ أ، س = ١

∴ ا هـ = ١ سم

ظا(∠ا هـ ب) = $\frac{٢}{١}$ = ٢

---

(٥) فى الشكل المقابل :



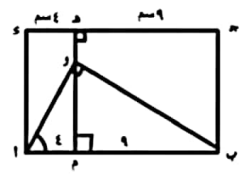
ا ب ج ء مستطيل

، وهـ ⊥ ء ج ، وا ⊥ وب

، ء هـ = ٤ سم ، ج هـ = ٩ سم

أوجد ظا(∠وا ب)

الحل



(م و)$^{٢}$ = ٤ × ٩ = ٣٦

م و = ٦

ظا(∠وا ب) = $\frac{٦}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$

---

(٦) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة س

التى تحقق جتاس = $\frac{جا٠٦° جا٠٣°}{ظا٤٥° جا$^{٢}$٤٥°}$ حيث

س زاوية حادة

الحل

(٧) ا ب ج مثلث قائم الزاوية فى ب ، وكان

ا ب = $\sqrt{٣}$ ا ج سم أوجد :

(1) النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ

(2) ق(∠ا)

الحل

---

(٨) ا ب ج ء شبه منحرف متساوي الساقين

فيه ا ء // ب ج ، ا ء = ٤سم ، ا ب = ٥سم

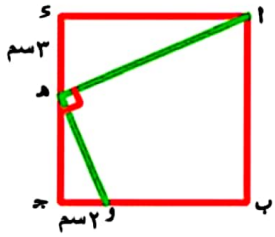
، ب ج = ١٢سم برهن أن

$\frac{٥ظاب جتاجـ}{جا$^{٢}$جـ + جتا$^{٢}$ب} = ٣$

الحل

---

(٩) فى الشكل المقابل :




ا ب ج ء مربع

، هـ ∈ ء ج ، و ∈ ب ج

فإذا كان ء هـ = ٣ سم

، و ج = ٢سم أوجد ظا(∠ء ا هـ)

الحل

ا ء = ل ، هـ ج = ل − ٣

ق (∠ ء ا هـ) = ق(∠ وهـ ج)

ظا ( ∠ء ا هـ) = ظا (∠وهـ ج)

$\frac{٣}{ل} = \frac{٢}{ل − ٣}$



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تصوير بـ CamScanner

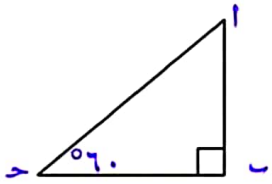
٣ ل − ٩ = ٢ ل

ل = ٩ ظ(∠ أ هـ) = ٣/٩ = ١/٣

---

(١٠) بسبب الرياح كسر الجزء العلوى لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها ٦٠° ، إذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة بالأرض تبعد عن قاعدة الشجرة مسافة ٤ أمتار أوجد طول الشجرة لأقرب متر

الحل




ظ٦٠ = أب / ٤

أب = ٤ ظ٦٠ = ٤ √٣

أ حـ = ٨ م

طول الشجرة = ٨ + ٤√٣ = ١٥ م

---

(١١) إذا كان جتا٢س = ظا٤٥° جا٣٠° حيث ٢س زاوية حادة فأوجد بدون استخدام حاسبة الجيب قيمة ٢ظاس / (١ − ظا٢س)

الحل

جتا٢س = ١ × ١/٢ = ١/٢

∴ ٢س = ٦٠ ← س = ٣٠

المقدار = ٢ظ٣٠ / (١ − ظا٢٣٠) = (٢ × ١/√٣) / (١ − ١/٣) = √٣

---

(١٢) إذا كانت النقطة أ(س ، ٧) تقع على الدائرة التى مركزها النقطة ﻫ(−٢ ، ٣) والتى طول نصف قطرها ٥ وحدات طول فما قيمة س

الحل

الفكرة أن ﻫأ = ٥

---

(١٣) إذا كانت النقط

أ(٠ ، ١) ، ب(س،٣) ، جـ(٢،٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة س

الحل

ميل أحـ = (٥ − ١) / (٢ − ٠) = ٢

ميل أب = (٣ − ١) / (س − ٠) = ٢/س

٢/س = ٢ ⇐ س = ١

---

(١٤) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢/٣ ويمر بالنقطة (٣ ، −١)

الحل

ص = ٢/٣ س + حـ

−١ = ٢/٣ × ٣ + حـ ⇐ حـ = −٣

ص = ٢/٣ س − ٣

---

(١٥) إذا كان محور تماثل جـ د يمر بالنقطة أ(٦ ، م) حيث جـ(٣ ، ١) ، د(−٣ ، ٧) فما قيمة م

الحل

أ حـ = أ د

√(٩ + (١ − م)٢) = √(٨١ + (٧ − م)٢) بالتربيع

٩ + م٢ − ٢م + ١ = ٨١ + م٢ − ١٤م + ٤٩

١٠ − ٢م = ١٣٠ − ١٤م

١٢م = ١٢٠ ∴ م = ١٠

---

(١٦) أ ب جـ د مستطيل فيه

أ(١،١) ، ب(٣،٣) ، جـ(٠ ، −٣س) ، د(س،ص)

أوجد قيمة س ، ص



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تحويل هذا الملف بواسطة CamScanner

الحـــل

منتصف $\overline{أحـ}$ = منتصف $\overline{بء}$

$$\left(\frac{1+0}{2}، \frac{1-3س}{2}\right)=\left(\frac{3+س}{2}، \frac{3+ص}{2}\right)$$

$3+س=1 \longleftarrow س=-2$

$$\frac{1-3س}{2}=\frac{3+ص}{2} \Leftarrow 1+6=3+ص$$

$ص=4$

---

(١٧) إذا كانت النقطة (٥ ، ٢) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(س ، ٧) ، ب(−٤ ، ص) أوجد س+ص

الحـــل

$$\frac{س-4}{2}=5 \Leftarrow س=14$$

$$\frac{7+ص}{2}=2 \Leftarrow ص=-3$$

$\therefore س+ص=14-3=11$

---

(١٨) أب جـ مثلث فيه

أ(٣ ، ٢)، ب(٤ ، −٥)، جـ(٠ ، −٣) ، $\overline{أء}$ متوسط أوجد معادلة $\overleftrightarrow{أء}$

الحـــل

$$ء=\left(\frac{4+0}{2}، \frac{-5-3}{2}\right)=(2، -4)$$

ميل $\overleftrightarrow{أء}=\frac{-4-2}{2-3}=6$

$ص=6س+حـ$ بالتعويض بـ (٣، ٢)

$2=18+حـ \longleftarrow حـ=-16$

$ص=6س-16$

---

(١٩) أثبت أن النقط أ(٥،٣)، ب(٣،−٢)، جـ(−٢ ، −٤) هى رؤوس مثلث منفرج الزاوية فى ب ثم أوجد احداثى نقطة ء التى تجعل الشكل أب جـ ء معيناً وأوجد مساحة سطحه

الحـــل

$$أحـ=\sqrt{(5+2)^2+(3+4)^2}$$

$$=\sqrt{49+49}=\sqrt{98}$$

$$أب=\sqrt{(5-3)^2+(3+2)^2}$$

$$=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$$

$$بحـ=\sqrt{(3+2)^2+(-2+4)^2}$$

$$=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$$

$\because (أحـ)^2 > (أب)^2+(بحـ)^2$

$\therefore \Delta$ منفرج في ب

---

(٢٠) أب جـ ء معين فيه أ(١ ، ٣)، جـ(٧ ، ٩) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{بء}$

الحـــل

ميل $\overleftrightarrow{أحـ}=\frac{9-3}{7-1}=1$

ميل $\overleftrightarrow{بء}=-1$ متعامدان ، منتصف $\overline{أحـ}$

$$=\left(\frac{1+7}{2}، \frac{3+9}{2}\right)=(4، 6)$$

المعادلة $ص=-س+حـ$ بالتعويض

$6=-4+حـ \quad \therefore حـ=10$

$ص=-س+10$

---

(٢١) إذا كانت النقط أ(١ ، ٧) ، ب(−١ ، ٥) ، جـ(٤ ، ٢) برهن أن جـ $\notin$ $\overleftrightarrow{أب}$

الحـــل

ميل $\overleftrightarrow{أب}=\frac{5-7}{-1-1}=\frac{-2}{-2}=1$

ميل $\overleftrightarrow{بحـ}=\frac{2-5}{4+1}=\frac{-3}{4}$

$\therefore جـ \notin \overleftrightarrow{أب}$

---



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تصوير بـ CamScanner

(٢٢) أ ب جـ مثلث فيه
أ(١ ، ١) ، ب(٣ ، ١) ، جـ(١ ، ٣)
برهن أن المثلث أ ب جـ متساوى الساقين ثم
أوجد معادلة محور تماثل المثلث أ ب جـ

الحل

$أب = \sqrt{٠+٤} = ٢$ ، $أحـ = \sqrt{٤+٠} = ٢$

∵ أب = أحـ

∴ المثلث متساوي الساقين

ميل $\overleftrightarrow{بحـ} = \frac{٣-١}{١-٣} = -١$

ميل المحور = ١

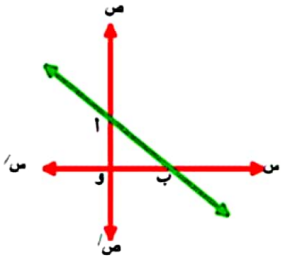
ص = س + حـ بالتعويض بالنقطة أ

١ = ١ + حـ ⟵ حـ = ٠

ص = س

---

(٢٣) فى الشكل المقابل :



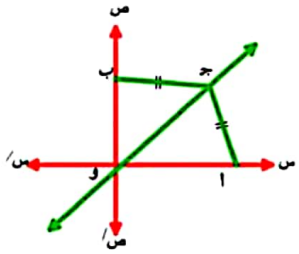

يمثل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$
الذى معادلته ص = كس + جـ ويقطع من
محوري الإحداثيات جزءين متساويين ويمر
بالنقطة ( ٢ ، ٣ ) أوجد
(١) قيمة ك ، حـ
(٢) مساحة المثلث أ و

الحل

ق(∠ أ و) = ٤٥ والمكملة = ١٣٥
ميل المستقيم ظا ١٣٥ = −١
ص = −س + حـ بالتعويض بـ ( ٢ ، ٣ )
٣ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٥
ص = − س + ٥
و أ = و ب = ٥
المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٥ = ١٢,٥ وحدة مربعة

---

(٢٤) فى الشكل المقابل :




أ و = ٤ وحدة طول ،
ب و = ٦ وحدة طول
، معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$ هي
ص = س ، أجـ = ب جـ
أوجد طول وجـ

الحل

النقطة حـ تنتمي للمستقيم ص = س
نفرض حـ (ك ، ك)
أ (٤ ، ٠) - ب (٠ ، ٦)
أحـ = حـ ب

$\sqrt{(ك-٤)^٢ + ك^٢} = \sqrt{ك^٢ + (ك-٦)^٢}$

بالتربيع

$ك^٢ - ٨ك + ١٦ + ك^٢ = ك^٢ + ك^٢ - ١٢ك + ٣٦$

$-٨ك + ١٦ = -١٢ك + ٣٦$

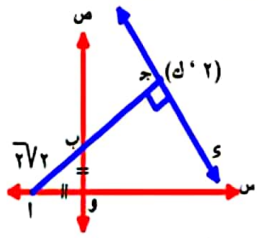
$٤ك = ٢٠ \Leftarrow ك = ٥$

∴ حـ (٥ ، ٥)

وحـ = $\sqrt{٢٥+٢٥} = ٥\sqrt{٢}$

---

(٢٥) فى الشكل المقابل :




و نقطة الأصل لنظام
إحداثى متعامد
، أب = ٢√٢ ، و أ = و ب
وحدة طول فإذا كان احداثى جـ (٢ ، ك)
، $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـء}$ أوجد قيمة ك ، معادلة $\overleftrightarrow{جـء}$

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ظا ٤٥ = ١ ⟵ جا ٤٥ = $\frac{ب و}{٢\sqrt{٢}}$

ب و = ٢√٢ جا ٤٥ = ٢
و أ = و ب = ٢ وحدة
ب (٠ ، ٢)
ميل $\overleftrightarrow{بحـ} = \frac{ك-٢}{٢-٠} = ١$

ك − ٢ = ٢ ⟵ ك = ٤
ميل $\overleftrightarrow{جـء} = -١$ ص = −س + حـ



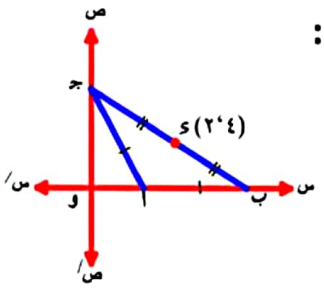
Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس تحويل ب CamScanner

∴ ٤ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٦

المعادلة ص = −س + ٦

---

(٢٦) فى الشكل المقابل :




ء منتصف $\overline{ب جـ}$

، ا ب = ا جـ

فإذا كان احداثي ء(٤ ، ٢)

(1) أوجد احداثى النقطة ا

(2) أوجد مساحة المثلث ا ب جـ

الحـل

ب (س ، ٠) ، حـ (٠ ، ص)

منتصف $\overline{ب حـ}$ = $\left(\frac{س+٠}{٢}, \frac{٠+ص}{٢}\right)$ = (٢،٤)

$\frac{س}{٢}$ = ٤ ← س = ٨

$\frac{ص}{٢}$ = ٢ ← ص = ٤

ب (٨ ، ٠) ، حـ (٠ ، ٤)

ا (ك ، ٠) ا ب = ا حـ

$\sqrt{(ك-٨)^٢ + ٠^٢}$ = $\sqrt{ك^٢ + ١٦}$ بالتربيع

$ك^٢ - ١٦ك + ٦٤ = ك^٢ + ١٦$

$١٦ك = ٦٤ - ١٦ = ٤٨$

ك = ٣ ∴ ا (٣ ، ٠)

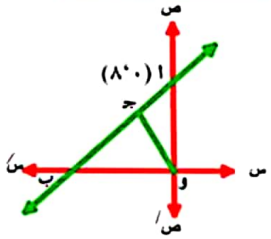
ا ب = ٨ − ٣ = ٥ وحدات

$\Delta$ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ا ب × و حـ

$= \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٤ = ١٠$ وحدة مربعة

---

(٢٧) فى الشكل المقابل :




و نقطة الأصل لنظام احداثى متعامد

، ا (٠ ، ٨) ،

مساحة المثلث ا و جـ = ٤ وحدة مربعة فإذا كان ا ب = ٣ ا جـ أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{أب}$

الحـل

$\Delta$ م ا و ب = ٣ $\Delta$ م ا حـ و = ١٢

∴ $\frac{١}{٢}$ ا و × و ب = ١٢

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٨ × و ب = ١٢

∴ و ب = ٣

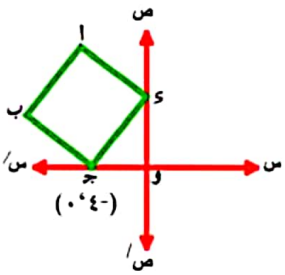
ب (−٣ ، ٠) ، ا (٠ ، ٨)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٨-٠}{٠+٣}$ = $\frac{٨}{٣}$

ص = $\frac{٨}{٣}$ س + ٨

---

(٢٨) فى الشكل المقابل :




ا ب جـ ء مربع مساحة سطحه ٢٥ وحدة مربعة ، فإذا كانت جـ ∈ لمحور السينات ، ء ∈ لمحور الصادات ، احداثى جـ (−٤ ، ٠) أوجد احداثى النقط ا ، ب ، ء

الحـل

طول ضلع المربع $\sqrt{٢٥}$ = ٥

ء حـ = $\sqrt{٥^٢ - ٤^٢}$ = ٣

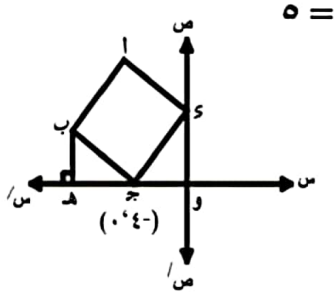
ك = ٣ ء (٠ ، ٣)

$\Delta$ ا ء و ، حـ هـ ب متطابقين

حـ هـ = و ء = ٣

هـ ب = ٤ ب (−٧ ، ٤)

منتصف $\overline{ء ب}$ = منتصف $\overline{ا حـ}$






Mozkrty.com
Scanned with CamScanner

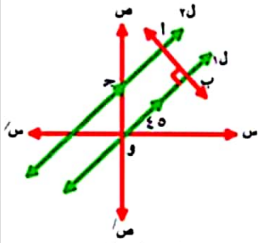
$$\left(\frac{٧-٠}{٢}\ ،\ \frac{٤+٣}{٢}\right)=\left(\frac{-٤+س}{٢}\ ،\ \frac{٠+ص}{٢}\right)$$

$-٧=-٤+س$ ، $ص=٧$

$س=-٣$ ∴ أ $(-٣\ ،\ ٧)$

---

(٢٩) فى الشكل المقابل :



$ل_١ \parallel ل_٢$ ، $ل_١$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥ ويمر بنقطة الأصل و ، أ $(١\ ،\ ٥)$ ، $\exists ل_٢$ ، $\overleftrightarrow{أب} \perp ل_١$

$ل_٢$ يقطع محور الصادات فى النقطة جـ

(١) أوجد معادلة المستقيم $ل_١$

(٢) أوجد معادلة المستقيم $ل_٢$

(٣) طول $\overline{أب}$

**الحل**

ميل $ل_١ =$ ظا ٤٥ $= ١$ معادلة $ص = س$

ميل $ل_٢ =$ ظا ٤٥ $= ١$

$ص = س + حـ$ بالتعويض بـ $(١\ ،\ ٥)$

$٥ = ١ + حـ$ ∴ $حـ = ٤$

$ص = س + ٤$

نفرض ب $(ك\ ،\ ك)$

ميل $\overleftrightarrow{أب} = -١$

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{ك-٥}{ك-١} = -١$

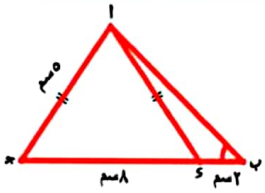
$ك - ٥ = -ك + ١ \longleftarrow ٢ك = ٦$

$ك = ٣$

ب $(٣\ ،\ ٣)$ أ ب $= \sqrt{٤+٤} = ٢\sqrt{٢}$

---

(٣٠) فى الشكل المقابل :



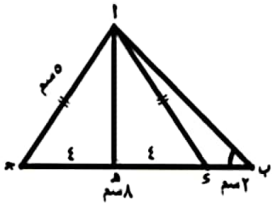
أ ب جـ مثلث ، $ء \in \overline{أجـ}$

أ ء $= أجـ = ٥$ سم ،

ب ء $= ٢$ سم ، جـ ء $= ٨$ سم

أوجد جا$^٢$ ب + جتا$^٢$ جـ

**الحل**



أ هـ $= \sqrt{(٥)^٢-(٤)^٢} = ٣$

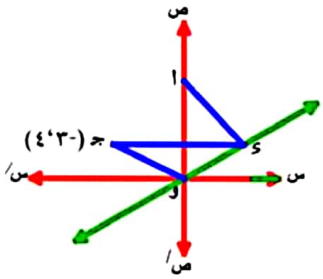
أ ب $= \sqrt{٣٦+٩} = ٣\sqrt{٥}$

جا$^٢$ ب + جتا$^٢$ حـ

$$\left(\frac{٣}{٣\sqrt{٥}}\right)^٢+\left(\frac{٤}{٥}\right)^٢=\frac{٢١}{٢٥}$$

---

(٣١) فى الشكل المقابل :



معادلة $\overleftrightarrow{وى}$ هى $ص = ٢س$ ، احداثي النقطة جـ $(-٣\ ،\ ٤)$

فإذا كانت مساحة سطح المثلث أ وى $=$ مساحة سطح المثلث جـ وى

أوجد احداثى النقطة أ ثم أوجد معادلة $\overleftrightarrow{أجـ}$

**الحل**

م $\Delta$ أ وى $=$ م $\Delta$ حـ وى

$\therefore \overleftrightarrow{وى} \parallel \overleftrightarrow{أحـ}$

ميل $\overleftrightarrow{وى} = ٢$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{أحـ} = ٢$

نفرض أ $(٠\ ،\ ص)$

$$\therefore \text{ميل } \overleftrightarrow{أحـ} = \frac{ص-٤}{٣} = ٢$$

∴ ص $= ١٠$ أ $(٠\ ،\ ١٠)$

$ص = ٢س + ١٠$

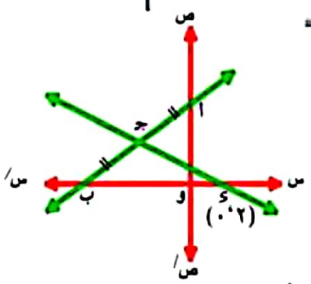
---



Mozkrty.com

Scanned with CamScanner

(٢٢) فى الشكل المقابل




معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي

٢ س − ٣ص + ١٢ = ٠

، احداثي ى(٢ ، ٠)

، جـ منتصف $\overline{أب}$ أوجد معادلة $\overleftrightarrow{جى}$

**الحل**

أ (٠، ٤) ، ب (−٦ ، ٠)

$حـ = \left(\frac{٠-٦}{٢} ، \frac{٤+٠}{٢}\right) = (-٣، ٢)$

ميل $\overleftrightarrow{حى} = \frac{٠-٢}{-٣-٢} = \frac{-٢}{٥}$

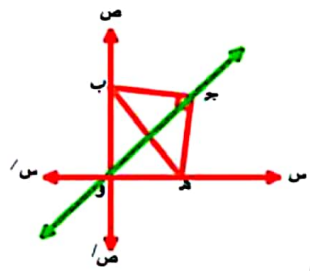
ص $= \frac{-٢}{٥}$ س + حـ بالتعويض بـ ( ٢ ، ٠)

$٠ = \frac{-٤}{٥} + حـ \leftarrow حـ = \frac{٤}{٥}$

ص $= \frac{-٢}{٥}$ س $+ \frac{٤}{٥}$

---

(٢٣) فى الشكل المقابل :




$\overline{هجـ} \perp \overline{بجـ}$ ،

معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$ هي

٤س − ٣ص = ٠

فإذا كان

ب هـ = ٢٠ وحدة طول

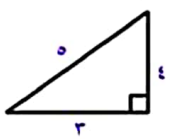
ق(∠هوجـ) = ق(∠جبهـ)

أوجد طول $\overline{بجـ}$

**الحل**

ميل $\overleftrightarrow{وحـ} = \frac{٤}{٣}$

ظا(∠حبهـ) = ظا(∠حوهـ) $= \frac{٤}{٣}$



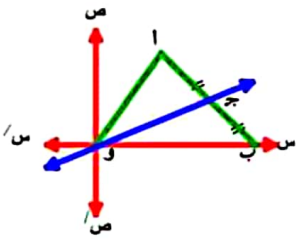

جا(∠حبهـ) $= \frac{٤}{٥} = \frac{حـهـ}{٢٠}$

حـ هـ = ١٦

∴ بحـ $= \sqrt{(٢٠)^٢ - (١٦)^٢} = ١٢$

---

(٢٤) فى الشكل المقابل




المثلث بـ ا و متساوى الأضلاع

، جـ منتصف $\overline{أب}$

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$

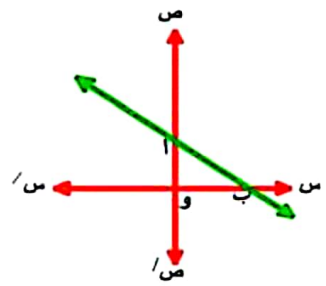
**الحل**

ميل $\overleftrightarrow{وحـ}$ ظا ٣٠ $= \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، حـ = ٠

ص $= \frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

---

(٢٥) فى الشكل المقابل :




احداثي ا (٦،٠) ،

مساحة المثلث وا ب = ٩ وحدة مربعة

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{أب}$

**الحل**

و ا = ٦ ∴ $\frac{١}{٢}$ و ب × ٦ = ٩

و ب = ٣ ∴ ب (٠، ٣)

ص = م س + ٦ بالتعويض

٠ = ٣ م + ٦ ⟵ م = − ٢

ص = − ٢ س + ٦

---

(٢٦) إذا كان المثلث ابجـ قائم الزاوية فى ب ، ظا ا + ظا جـ $= \frac{٢٥}{١٢}$ أوجد ظا$^٢$ ا + ظا$^٢$ س

**الحل**

∵ ظا ا + ظا حـ $= \frac{٢٥}{١٢}$ بالتربيع

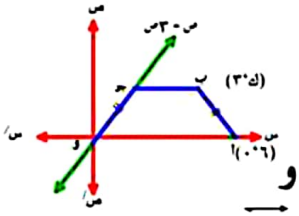
ظا$^٢$ ا + ظا$^٢$ حـ + ٢ ظا ا ظا حـ $= \frac{٦٢٥}{١٤٤}$

ظا$^٢$ ا + ظا$^٢$ حـ $= \frac{٣٣٧}{١٤٤}$



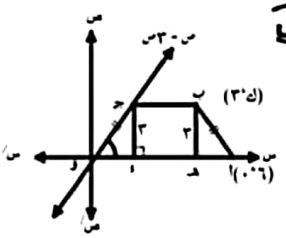
Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس للتحويل CamScanner

(٣٧) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ و شبه منحرف متساوى الساقين حيث أ ب = جـ و ، أ و // ب جـ ، معادلة وجـ هى ص = 3س فإذا كان احداثي نقطة ب (ك ، ٣) ، احداثي نقطة أ (٦ ، ٠) أوجد قيمة ك

الحل



ظا (∠ حـ و أ) = ميل المستقيم = ٣

ظا و = ٣

∴ $\frac{٣}{\text{ء و}}$ = ٣

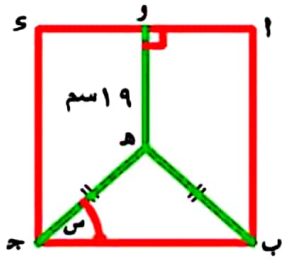
∴ ء و = ١ سم ∴ أ هـ = ١ سم

∴ هـ ء = ٤ ∴ و هـ = ٥ سم

∴ ك = ٥

---

(٣٨) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ٢٤ سم ، وهـ ⊥ أ ء

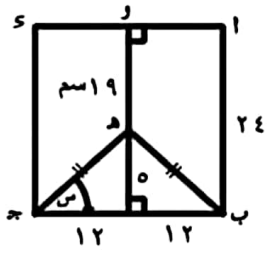
وهـ = ١٩ سم ، هـ ب = هـ جـ

ك [ جتاس − جاس ] = ١

أوجد قيمة ك

الحل

هـ حـ = $\sqrt{(١٢)^{٢} - (٥)^{٢}}$ = ١٣

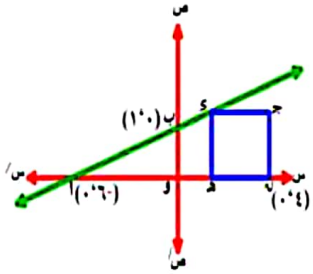


ك [ $\frac{١٢}{١٣} - \frac{٥}{١٣}$ ] = ١

ك × $\frac{٧}{١٣}$ = ١

∴ ك = $\frac{١٣}{٧}$

(٣٩) فى الشكل المقابل :



أ ب يمر بالنقطتين أ (− ٦ ، ٠) ، ب (٠ ، ١)

هـ ب حـ مربع حيث ب (٤ ، ٠) أوجد مساحة المربع هـ ب حـ

الحل

طول ضلع المربع ل

∴ هـ (٤ − ل ، ٠)

في Δ أ و ب ظا أ = $\frac{١}{٦}$

في Δ أ هـ ء ظا أ = $\frac{\text{ل}}{١٠ - \text{ل}}$

⇐ أ هـ = ١٠ − ل

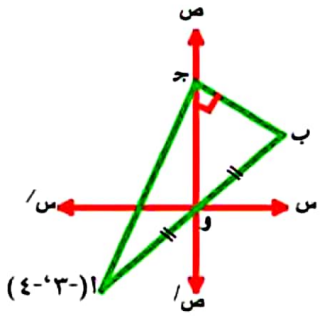
∴ $\frac{١}{٦} = \frac{\text{ل}}{١٠ - \text{ل}}$ ← ٦ل = ١٠ − ل

٧ل = ١٠ ← ل = $\frac{١٠}{٧}$

مساحة المربع = $\frac{١٠٠}{٤٩}$

---

(٤٠) فى الشكل المقابل



إذا كانت جـ ∈ لمحور الصادات أ (− ٣ ، − ٤) ، أ جـ ⊥ ب جـ

أوجد طول ب جـ

الحل

ب (٣ ، ٤)

ب أ = $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠

و حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب

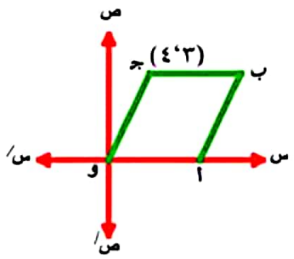
و حـ = ٥ ∴ حـ (٠ ، ٥)

ب حـ = $\sqrt{٩ + ١}$ = $\sqrt{١٠}$



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
تم تصوير بـ CamScanner

**(٤١) فى الشكل المقابل :**




ا ب جـ و معين
، جـ (٣ ، ٤)

(١) أوجد احداثى النقطتين ا ، ب

(٢) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{وب}$

الحل

و حـ = و ا ← و حـ = $\sqrt{٩+١٦}$ = ٥

ا (٠ ، ٥)

م منتصف $\overline{اح}$

= $\left(\frac{٣+٥}{٢} ، \frac{٤+٠}{٢}\right)$ = (٤ ، ٢)

م منتصف $\overline{بو}$

= $\left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{ص+٠}{٢}\right)$ = (٤ ، ٢)

$\frac{س}{٢}$ = ٤ ← س = ٨ ، $\frac{ص}{٢}$ = ٢ ← ص = ٤

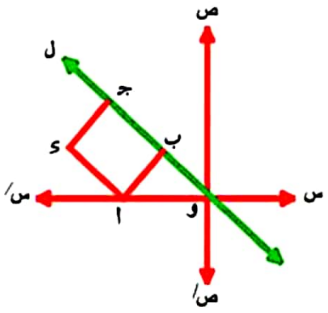
ب (٨ ، ٤)

ميل $\overleftrightarrow{وب}$ = $\frac{٤-٠}{٨-٠}$ = $\frac{١}{٢}$

معادلة $\overleftrightarrow{وب}$ ص = $\frac{١}{٢}$ س

---

**(٤٢) فى الشكل المقابل :**




ا ب جـ ء مربع طول
ضلعه ٣ $\sqrt{٢}$ وحدة
طول ، معادلة ل
هى ص + س = ٠
فأوجد

(١) ق(∠ ا و ب)

(٢) احداثى النقطة ا

(٣) معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{اء}$

الحل

ميل ل = -١

∴ قياس زاوية ميله مع محور السينات ١٣٥°

ق(∠ ب و ا) = ٤٥°

و ا = ا ب × $\sqrt{٢}$ = ٣ $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$ = ٦

ميل $\overleftrightarrow{اء}$ = ميل ل = -١

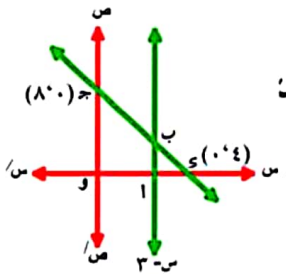
ص = -س + حـ بالتعويض بـ ( -٦ ، ٠ )

٠ = ٦ + حـ ∴ حـ = -٦

ص = - س - ٦

---

**(٤٣) فى الشكل المقابل :**




و نقطة الأصل لنظام احداثى متعامد

جـ (٠ ، ٨) ، ء (٤ ، ٠) ،

معادلة $\overleftrightarrow{اب}$ هى س = ٣

$\overleftrightarrow{اب} \cap \overleftrightarrow{جء}$ = {ب} أوجد مساحة الشكل ا ب جـ و

الحل

ميل $\overleftrightarrow{جء}$ = $\frac{٠-٨}{٤-٠}$ = -٢

ص = -٢ س + ٨

ب ( ٣ ، ك ) بالتعويض

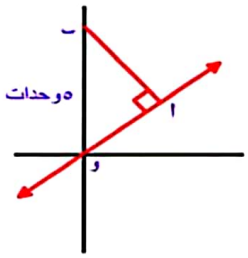
ك = -٦ + ٨ = ٢

ا ب = ٢ ، و حـ = ٨ ، و ا = ٣

مساحة شبه المنحرف

= $\frac{٨+٢}{٢}$ × ٣ = ١٥ وحدة

**(٤٤) معادلة $\overleftrightarrow{وا}$ هي**




ص = ٢ س

أوجد إحداثي النقطة ا

الحل

ميل $\overleftrightarrow{وا}$ = ٢ ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = $\frac{-١}{٢}$

عندما س = ك ⟸ ص = ٢ ك

∴ ا ( ك ، ٢ك ) ، ب ( ٠ ، ٥ )

ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = $\frac{٥-٢ك}{٠-ك}$ = $\frac{-١}{٢}$

١٠ - ٤ ك = ك

٥ ك = ١٠ ⟸ ك = ٢

∴ ا ( ٤ ، ٢ )



Mozkrty.com
Scanned with CamScanner
ليس تحويل ب CamScanner