١ أوجد قيم ا ، ب إذا كان:

١ (ا – ٢ ، ب + ١) = (٢ ، -٣)

الحل

٢ (ا – ٧ ، ٢٦) = (-٢ ، ب^{٣} – ١)

الحل

٣ (ا^{٥} ، ب^{٢} – ١) = (٣٢ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$)

الحل

٢ إذا كان (س – ١ ، ١١) = (٨ ، ص +٣)

أوجد قيمة $\sqrt{\text{س} + ٢\text{ص}}$

الحل

٣ إذا كانت س~=={٣، ٤} ، ص~ ={٤ ،٥}، ع= {٥ ، ٦}

أوجد : ١) س~ × (ص~ ∩ ع)

٢) (س~ – ص~) × ع

٣) (س~ – ص~) × (ص~ – ع)

الحل

٤ إذا كانت س = {٣، ٥} ، ص = {١ ، ٢} ، ع = {٣} فأوجد

[١] ن (س × ع) [٢] (ص ∩ س) × ع

الحـــل

٥ إذا كان س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

اوجد : ص^{٢} ومثلها بمخطط بياني

الحـــل

٦ إذا كانت س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

أوجد: ١) س، ص ٢) ص × س ٣) ص^{٢}

الحـــل

٧ إذا كان س × ص = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٧)}

اوجد : [١] ص [٢] ص × س

الحـــل

٨ إذا كانـــــت س = {١ ، ٢ ، ٣} ،

ص = {١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ا ع ب تعنى " ا = $\frac{١}{٣}$ ب" اكتب بيان ع وبين أنها دالة واكتب مداها

الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

٩ إذا كانـــت س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ،
ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} اعـ تعنـــى " ا = ٢ ب "
اكتب بيـان ع ومثلـه بمخطـط سـهمي وهـل ع دالـة

الحـــل

١٠ إذا كانـــت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ،
ص = {ص : ص ∈ ط ، ص عـــدد زوجـــي ≤ ١٠}
اعـ تعنى " ا = $\frac{١}{٢}$ ب" اكتب بيان ع وهل عـ دالة
ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحـــل

١١ إذا كانـــــت س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ،
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} اعـ تعنـــــى
" ا + ب = ٧ " اكتب بيان ع ومثلـه بمخطط بيانى
وهل ع دالة ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحـــل

١٢ إذا كانـــــت س= {١ ، ٢ ، ٣} ،ص={٢ ، ٣ ، ٧}
اعـ تعنى" ا + ب =عدد أولى" اكتب بيان ع
إذا كان ٢اعـ٣ أوجد قيمة ا

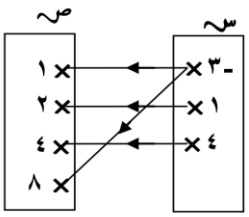
الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

١٣ إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ،
ص = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} "ا" = ب " اكتب بيان ع وهل ع دالة ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحل

١٤ المخطط السهمي المقابل علاقة من س إلى ص
حيث س={-٣ ، ١ ، ٤} ص ={١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}



١) اكتب بيان ع
٢) هل ع دالة أم لا ولماذا؟
٣) ما قيمة س إذا كان (س + ٢) ∋ بيان ع

الحل

١٤ إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع دالة ،
ع = {(ا ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)} أوجد ا + ب

الحل

١٥ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٣}،
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} وكانت
د: س ← ص حيث د(س) = ٥ – س
أوجد بيان د ، مجموعة صور عناصر المجال

الحل

١٦ إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ١ ، ٢} ،
ص = { $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١، ٣ ، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ا ع ب تعنى "ا^{٣} = ب" لكل ا ∋ س ، ب ∋ ص اكتب بيان ع وهل ع دالة ؟

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

١٧ إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ،
ع علاقة على س ، أع ب تعنى "أ معكوس جمعي لـ ب " اكتب بيان ع وبين أن ع دالة واذكر مداها

الحل

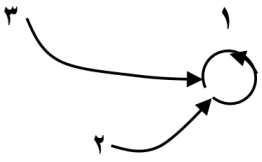
١٨ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢، $\frac{1}{2}$} ،ع علاقة على س
أع ب تعنى "أ معكوس ضربي لـ ب" اكتب بيان ع ، هل ع دالة ولماذا ؟

الحل

١٩ إذا كانـــــت س = {٢ ، ٥ ، ٨} ،
ص = {-١ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٠} " أ عامل من عوامل ب ، أ تقسم ب" اكتب بيان العلاقة

الحل

٢٠ <u>في الشكل المقابل:</u>
هل ع دالة أم لا
واذكر مداها



الحل

٢١ إذا كانـــت س = {٣ ، ٤ ، ٥} ،
ص = {٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أع ب تعنى "ب = ٢ أ – ١
أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع وهل ع دالة ؟

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

٢٢ إذا كانت د دالة على س~ حيث س~= {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
وكانت د(٣) = ٣ ، د(٤) = ٥ ، د(٥) = ٤ ، د(٦)=٥
مثل د بمخطط بياني واكتب بيانها

الحـــل

٢٣ إذا كانـــــــــت س~ = {٠ ، ١ ، ٣}
ص~= {١ ،٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} وكانت د: س~ ← ص~
حيث د(س) = ٥ – س
١) أوجد مدى الدالة د ٢)ارسم مخطط بياني للدالة د

الحـــل

٢٤ إذا كانت د(س) = س^{٢} – س + ٣ أوجد:
د(٢) ، د(٠) ، د($\sqrt{٣}$)

الحـــل

٢٥ إذا كانت د(س) = ٢س^{٢} – ٥س +٢ اثبت أن: د(٢) = د($\frac{١}{٢}$)

الحـــل

٢٦ إذا كانت د(س) = س^{٢} – ٣س ، ر(س) = س – ٣
١) أوجد : د($\sqrt{٢}$) + ٣ر($\sqrt{٢}$)
٢) أثبت أن : د(٣) = ر(٣) = صفر

الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

٢٧ إذا كانت د(س) = ٤س + ب ، د(٣) = ١٥
فأوجد قيمة ب

الحل

٢٨ إذا كانت د(س)= س – ٦ وكانت $\frac{1}{3}$ د(أ)= -٢
فأوجد قيمة أ

الحل

٢٩ إذا كانت د(س) = ٣س + ب ، د(٤) = ٣
فأوجد قيمة ب

الحل

٣٠ إذا كان بيان د = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١)} أوجد : المجال ، المدى ، قاعدة الدالة

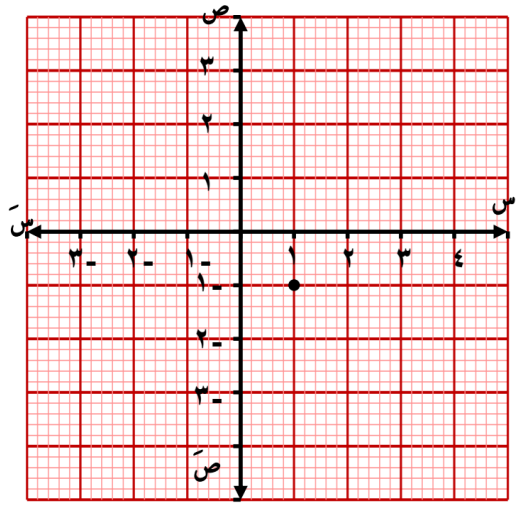
الحل

٣١ إذا كان بيان د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)} أوجد : المجال ، المدى
قاعدة الدالة

الحل

٣٢ مثل بيانياً د(س) = ٢س – ٣ وأوجد نقطتي التقاطع مع محوري الإحداثيات:

الحل



مذكرتي Mozkrty.com

٣٣ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٦س – ا يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) فأوجد قيمة ا٢ + ٧ب

الحل

٣٤ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٣س – ٦ يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة (ا ، ا٢)

١) اوجد قيمة ا

٢) نقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات

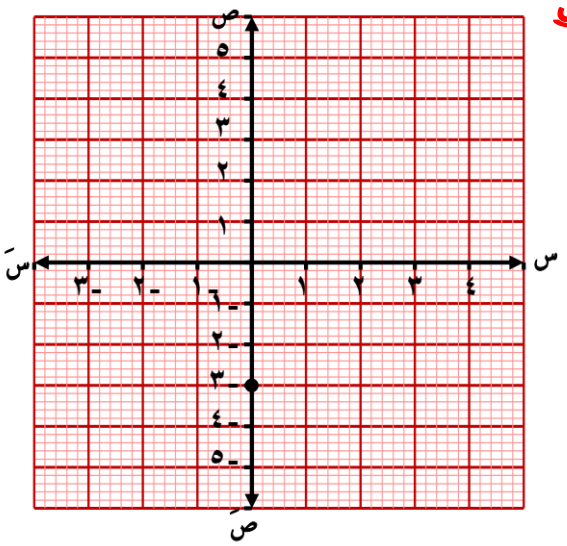
الحل

٣٥ ارسم الشكل البياني للدالة د(س) = س^{٢} – ٢س – ٣ متخذا س ∈ [-٢ ، ٤] ومن الرسم أوجد:

١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحل

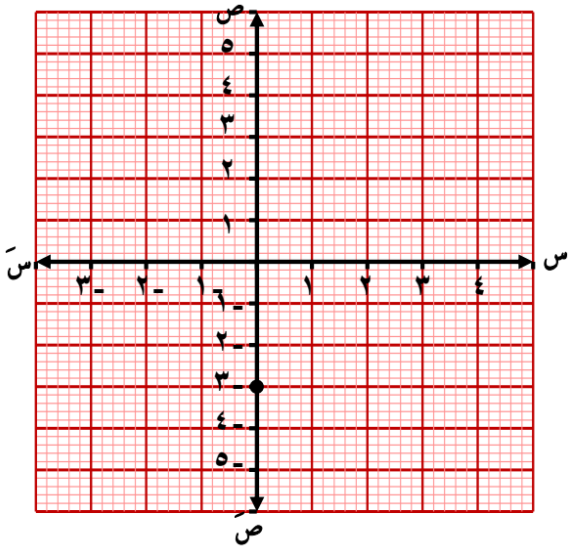


٣٦ ارسم الشكل البياني للدالة د(س) = ٢ – س^{٢} حيث س ∈ [-٢ ، ٢] ومن الرسم أوجد:

١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحل



مذكرتي Mozkrty.com

٣٧ د(س) = ٢س + ب ، ر(س) = ب

حيث د ، ر دوال كثيرات الحدود

وكان د(١) + ر(٤) = ١٢ أوجد د(٤) + ر(-١)

الحل

٣٨ د(س) = -٢س + ٣ ، ر(س) = -٧

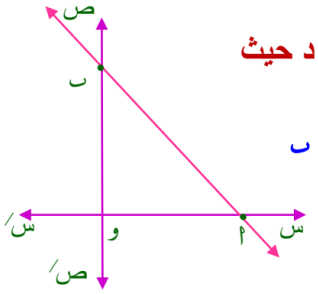
(١) أوجد درجة د ، ر (٢) احسب د(٠) + ر(٠)

الحل

٣٩ الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث د(س) = ٤ - ٢س اوجد:

١) إحداثي كل من النقطتين ا ، ب

٢) مساحة المثلث اوب



الحل

١ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحل

٣ أوجد العدد الموجب الذى إذا أضيف مربعهإلى مقدم النسبة ٢٩ : ٤٦ وطرح مربعه من تاليهافإننا نحصل على النسبة ٣ : ٢

الحل

٤ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين

الحل

٥ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

٦ إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

الحل

٧ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ أوجد قيمة

$٧أ + ٩ب : ٤أ + ٢ب$

الحل

٨ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ أثبت أن

$$\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{١}{٢}$$

الحل

٩ إذا كان أ : ب : حـ = ٥ : ٧ : ٣ وكان

أ + ب = ٢٧,٦ أوجد قيمة أ ، ب ، حـ

الحل

١٠ إذا كان $٣أ = ٢ب$ فأوجد قيمة $\frac{٣أ - ب}{٢أ + ب}$

الحل

مذكرتي
Mozkrty.com

١١ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ تكون متناسبة

الحل

١٢ إذا كان $\frac{س - ٢ص}{س + ٣ص} = \frac{١}{٣}$ أوجد $\frac{ص}{س}$

الحل

١٣ إذا كان $\frac{ا}{ب - ا} = \frac{حـ}{ء - حـ}$ فأثبت أن

ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

الحل

١٤ إذا كان $\frac{ا}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{ا}{حـ} = \frac{٣}{٥}$

فأوجد ا : ب : حـ

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

١٥ إذا كان ا ، ب ، حـ ، و كميات متناسبة فأثبت أن :

١) $\frac{ا^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ا^{٢} + حـ^{٢}}{ب^{٢} + و^{٢}}$ ٢) $\left(\frac{ا - حـ}{ب - و}\right)^{٢} = \frac{احـ}{بو}$

الحـــل

١٦ إذا كـان س ، ص ، ع ، ل كميـات متناسـبة فأثبت أن

$$\left(\frac{س + ص}{ع + ل}\right)^{٢} = \frac{٢س^{٢} + ٣ص^{٢}}{٢ع^{٢} - ٣ل^{٢}}$$

الحـــل

١٧ إذا كـان ا ، ب ، حـ ، و كميـات متناسـبة فأثبت أن

$$\frac{ا}{ب - ا} = \frac{حـ}{و - حـ}$$

الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

١٨ إذا كان ا ، ب ، حـ ، و كميات متناسبة

فأثبت أن : $\frac{ا^{٢} + حـ^{٢}}{ب^{٢} + و^{٢}} = \frac{احـ}{بو}$

الحل

١٩ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن

$\sqrt{٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ع^{٢}} = ٢س + ص$

الحل

٢٠ إذا كان: $\frac{٢١س + ا}{٧س + ب} = \frac{ا}{ب}$ فأوجد قيمة $\frac{ا + ٢ب}{١٢}$

الحل

٢١ إذا كان $\frac{ا}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤} = \frac{١٢ - ب + ٥حـ}{٣س}$

فأوجد قيمة س

الحل

٢٢ إذا كان $\frac{س}{أ + ب} = \frac{ص}{٢ب - حـ} = \frac{ع}{٢حـ - أ}$

فأثبت أن : $\frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - حـ} = \frac{٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$

الحـــل

٢٣ إذا كان $\frac{س + ص}{٧} = \frac{ص + ع}{٥} = \frac{ع + س}{٨}$

فأثبت أن : $\frac{س + ص + ع}{س - ع} = ٥$

الحـــل

٢٤ إذا كان $\frac{س + ص}{٧} = \frac{ص + ع}{٥} = \frac{ع + س}{٨}$

فأثبت أن : $\frac{س + ص + ع}{س - ع} = ٥$

الحـــل

٢٦ إذا كان $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{ب + حـ}{٦} = \frac{حـ + أ}{٥}$

فأثبت أن : $\frac{أ + ب + حـ}{أ} = ٧$

الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

٢٧

إذا كانت ب وسط متناسب بين ا ، حـ اثبت أن

١) $\frac{ا^{٢}+ب^{٢}}{ب^{٢}+حـ^{٢}}=\frac{ا}{حـ}$ ٢) $\frac{ا^{٢}}{ب^{٢}}+\frac{ب^{٢}}{حـ^{٢}}=\frac{ا٢}{حـ}$

الحـــل

٢٨

إذا كان ب وسط متناسب بين ا ، حـ أثبت أن :

١) $\frac{ا-ب}{ب-حـ}=\frac{ا+٣ب}{٣حـ+ب}$ ٢) $\left(\frac{ب-حـ}{ا-ب}\right)^{٢}=\frac{حـ}{ا}$

الحـــل

٢٩

إذا كانت ا ، ب ، حـ ، و فى تناسب متسلسل اثبت أن

١) $\frac{ا - ٢ب}{ب - ٢حـ} = \frac{٣ب + ٤حـ}{٣حـ + ٤و}$ ٢) $\frac{حـ^{٢} - و^{٢}}{ا - حـ} = \frac{ب و}{ا}$

الحـــل

٣٠

إذا كان $\frac{ا^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢} + حـ^{٢}}{حـ^{٢}}$ أثبت أن

ب وسط متناسب بين ا ، حـ حيث ا كمية موجبة

الحـــل

٣١ إذا كان $\frac{ا}{ب - ا} = \frac{حـ}{و - حـ}$ فأثبت أن

ا ، ب ، حـ ، و كميات متناسبة

الحـــل

مذكرتي
Mozkrty.com

٣٢ إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧
أوجد العلاقة بين ص ، س وقيمة ص عندما س = ١٤

الحل

٣٣ إذا كانت ص تتغير طردياً مع س وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢ أوجد
١)العلاقة بين ص ، س ٢)قيمة ص عندما س = ٦٠

الحل

٣٤ إذا كانت ص ∝ س^{٣} وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢ أوجد
١)العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

الحل

٣٥ إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س كانت ص = ٣ عندما س = ٢ أوجد
١)العلاقة بين ص، س ٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

٣٦ إذا كانت ص ∝ $\frac{١}{\sqrt{س}}$ كانت ص = ٢ عندما س = ١٦

١) أوجد العلاقة بين ص، س ٢) قيمة ص عندما س = ٩

الحل

٣٧ إذا كان $\frac{ا + ٢ب}{٦} = \frac{ب + ٣حـ}{٣}$ أثبت أن: ا ∝ حـ

الحل

٣٨ إذا كان $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$ أثبت أن: ص ∝ ع

الحل

٣٩ إذا كان ١٤ ا^{٢} + ٩ ب^{٢} = ١٢ ا ب

أثبت أن : ا تتغير طردياً بتغير ب

الحل

٤٠ إذا كانت س^{٢} ص^{٢} − ٦ س ص + ٩ = ٠

أثبت أن ص تتغير عكسياً مع س

الحل

مذكرتي Mozkrty.com

٤١

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

من الجدول السابق أجب عن الأسئلة الآتية

١) بين نوع التغير بين ص ، س

٢) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

٣) أوجد قيمة س عندما ص = $٢\frac{٢}{٥}$

الحـــل

٤٢ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن فإذا قطعت السيارة ١٥٠كـم فـى ٦ سـاعات فكـم كيلـومتراً تقطعهـا فـى ١٠ ساعات

الحـــل

٤٣ إذا كانت ص = ٢ + أ وكانت أ تتغير عكسياً مع س

وكانت أ = ٥ عندما س = ٢ أوجد

١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ٥

الحـــل

٤٤ إذا كانـت ص = أ + ٧ وكانـت أ $\propto \frac{١}{س^{٢}}$

وكانت أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد

١)العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ٢

الحـــل

٤٤ فى الجدول المقابل

س	١	٢	ب	٤	٦
ص	١٢	أ	٣٦	٤٨	٧٢

١) بين نوع التغير بين ص،س ٢) أوجد قيمتى أ،ب

الحـــل

٤٦ احسب الانحراف المعيارى للقيم

١٦ ،٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

الحـــل

٤٦ فيما يلي التوزيع التكراري يبين عدد أطفال بعض الاسر فى احدى المدن الجديدة.
احسب الانحراف المعيارى لعدد الاطفال

عدد الاطفال	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الاسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحـــل

مذكرتي Mozkrty.com

٤٧

احسب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

الحـــل

٤٨

إن كـان هنـاك فـي إحـدى الكليـات ٤٠٠٠ طالـب بالسـنة الأولـى ٣٠٠٠ فـى الثانيـة ، ٢٠٠٠ الثالثـة ، ١٠٠٠ في الرابعة وأردنـا سحب عينـة طبقيـة حجمها ٥٠٠ طالب تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها فأحسب عدد مفردات كل طبقة في العينة

الحـــل

مذكرتي
Mozkrty.com

١ إذا كان النسبة بين قياسي زاويتان متتامتان كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منها بالقياس الستينى

الحل

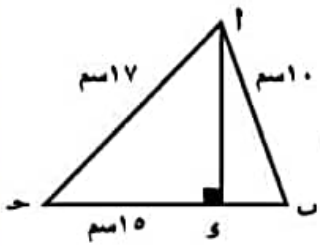
٢ Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى حـ
ا ب = ١٣سم ، ب حـ = ١٢سم
أ) أثبت أن : حا ا حتا ا + حتا ا حا ا = ١
ب) أوجد قيمة : ١ + ظا٢ ا

الحل

٣ Δ ا ب حـ فيه ق (∠ ا) = ٩٠° ،
ا حـ = ١٥سم ، ا ب = ٢٠سم
أ) أثبت أن : حتا حـ جتا ب − حا حـ حا ب = صفر
ب) أوجد قيمة : حا٢ ب + حتا٢ ب

الحل

٤ فى الشكل المقابل:



$\overline{ا و} \perp \overline{ب حـ}$ ، ا حـ = ١٧سم
، و حـ = ١٥سم ، ا ب = ١٠سم
أوجد قيمة : ٣ ظا حـ + حا ب

الحل

أ/ عصام سعيد
Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب فإذا كان
ق(∠ا) = ٣٠° ، ا حـ = ١٢ سم فأوجد النسب المثلثية للزاوية حـ

الحل

٦ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فإذا كان
س ع = ٢ س ص فأوجد النسب المثلثية للزاوية س

الحل

٧ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب ، ا ب = ٦ سم ، ظا حـ = $\frac{٣}{٤}$
أوجد ١) طول $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ا حـ}$ ٢) جا ا + جتا ا

الحل

٨ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان
جا ا = ٠,٦ أوجد قيمة جا ا جتا حـ + جتا ا جا حـ

الحل

أ/ عصام سعيد
مذكرتي Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩ ا ح و شبه منحرف فيه $\overline{او} // \overline{ب ح}$ ، ق (∠ ب) = ٩٠°
، وكان ا ب = ٣سم ، ا و = ٦سم، ب ح = ١٠سم أثبت أن:
حتا (∠ و ح ب) − طا (∠ ا ح ب) = $\frac{١}{٢}$

الحل

١٠ ا ح و شبه منحرف متساوى الساقين فيه
$\overline{او} // \overline{ب ح}$ ، ا و = ٤ سم ، ا ب = ٥ سم ،
ب ح = ١٢سم ، أثبت أن: $\frac{٥ \text{طا} ب \text{حتا} ح}{\text{جا}^{٢} ح + \text{حتا}^{٢} ب} = ٣$

الحل

١١ أوجد قيمة:
١) حتا ٦٠ جا ٣٠ − جا ٦٠ طا ٦٠ + حتا ٣٠
٢) $\frac{\text{حتا}^{٢}٦٠ + \text{حتا}^{٢}٣٠ + \text{طا}^{٢}٤٥}{\text{جا}٦٠ \text{طا}٦٠ - \text{جا}٣٠}$

الحل

١٢ برهن أن
١) $\text{جا}^{٢}٣٠ = ٥ \text{ حتا}^{٢}٦٠ - \text{طا}^{٢}٤٥$
٢) $\text{جا}^{٣}٣٠ = ٩ \text{حتا}^{٣}٦٠ - \text{طا}^{٢}٤٥$

الحل

أ/ عصام سعيد
مذكرتي Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٣ أوجد قيمة س التي تحقق

(١) س حا٣٠ حتا٢ ٤٥ = حا٢ ٦٠

(٢) ٤س = حتا٢ ٣٠ طا٢ ٣٠ طا٢ ٤٥

(٣) طاس = ٤ حتا٦٠ حا٣٠

(٤) ٢حاس = جا٣٠ حتا٦٠ + حتا٣٠ حا٦٠

الحل

١٤ ا ب حـ د مستطيل فيه ا ب = ١٥سم ، ا حـ = ٢٥سم

اوجد : أ) ق (∠ ا حـ د) ب) مساحة المستطيل ا ب حـ د

الحل

١٤ Δ ا ب حـ فيه ا ب = ا حـ = ١٠سم ، ب حـ = ١٢سم

أثبت أن

أ) جا٢ حـ + حتا٢ حـ = ١ ب) حاب + حتاحـ < ١

الحل

أ/ عصام سعيد

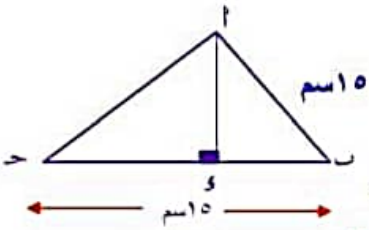
Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٥ في الشكل المقابل

أ و ⊥ ب حـ ، ب حـ = ١٥سم

أوجد قيمة

أ جتا حـ + أ جتا ب



الحل

١٦ سلم أ ب طوله ٦م يستند طرفه العلوى أ

على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقيه فإذا كانت

حـ هي مسقط أ على الأرض وكانت زاوية ميل السلم

عن الأرض ٦٠° أوجد طول أ حـ

الحل

١٧

الحل

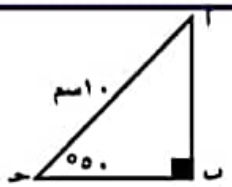
١٨ Δ أ ب حـ فيه أ ب = أ حـ = ٢,٦ سم ، ق(∠ حـ) = ٢٤´ ٨٤°

أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول ب حـ

الحل

١٩ أوجد طول أ ب

لأقرب رقم عشرى واحد



الحل

٢٠ أوجد قيمة: $\frac{\text{جتا}^2 ٦٠ + \text{جتا}^2 ٣٠ + \text{طا}^2 ٤٥}{\text{جا}^2 ٦٠ \text{طا}^2 ٦٠ - \text{جا}^2 ٣٠}$

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢١ أثبت أن النقط ا(٣ ، -١) ، ب(-٤ ، ٦) ، حـ(٢ ، -٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م(-١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة حيث $\pi = 3,14$

الحل

٢٢ إذا كانت ا(٥ ، ٠) ، ب(٧ ، $3\sqrt{2}$) ، حـ(٣ ، $3\sqrt{2}$) ثلاث نقاط في مستوى إحداثي متعامد اثبت أن Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع

الحل

٢٣ بين نوع المثلث الذى رؤوسه ا(-٢ ، ٤) ، ب(٣ ، -١) ، حـ(٤ ، ٥) بالنسبة لأضلاعه

الحل

٢٤ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط ا(٥ ، -٥) ب(-١ ، ٧) ، حـ(١٥ ، ١٥) قائم الزاوية فى ب ثم احسب مساحته.

الحل

٢٥ ا ب حـ د شكل رباعي فيه ا(٥ ، ٣) ، ب (٦ ، -٢) ، حـ(١ ، -١) ، د(٠ ، ٤) أثبت أن الشكل ا ب حـ د معين ثم أوجد مساحته.

الحل

أ/ عصام سعيد
مذكرتي Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٦ أ(٢ ، ٣) ، ب(-١ ، -١) ، حـ(٣ ، -٤) ، ء(٦ ، ٠)
أثبت أنها رؤوس مربع وأوجد مساحته

الحل

٢٧ إذا كانت النقط أ(١ ، ٠) ، ب(-١ ، ٤) ، حـ(٧ ، ٨)، ء(٩ ، ٤) فى مستوى إحداثي فأثبت أن أ ب حـ ء مستطيل

الحل

٢٨ أ(-٢ ، ٥) ، ب(٣ ، ٣) ، حـ(-٤ ، ٢) ، ء(-٩ ، ٤)
اثبت أن الشكل أ ب حـ ء متوازي أضلاع

الحل

٢٩ أوجد قيمة أ إذا كان البعد بين النقطتين
(أ ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوى ٥

الحل

أ/ عصام سعيد

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٠ إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي $2\sqrt{5}$ فأوجد قيمة س

الحل

٣١ إذا كانت ا(س ، ٣) ، ب(٣ ، ٢) ، حـ(٥ ، ١) ، كانت ا ب = ب حـ فأوجد قيمة س

الحل

٣٢ إذا كانت حـ منتصف $\overline{ا ب}$ فأوجد س ، ص

ا(س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) ، حـ(٤ ، ٦)

الحل

٣٣ إذا كانت حـ منتصف $\overline{ا ب}$ فأوجد س ، ص

ا(س ، -٦) ، ب(٩ ، -١١) ، حـ(-٣ ، ص)

الحل

٣٤ إذا كانت ا(١،-٦٠)،ب(٩ ، ٢) أوجد إحداثيات النقط التي تقسم $\overline{ا ب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية

الحل

أ/ عصام سعيد
Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٥ إذا كانت حـ(٦ ، -٤)هي منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٥ ، -٣) فأوجد إحداثي ب

الحل

٣٦ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م فإذا كانت ب(٨ ، ١١)، م(٥ ، ٧) أوجد إحداثيي أ، محيط الدائرة حيث $\pi = 3,14$

الحل

٣٧ إذا كانت أ(٣ ، ٢) ، ب(٤ ، -٣) ، حـ(-١ ، -٢) ، ء(-٢ ، ٣) هي رؤوس معين أوجد:

١) إحداثيي نقطة تقاطع القطرين ٢) مساحة المعين أبحـء

الحل

٣٨ أبحـء متوازي أضلاع فيه أ(٢،٣)، ب(٤ ، -٥)، حـ(٠ ، -٣) أوجد إحداثي ء

الحل

٣٩ أثبت أن النقط أ(٦ ، ٠) ، ب(٢ ، -٤) ، حـ(-٤ ، ٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ثم أوجد إحداثي ء التي تجعل الشكل أبحـء مستطيل

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١ أثبت أن النقط أ(٥ ، ٣) ، ب(٣ ، -٢) ، حـ(-٢ ، -٤) هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية فى ب ثم أوجد إحداثيي نقطة ء التي تجعل الشكل أبحء معين

الحل

٢ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٤ ، ٥) ، (-٣ ، -٢) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحل

٣ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٤ ، $\sqrt{٣}$ + ٣) ، (٥ ، $\sqrt{٣}$ + ٢) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠°

الحل

٤ أثبت أن المستقيم الذى معادلته ٢س + ٤ص - ٣ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين أ(١ ، ٣) ، ب(١ ، ٢)

الحل

٥ أثبت أن المستقيم الذى معادلته ٢س + ص + ٨ = ٠ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، ٣) ، ب(-١ ، ٢)

الحل

٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -١) ، (٥ ، ١) يوازى المستقيم الذى معادلته أس + ٣ص + ٥ = ٠ أوجد أ

الحل

٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٢) ، (٦ ، -٣) عموديا على المستقيم الذى معادلته ٥ص - أس + ٣ = ٠ أوجد أ

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط س(٣ ، ٥) ص(٤ ، ٢) ، ع(-٥ ، ١) قائم فى ص أوجد قيمة ا

الحل

٩ إذا كان المستقيم ل١ المار بالنقطتين (٣ ، ١)، (٢ ، ك) و المستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان ل١ ، ل٢

١) متعامدان ٢) متوازين

الحل

١٠ إذا كانت ا(٠ ، -١) ، ب(٢ ، ٣) ، حـ(-١ ، -٣) أثبت أن النقط على استقامة واحدة

الحل

١١ النقط (٠ ، ١) ، (ا ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة ا

الحل

١٢ مثل بيانياً على الشبكة البيانية المتعامدة النقط ا(٢ ، ٣) ، ب(٦ ، ٢) ، حـ(-٢ ، -٢) ، د(-٢ ، ١) ثم اثبت أن الشكل ا ب حـ د شبه منحرف

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٣ أثبت باستخدام الميل أن النقط أ(-١ ، ٣) ، ب(٥ ، ١) ، حـ(٦ ، ٤) ، ء(٠ ، ٦) هي رؤوس مستطيل

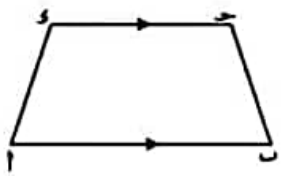
الحل

١٤ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين أ(-٣، ٤)، حـ(-٣ ، -٢) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين ب(١ ، ٢) ، ء(-٣ ، ٢)

الحل

١٥ في الشكل المرسوم

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{أب} \parallel \overline{حء}$ بحيث أ(٩ ، -٢) ، ب(٣ ، ٢) ، حـ(س ، - س) ، ء(٤ ، -٣) أوجد إحداثي نقطة حـ



الحل

١٦ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

١) ٢س - ٣ص + ٥ = ٠ ٢) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

الحل

أ/ عصام سعيد
Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٧ مستقيم ميله = $\frac{١}{٢}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات طوله وحدتين أوجد:

أ) معادلة المستقيم ب) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

١٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، -١) وميله ٢

الحل

١٩ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -٥) ويوازي المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

الحل

٢٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (-١ ، ٢)

الحل

٢١ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٢ ، ٣) وعمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٢}$ س – ٥

الحل

٢٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودي على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، -٣) ، ب(٥ ، -٤)

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٣ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

٢٤ أوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ١) ، (٢ ، ٧) ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله ٥ وحدات

الحل

٢٦ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

٢٣ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

٢١ أ(-٣ ، ٤) ، ب(٥ ، -١) ، حـ(٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة أ وينصف $\overline{ب حـ}$

الحل

أ/ عصام سعيد
مذكرتي Mozkraty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢٩ أوجد معادلة المستقيم العمودي على $\overline{أب}$ من نقطة منتصفها حيث أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)
"أوجد معادلة محور تماثل $\overline{أب}$"

الحل

٣٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محوري الاحداثيات جزءين موجبين طولهما ٤، ٩ على الترتيب

الحل

٣١ الجدول المقابل يمثل علاقة خطية

س	١	٢	٣
ص	١	٣	أ

١) أوجد معادلة الخط المستقيم
٢) أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات
٣) أوجد أ

الحل

٣٢ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{س-١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

الحل

أ/ عصام سعيد
مذكرتي Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٣ إذا كانت معادلتى المستقيمين ل١ ، ل٢ ، هما
٢س – ٣ص + أ = ٠ ، ٣س + بص – ٦ = ٠ فأوجد
أ) قيمة ب التي تجعل ل١ ، ل٢ متوازيان
ب) قيمة ب التي تجعل ل١ ، ل٢ متعامدان
جـ) النقطة (١ ، ٣) تقع على ل١ ، أوجد قيمة أ

الحل

٣٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٢)
ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (-١ ، ٢)

الحل

٣٥ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{س-١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

الحل

٣٦ اوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ , ٥) , (٤ , -١)

الحل

Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

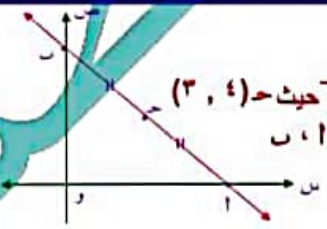
٣٧ إرسم الخط المستقيم الذي ميله يساوى ٢ ويقطع جزءا من الاتجاه السالب لمحور الصادات يساوى ٣ وحدات

الحل

٣٨ في الشكل المقابل

النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث حـ(٤ ، ٣)

اوجد إحداثى كل من أ ، ب



الحل

٣٩ أ ب حـ د مربع فيه أ(٥،٤) ، حـ(-١،٦) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{ب د}$

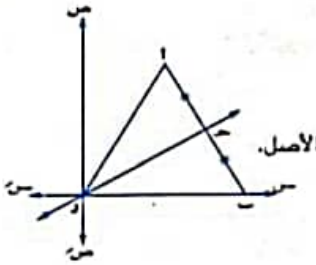
الحل

٤٠ فى الشكل المقابل :

أ ب د مثلث متساوى الأضلاع

، حـ منتصف $\overline{أب}$

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{د حـ}$ حيث د نقطة الأصل.



الحل

أ/ عصام سعيد
Mozkrty.com
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١ أوجد قيم أ ، ب إذا كان:

١ (أ − ٢ ، ب + ١) = (٢ ، −٣)

الحل

أ − ٢ = ٢ | ب + ١ = −٣
أ = ٢ + ٢ | ب = −٣ − ١
أ = ٤ | ب = −٤

٢ (أ − ٧ ، ٢٦) = (−٢ ، ب^{٣} − ١)

الحل

أ − ٧ = −٢ | ب^{٣} − ١ = ٢٦
أ = −٢ + ٧ | ب^{٣} = ٢٦ + ١
أ = ٥ | ب^{٣} = ٢٧
ب = $\sqrt[3]{٢٧}$
ب = ٣

٣ (أ^{٥} ، ب^{٢} − ١) = (٣٢ ، $\sqrt[3]{٢٧}$)

الحل

أ^{٥} = ٣٢ | ب − ١ = $\sqrt[3]{٢٧}$
أ^{٥} = ٢^{٥} | ب − ١ = ٣
أ = ٢ | ب = ٣ + ١
ب = ٤
ب = ± $\sqrt{٤}$
ب = ± ٢

٢ إذا كان (س − ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣)
أوجد قيمة $\sqrt{\text{س} + ٢\text{ص}}$

الحل

س − ١ = ٨ | ص + ٣ = ١١
س = ٨ + ١ | ص = ١١ − ٣
س = ٩ | ص = ٨

$\sqrt{\text{س} + ٢\text{ص}} = \sqrt{٩ + ٢ \times ٨}$
$= \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$

٣ إذا كانت س~ = {٣ ، ٤} ، ص~ = {٤ ، ٥} ، ع~ = {٥ ، ٦}
أوجد : ١) س~ × (ص~ ∩ ع~)
٢) (س~ − ص~) × ع~
٣) (س~ − ص~) × (ص~ − ع~)

الحل

① س~ × (ص~ ∩ ع~)
= {٣ ، ٤} × {٥}
= {(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥)}

② (س~ − ص~) × ع~
= {٣} × {٥ ، ٦}
= {(٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦)}

③ (س~ − ص~) × (ص~ − ع~)
= {٣} × {٤}
= {(٣ ، ٤)}

٤ إذا كانت س = {٣، ٥} ، ص = {١ ، ٢} ، ع = {٣} فأوجد

١ ن (س × ع) ٢ (ص ∩ س) × ع

الحل

① ن (س × ع) = ن(س) × ن(ع)

= ٢ × ١

= ٢

② (ص ∩ س) × ع

= ∅ × {٣}

= ∅

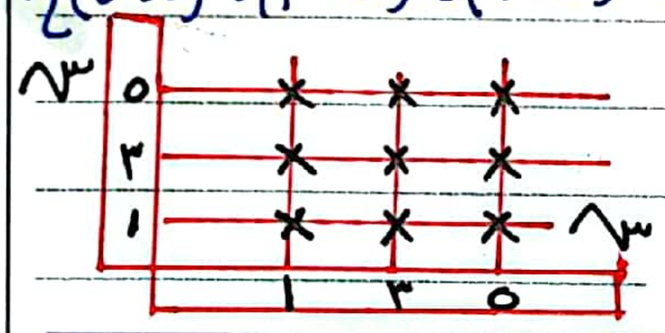
٥ إذا كان س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

اوجد : ص٢ ومثلها بمخطط بياني

الحل

س = {١} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥}

ص٢ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥)}



٦ إذا كانت س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

أوجد: ١) س، ص ٢) ص × س ٣) ص٢

الحل

س = {١} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥}

ص × س = {(١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ١)}

ص٢ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

٧ إذا كان س × ص = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٧)}

اوجد : ١ ص س ٢ ص × س

الحل

س = {٢} ، ص = {٢ ، ٥ ، ٧}

ص × س = {(٢ ، ٢) ، (٥ ، ٢) ، (٧ ، ٢)}

٨ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ،

ص = {١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ا ع ب تعنى " ا = $\frac{١}{٣}$ ب" اكتب بيان ع وبين أنها دالة واكتب مداها

الحل

س = {١ ، ٢ ، ٣}

ص = {١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢}

ع = "ا = $\frac{١}{٣}$ ب"

بيان ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٩)}

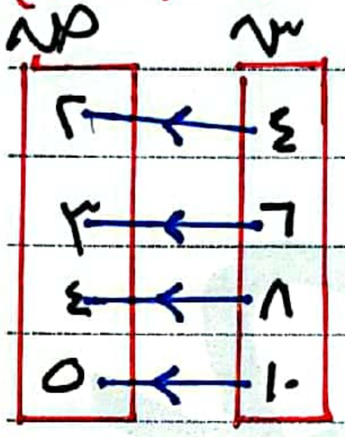
ع دالة لأن كل عنصر في س ظهر في خط تحول مرة واحدة فقط

المدى = {٣ ، ٦ ، ٩}

٩ إذا كانت س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ،
ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} اعْ ل تعنى " ١ = ٢ ل "
اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة

الحل

س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} م
ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ل
م = ٢ ل
بيانه ع = {(٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٨ ، ٤) ، (١٠ ، ٥)}



ع دالة لأن كل عنصر من س ظهر كسقط أول مرة واحدة

١٠ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ،
ص = {ص : ص ∈ ط ، ص عدد زوجي ≤ ١٠}
اعْ ل تعنى " ١ = $\frac{1}{2}$ ل " اكتب بيان ع وهل ع دالة
ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحل

س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} م
ص = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ٠} ل
م = $\frac{1}{2}$ ل " ٢ × م = ل "
بيانه ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨)}
ع دالة لأن كل عنصر من س ظهر كسقط أول مرة واحدة

المدى = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨}

١١ إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ،
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} اعْ ل تعنى
" ١ + ل = ٧ " اكتب بيان ع ومثله بمخطط بياني
وهل ع دالة ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحل

س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} م
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ل
م + ل = ٧
بيانه ع = {(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢)}
ع دالة لأن كل عنصر من س ظهر كسقط أول مرة واحدة فقط
المدى = {٦ ، ٤ ، ٣ ، ٢}

١٢ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٧}
اعْ ل تعنى " ١ + ل = عدد أولى " اكتب بيان ع
إذا كان ٢ ع ٣ أوجد قيمة ١

الحل

س = {١ ، ٢ ، ٣} م
ص = {٢ ، ٣ ، ٧} ل
بيانه ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤)}
∴ ٢ ع م ٣
∴ (٣ ، م ٢) ∈ بيانه ع
∴ (٣ ، ٢) = (٣ ، م ٢)
∴ م ٢ = ٢ ← ١ = ١

١ + ل	عدد أولى
١ + ٢ = ٣	✓
١ + ٣ = ٤	×
١ + ٧ = ٨	×
٢ + ٢ = ٤	×
٢ + ٣ = ٥	✓
٢ + ٧ = ٩	×
٣ + ٢ = ٥	✓
٣ + ٣ = ٦	×
٣ + ٧ = ١٠	×

١٣ إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ،
ص = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} "أ" = ب " اكتب
بيان ع وهل ع دالة ولماذا؟ وإذا كانت دالة أذكر مداها؟

الحل
س × ص = {(-١ ، ٠) ، (-١ ، ١) ، (-١ ، ٢) ، (-١ ، ٣) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، ١) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (١ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣)}
ن(س × ص) = ١٢
ب = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩}
ن(ب) = ٥
ن(س × ص) = ن(س) × ن(ب)
١٢ = ن(س) × ٥
ن(س) = ١٢ ÷ ٥
ن(س) = ٢٫٤ ليست عدد صحيح
∴ ع ليست دالة

١٤ إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع دالة ،
ع = {(١ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)} أوجد ١ + ب

الحل
∵ ع دالة
∴ س = {أ ، ب ، ٥}
∵ أ = ٣ ، ب + ٥ = ٣ + ٥ = ٨
∵ ٣ + ٥ = ب + أ
∴ ٨ = ب + أ

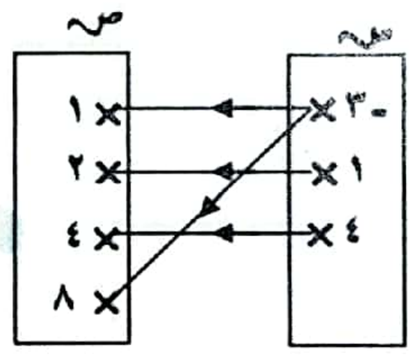
١٥ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٣} ،
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} وكانت
د: س ← ص حيث د(س) = ٥ - س
أوجد بيان د ، مجموعة صور عناصر المجال

الحل
د(س) = ٥ - س
د(٠) = ٥ - صفر = ٥
د(١) = ٥ - ١ = ٤
د(٣) = ٥ - ٣ = ٢
∴ بيان ع = {(٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢)}
مجموعة صور عناصر المجال "المدى"
= {٢ ، ٤ ، ٥}

١٦ إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ١ ، ٢} ،
ص = {$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١ ، ٣ ، ٨} وكانت ع علاقة
من س إلى ص حيث أ ع ب تعني "أ" = ب" لكل
أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع وهل ع داله ؟

الحل
س = {-٢ ، -١ ، ١ ، ٢}
ن(س) = ٤
ص = {$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١ ، ٣ ، ٨}
ب = {$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١ ، ٣ ، ٨}
ن(ب) = ٥
ن(س × ص) = ن(س) × ن(ب)
ن(س × ص) = ٤ × ٥ = ٢٠
ن(س × ص) = ن(س) × ن(ب)
٢٠ = ن(س) × ٣
ن(س) = ٢٠ ÷ ٣
ن(س) = ٦٫٦٦ ليست عدد صحيح
∴ ع ليست دالة لأنه -٢ ∈ س لم يظهر
كمسقط أول لأكثر من مرة واحدة

١٤ المخطط السهمي المقابل علاقة من س إلى ص
حيث س = {-٣ ، ١ ، ٤} ، ص = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}



١) اكتب بيان ع
٢) هل ع دالة أم لا ولماذا؟
٣) ما قيمة س إذا كان
(س ، ٢) ∈ بيان ع

الحل
بيان ع = {(-٣ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (-٣ ، ٨) ، (١ ، ٤) ، (٤ ، ٤)}
ع ليست دالة لأن العنصر -٣ ∈ س ظهر كمسقط أول أكثر من مرة
∴ (س ، ٢) ∈ بيان ع
∴ (س ، ٢) = (١ ، ٢)
∴ س = ١

١٧ إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ،
ع علاقة على س ، اعـ ب تعنى "ا معكوس جمعي لـ ب" اكتب بيان ع وبين أن ع دالة واذكر مداها

الحل
م = {-٢} ، {-١} ، {٠} ، {١} ، {٢}
م = {-٢} ، {-١} ، {٠} ، {١} ، {٢}
ا معكوس جمعي لـ ب
بيان ع = {(-٢ ، ٢) ، (-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، -١) ، (٢ ، -٢)}.
ع دالة لأن كل عنصر ∈ س ظهر مرة واحدة فقط
المدى = {٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢}.

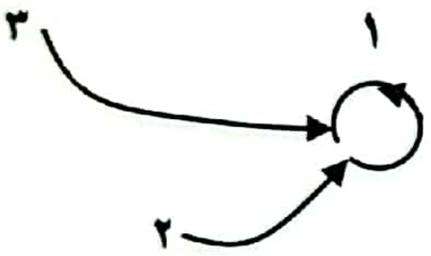
١٨ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ½} ، ع علاقة على س
اعـ ب تعنى "ا معكوس ضربي لـ ب" اكتب بيان ع ، هل ع دالة ولماذا ؟

الحل
م = {٠ ، ١ ، ٢ ، ½} ؟
م = {٠ ، ١ ، ٢ ، ½}
ا معكوس ضربي لـ ب
بيان ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ½) ، (½ ، ٢)}
ع ليست دالة لأن العنصر صفر ∈ م لم يظهر كما فقط أول في بيان ع

١٩ إذا كانت س = {٢ ، ٥ ، ٨} ،
ص = {١٠ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٠} " اعامل من عوامل ب ، ا تقسم ب" اكتب بيان العلاقة
← تعنى ب تقبل القسمة على ا

الحل
م = {٢ ، ٥ ، ٨} ا
م = {١٠ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٠} ب
"ا عامل من عوامل ب" "ا تقسم ب"
بيان ع = {(٢ ، ١٠) ، (٢ ، ١٦) ، (٢ ، ٢٤) ، (٥ ، ١٠) ، (٥ ، ٣٠) ، (٨ ، ١٦) ، (٨ ، ٢٤)}.

٢٠ في الشكل المقابل:
هل ع دالة أم لا
واذكر مداها



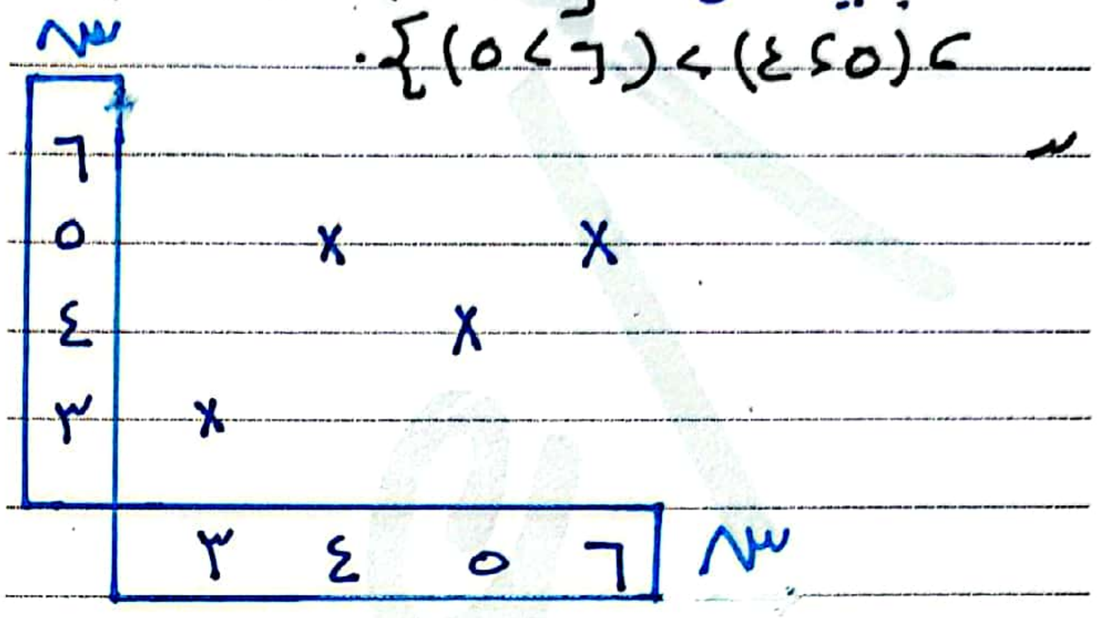
الحل
بيان ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ١)}
ع دالة لأن كل عنصر ∈ م ظهر مرة واحدة فقط
المدى = {١}

٢١ إذا كانت س = {٣ ، ٤ ، ٥} ،
ص = {٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث اعـ ب تعنى "ب = ٢ا - ١
ا ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع وهل ع دالة ؟

الحل
م = {٣ ، ٤ ، ٥} ؟
ص = {٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٩} ب
ب = ٢ا - ١
بيان ع = {(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٧) ، (٥ ، ٩)}
ع دالة لأن كل عنصر ∈ س ظهر مرة واحدة في بيان ع

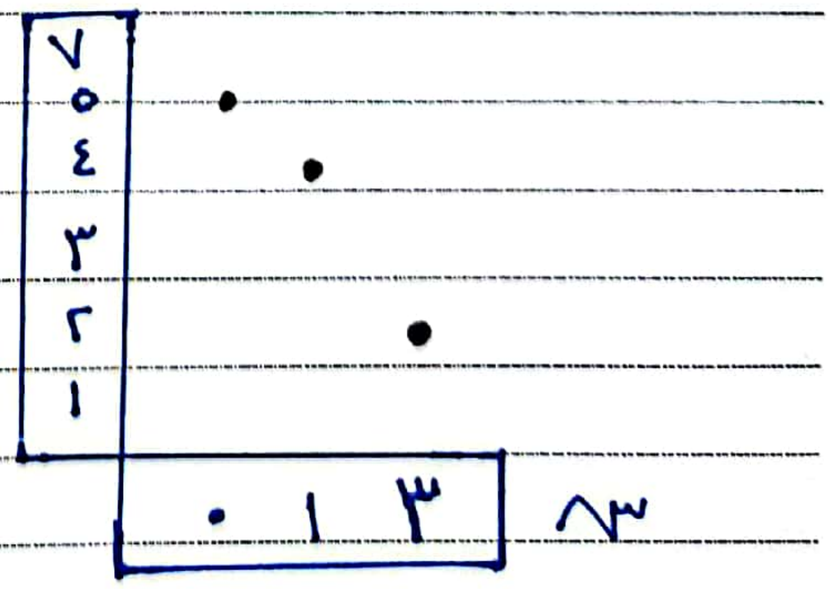
٢٢ إذا كانت د دالة على س~ حيث س~= {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
وكانت د(٣) = ٣ ، د(٤) = ٥ ، د(٥) = ٤ ، د(٦)=٥
مثل د بمخطط بياني واكتب بيانها

الحل
بيانه د = {(٣،٣) ، (٤،٥) ، (٥،٤) ، (٦،٥)}



٢٣ إذا كانت س~ = {٠ ، ١ ، ٣}
ص~= {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} وكانت د: س~ ← ص~
حيث د(س) = ٥ − س
١) أوجد مدى الدالة د ٢) ارسم مخطط بياني للدالة د

الحل
د(س) = ٥ − س
د(٠) = ٥ − ٠ = ٥
د(١) = ٥ − ١ = ٤
د(٢) = ٥ − ٣ = ٢
بيانه د = {(٠،٥) ، (١،٤) ، (٣،٢)}
المدى = {٢ ، ٤ ، ٥}



٢٤ إذا كانت د(س) = س^{٢} − س + ٣ أوجد:
د(٢) ، د(٠) ، د($\sqrt{٣}$)

الحل
د(٢) = (٢)^{٢} − (٢) + ٣
= ٤ − ٢ + ٣ = ٥
د(٠) = (٠)^{٢} − (٠) + ٣
= ٠ − ٠ + ٣ = ٣
د($\sqrt{٣}$) = ($\sqrt{٣}$)^{٢} − ($\sqrt{٣}$) + ٣
= ٣ − $\sqrt{٣}$ + ٣
= ٦ − $\sqrt{٣}$

٢٥ إذا كانت د(س) = ٢س^{٢} − ٥س + ٢ اثبت أن: د(٢) = د($\frac{١}{٢}$)

الحل
الطرف الأيسر = د(٢) = ٢ × (٢)^{٢} − ٥ × ٢ + ٢
= ٨ − ١٠ + ٢ = صفر
الطرف الأيمن = د($\frac{١}{٢}$) = ٢ × ($\frac{١}{٢}$)^{٢} − ٥ × ($\frac{١}{٢}$) + ٢
= $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٥}{٢}$ + ٢
= صفر
∴ د(٢) = د($\frac{١}{٢}$)

٢٦ إذا كانت د(س) = س^{٢} − ٣س ، ر(س) = س − ٣
١) أوجد : د($\sqrt{٢}$) + ٣ ر($\sqrt{٢}$)
٢) أثبت أن : د(٣) = ر(٣) = صفر

الحل
د($\sqrt{٣٧}$) = ($\sqrt{٣٧}$)^{٢} − ٣ × ($\sqrt{٣٧}$) + ٢ = ٣٧ − ٣$\sqrt{٣٧}$ + ٢
ر($\sqrt{٣٧}$) = $\sqrt{٣٧}$ − ٣
∴ د($\sqrt{٣٧}$) + ٣ ر($\sqrt{٣٧}$) = ٣٧ − ٣$\sqrt{٣٧}$ + ٢ + ٣($\sqrt{٣٧}$ − ٣)
= ٣٧ − ٣$\sqrt{٣٧}$ + ٢ + ٣$\sqrt{٣٧}$ − ٩
= ٣٧ − ٧ = ٣٠
د(٣) = (٣)^{٢} − ٣ × ٣ = ٠
ر(٣) = ٣ − ٣ = ٠
∴ د(٣) = ر(٣) = ٠

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠

٢٧ إذا كانت د(س) = ٤س + ب ، د(٣) = ١٥ فأوجد قيمة ب

الحل
د(س) = ٤س + ب
د(٣) = ٤ × ٣ + ب
١٢ + ب = ١٥
ب = ١٥ − ١٢
ب = ٣

٢٨ إذا كانت د(س) = س − ٦ وكانت $\frac{1}{3}$ د(أ) = −٢ فأوجد قيمة أ

الحل
$\frac{1}{3}$ د(أ) = −٢ ∴ د(أ) = −٢ ÷ $\frac{1}{3}$
د(أ) = −٦
أ − ٦ = −٦
−٦ = ٦ − أ
أ − ٦ = ٦
أ = ٦ + ٦
أ = ١٢ ⇐ أ = ٠

٢٩ إذا كانت د(س) = ٣س + ب ، د(٤) = ٣ فأوجد قيمة ب

الحل
د(٤) = ٣
∴ ٣ × ٤ + ب = ٣
١٢ + ب = ٣
ب = ٣ − ١٢
ب = −٩

٣٠ إذا كان بيان د = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) (٤ ، ١)} أوجد : المجال ، المدى ، قاعدة الدالة

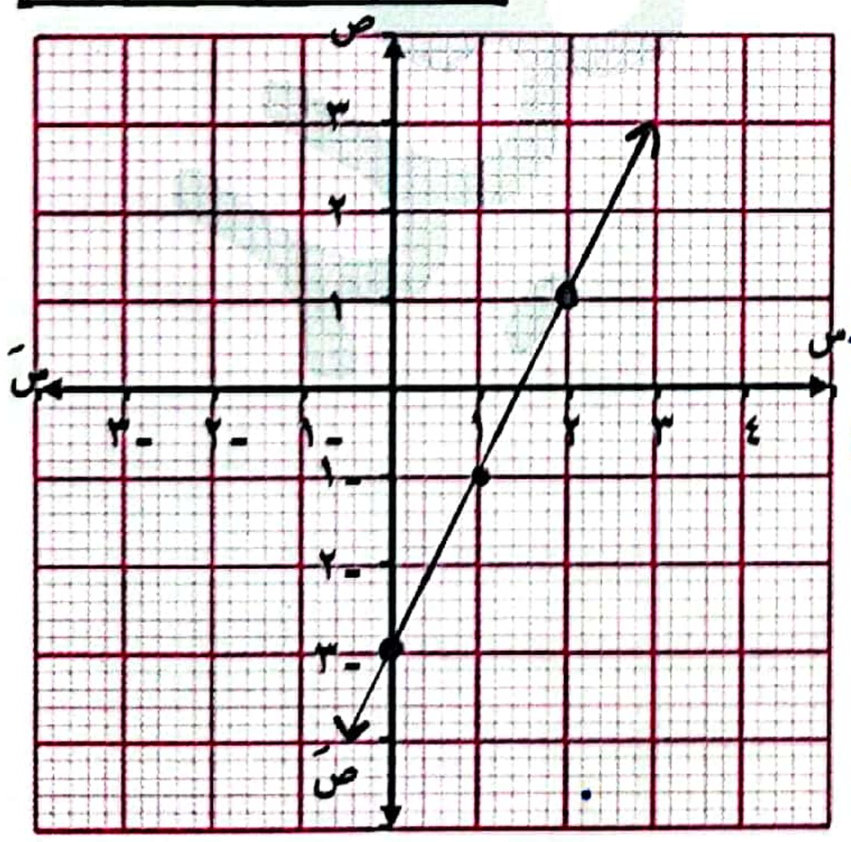
الحل
المجال = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}
المدى = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}
قاعدة الدالة
ص = س + ٥

٣١ إذا كان بيان د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)} أوجد : المجال ، المدى قاعدة الدالة

الحل
المجال = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}
المدى = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١}
قاعدة الدالة هي
ص = ٢س − ١

٣٢ مثل بيانياً د(س) = ٢س − ٣ وأوجد نقطتي التقاطع مع محوري الإحداثيات:

س	٠	١	٢
د(س)	−٣	−١	١

الحل


نقطة مع محور السينات = $(\frac{3}{2}، ٠)$
نقطة مع محور الصادات هي (٠ ، −٣)

٣٢ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٦س − ١ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) فأوجد قيمة ١٢ + ٧ب

د(س) = ص

الحل

ص = ٦س − ١

∴ المستقيم يقطع محور الصادات

من س = ٠ ، ص = ب

∴ (٠ ، ٣) تحقق الدالة

∴ ٣ = ٦ × ٠ − ١

٣ = −١ (×−١)

−٣ = ١

١ = −٣

من ١٢ + ٧ب

= ٢ × −٣ + ٧ × ٠

= −٦ + ٠ = −٦

---

٣٣ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٣س − ٦ يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة (١ ، ١٢)

١) اوجد قيمة ١

٢) نقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات

الحل

ص = ٣س − ٦

∴ (١ ، ١٢) تحقق الدالة

∴ ١٢ = ٣ × ١ − ١

١٢ = ٣ − ١

١ = −٩

١ = −٩

عندما س = ٠

∴ ص = ٣ × ٠ − ٩ = −٩

نقطة التقاطع مع محور الصادات

هى (٠ ، −٩)

---

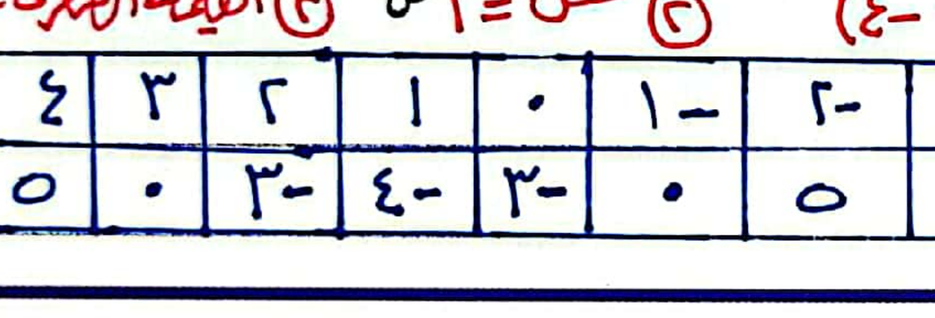
٣٤ ارسم الشكل البياني للدالة

د(س) = ٢ − س^{٢} حيث س ∈ [−٢ ، ٢] ومن الرسم أوجد:

١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحل



① (١ ، −٤) ② س = ١ ص ③ القيمة الصغرى = −٤

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
ص	٥	٠	−٣	−٤	−٣	٠	٥

---

٣٥ ارسم الشكل البياني للدالة

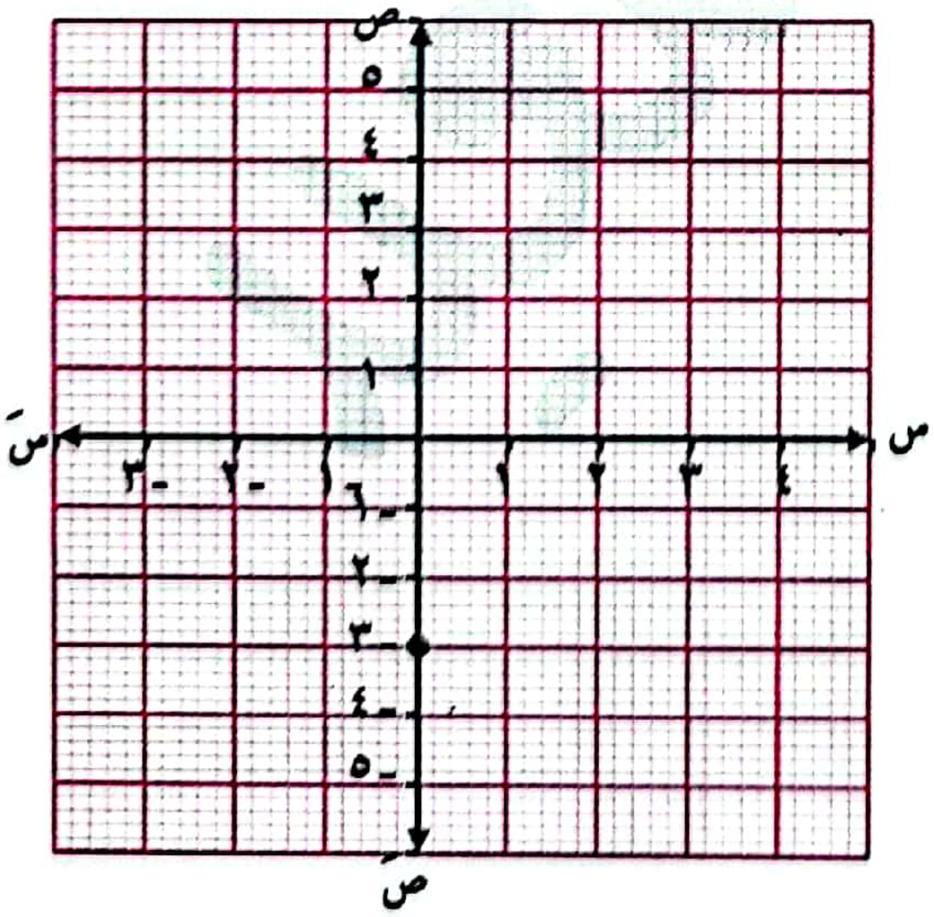
د(س) = س^{٢} − ٢س − ٣ متخذا س ∈ [−٢ ، ٤]

ومن الرسم أوجد:

١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحل



٣٧ د(س) = ٢س + ب ، ر(س) = ب

حيث د ، ر دوال كثيرات الحدود

وكان د(١) + ر(٤) = ١٢ أوجد د(٤) + ر(-١)

الحل

د(١) = ٢ + ب + ب = ١٢

ر(٤) = ب

∴ د(١) + ر(٤) = ١٢

٢ + ب + ب = ١٢

٢ + ٢ب = ١٢

٢ب = ١٢ - ٢

$\frac{٢ب}{٢} = \frac{١٠}{٢}$ ← ب = ٥

د(س) = ٢س + ٥ ، ر(س) = ٥

د(٤) = ٢ × ٤ + ٥ = ١٣ ، ر(-١) = ٥

∴ د(٤) + ر(-١) = ١٣ + ٥ = ١٨

٣٨ د(س) = -٢٠س + ٣ ، ر(س) = -٧

(١) أوجد درجة د ، ر (٢) احسب د(٠) + ر(٠)

الحل

درجة د هى الأولى

درجة ر هى الصفرية

د(٠) = -٢ × ٠ + ٣ = ٣

ر(٠) = -٧

∴ د(٠) + ر(٠)

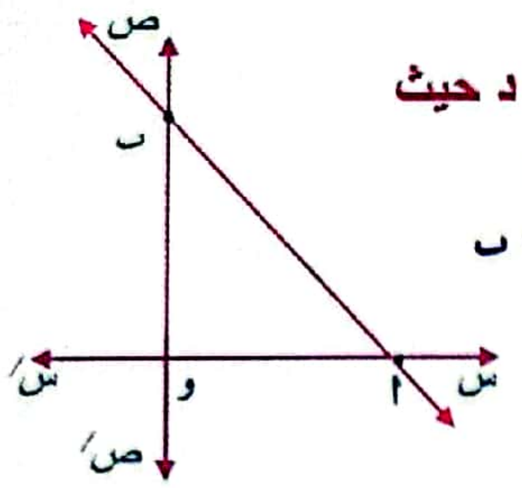
= ٣ + (-٧) = -٤

٣٩ الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث

د(س) = ٤ - ٢س اوجد:

١) إحداثي كل من النقطتين ا ، ب

٢) مساحة المثلث اوب



الحل

ص = ٤ - ٢س

∴ ب ∈ محور الصادات

∴ س = ٠

∴ ص = ٤ - ٢ × ٠ = ٤

∴ ب (٠ ، ٤)

∴ ا ∈ محور السينات

∴ ص = ٠

∴ ٤ - ٢س = صفر

∴ -٢س = -٤

س = $\frac{-٤}{-٢}$

س = ٢

∴ ا (٢ ، ٠)

مساحة Δ اوب

= $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × اوـ × بوـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤ = ٤ وحدة مربعة

١ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل نفرض العدد س

$\frac{٧+س}{١١+س} = \frac{٢}{٣}$

$٣(٧+س) = ٢(١١+س)$

$٢١+٣س = ٢٢+٢س$

$٣س-٢س = ٢٢-٢١$

$س = ١$

∴ العدد هو ١

٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحل نفرض العدد س

$\frac{٧+س^٢}{١١+س^٢}$

$٥(٧+س^٢) = ٤(١١+س^٢)$

$٣٥+٥س^٢ = ٤٤+٤س^٢$

$٥س^٢-٤س^٢ = ٤٤-٣٥$

$س^٢ = ٩$ ∴ $س = \pm\sqrt{٩}$

∴ $س = \pm٣$ ∴ العدد هو ٣ أو -٣

٣ أوجد العدد الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى مقدم النسبة ٢٩ : ٤٦ وطرح مربعه من تاليها فإننا نحصل على النسبة ٣ : ٢

الحل نفرض العدد س

$\frac{٢٩+س^٢}{٤٦-س^٢} = \frac{٣}{٢}$

$٢(٢٩+س^٢) = ٣(٤٦-س^٢)$

$٥٨+٢س^٢ = ١٣٨-٣س^٢$

$٢س^٢+٣س^٢ = ١٣٨-٥٨$

$٥س^٢ = ٨٠$ (÷٥) $\Leftarrow$ $س^٢ = ١٦$

∴ $س = \pm\sqrt{١٦} \Leftarrow س = \pm٤$

∴ العدد هو ٤

٤ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين

الحل نفرض العددان ٢س ، ٣س

$\frac{٢س+٧}{٣س-١٢} = \frac{٥}{٣}$

∴ $٣(٢س+٧) = ٥(٣س-١٢)$

$٦س+٢١ = ١٥س-٦٠$

$٦س-١٥س = -٦٠-٢١$

$-٩س = -٨١$ (÷-٩)

$س = \frac{-٨١}{-٩} = ٩$

العددان هما

$١٨ = ٩\times٢ < ٢٧ = ٩\times٣$

٥ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

الحل نفرض العددان ٣س ، ٧س

$\frac{٣س-٩}{٧س-٥} = \frac{١}{٣}$

$٣(٣س-٩) = ١(٧س-٥)$

$٩س-٢٧ = ٧س-٥$

$٩س-٧س = -٥+٢٧$

$٢س = ٢٢$ (÷٢)

$س = \frac{٢٢}{٢} = ١١$

∴ العددان هما

$٣٣ = ١١\times٣ < ٧٧ = ١١\times٧$

٦ إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

الحل

$س = ٢م$ ، $ص = ٣م$

$$\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س} = \frac{٣ \times ٢م + ٢ \times ٣م}{٦ \times ٣م - ٢م}$$

$$= \frac{٦م + ٦م}{١٨م - ٢م} = \frac{١٢م}{١٦م}$$

$$= \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$$

٧ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ أوجد قيمة $\frac{٢٧ + ٩ب}{٤أ + ٢ب} : ١٤ + ٢ب$

الحل

$أ = ٣م$ ، $ب = ٥م$

$$\frac{٢٧ + ٩ب}{٤أ + ٢ب} = \frac{٣ \times ٣م + ٩ \times ٥م}{٤ \times ٣م + ٢ \times ٥م}$$

$$= \frac{٢١م + ٤٥م}{١٢م + ١٠م} = \frac{٦٦م}{٢٢م} = \frac{٦٦}{٢٢}$$

$= ٣$

٨ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ أثبت أن

$$\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{١}{٢}$$

الحل

$س = ٣م$ ، $ص = ٤م$ ، $ع = ٥م$

$$\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{٢ \times ٤م - ٥م}{٣ \times ٣م - ٢ \times ٤م + ٥م}$$

$$= \frac{٨م - ٥م}{٩م - ٨م + ٥م} = \frac{٣م}{٦م}$$

$= \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٩ إذا كان أ : ب : حـ = ٥ : ٧ : ٣ وكان أ + ب = ٢٧,٦ أوجد قيمة أ ، ب ، حـ

الحل

$أ = ٥م$ ، $ب = ٧م$ ، $حـ = ٣م$

$أ + ب = ٢٧,٦$

$٥م + ٧م = ٢٧,٦$

$١٢م = ٢٧,٦$ (÷ ١٢)

$م = \frac{٢٧,٦}{١٢} = ٢,٣$

$أ = ٥م = ٥ \times ٢,٣ = ١١,٥$

$ب = ٧م = ٧ \times ٢,٣ = ١٦,١$

$حـ = ٣م = ٣ \times ٢,٣ = ٦,٩$

١٠ إذا كان ١٣ = ٢ب فأوجد قيمة $\frac{١٣ - ب}{١٢ + ب}$

الحل

$١٣ = ٢ب \Leftarrow \frac{أ}{ب} = \frac{٢}{١}$

$\therefore أ = ٢م$ ، $ب = ١م$

$$\frac{أ - ٣ب}{ب + ٢أ} = \frac{٢م - ٣م}{١م + ٢ \times ٢م}$$

$$= \frac{-م}{٥م} = \frac{-١}{٥}$$

١١ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ تكون متناسبة

الحل

نفرض العدد س

∴ ٣+س ، ٥+س ، ٨+س ، ١٢+س فى تناسب

∴ $\frac{٣+س}{٥+س} = \frac{٨+س}{١٢+س}$

(٣+س)(١٢+س) = (٨+س)(٥+س)

٣٦ +٣س+١٢س+س٢ = ٤٠ +٨س+٥س+س٢

٣٦ +١٥س = ٤٠ +١٣س

١٥س - ١٣س = ٤٠ - ٣٦

٢س = ٤ (÷٢)

س = ٢

∴ العدد هو ٢

١٢ إذا كان $\frac{س - ٢ص}{س + ٣ص} = \frac{١}{٣}$ أوجد $\frac{ص}{س}$

الحل

$\frac{س - ٢ص}{س + ٣ص} = \frac{١}{٣}$

٣(س - ٢ص) = ١(س + ٣ص)

٣س - ٦ص = س + ٣ص

٣س - س = ٣ص + ٦ص

٢س = ٩ص

∴ $\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٩}$

١٣ إذا كان $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{حـ}{ء - حـ}$ فأثبت أن

أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

الحل

$\frac{أ}{ب - أ} = \frac{حـ}{ء - حـ}$

∴ أ (ء - حـ) = حـ (ب - أ)

أء - أحـ = حـب - حـأ

∴ أء = حـب

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$

∴ أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة.

١٤ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{حـ} = \frac{٣}{٥}$

فأوجد أ : ب : حـ

الحل

أ : ب : حـ

٢ : ٣ : ٢

٣ : ٣ : ٥

٦ : ٩ : ١٠

١٥ إذا كان ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن :

١) $\frac{ا^٢ + حـ^٢}{ب^٢ + ء^٢} = \frac{ا^٢}{ب^٢}$ ٢) $\frac{اح}{بء} = \left(\frac{ا - حـ}{ب - ء}\right)^٢$

الحل

∵ ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

$\frac{ا}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$ ، م ≠ ٠

∴ ا = ب م ، حـ = ء م

١) الطرف الأيمن = $\frac{ا^٢ + حـ^٢}{ب^٢ + ء^٢}$

$= \frac{(ب م)^٢ + (ء م)^٢}{ب^٢ + ء^٢} = \frac{ب^٢ م^٢ + ء^٢ م^٢}{ب^٢ + ء^٢}$

$= \frac{م^٢ (ب^٢ + ء^٢)}{(ب^٢ + ء^٢)} = م^٢$ ← (١)

الطرف الأيسر = $\frac{ا^٢}{ب^٢}$

$= \frac{(ب م)^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ م^٢}{ب^٢} = م^٢$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الطرفان متساويان

٢) الطرف الأيسر = $\frac{اح}{بء}$

$= \frac{ب م × ء م}{ب ء} = م^٢$ ← (١)

الطرف الأيمن = $\left(\frac{ا - حـ}{ب - ء}\right)^٢$

$= \left(\frac{ب م - ء م}{ب - ء}\right)^٢ = \left(\frac{م(ب - ء)}{(ب - ء)}\right)^٢$

$= م^٢$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الطرفان متساويان

١٦ إذا كان س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة فأثبت أن

$\left(\frac{س + ص}{ع + ل}\right)^٢ = \frac{٢س^٢ + ٣ص^٢}{٢ع^٢ + ٣ل^٢}$

الحل

∵ س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة

∴ $\frac{س}{ص} = \frac{ع}{ل} = م$ ، م ≠ ٠

∴ س = ص م ، ع = ل م

الطرف الأيمن = $\left(\frac{ص م^٢ + ص}{ل م + ل}\right)^٢$

$= \left(\frac{ص(م^٢ + ١)}{ل(م + ١)}\right)^٢ = \left(\frac{ص}{ل}\right)^٢ = \frac{ص^٢}{ل^٢}$ ← (١)

الطرف الأيسر = $\frac{٢(ص م)^٢ + ٣ص^٢}{٢(ل م)^٢ + ٣ل^٢}$

$= \frac{٢ص^٢ م^٢ + ٣ص^٢}{٢ل^٢ م^٢ + ٣ل^٢} = \frac{ص^٢(٢م^٢ + ٣)}{ل^٢(٢م^٢ + ٣)}$

$= \frac{ص^٢}{ل^٢}$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الطرفان متساويان

١٧ إذا كان ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فأثبت

$\frac{ا}{ا - ب} = \frac{حـ}{ء - حـ}$

الحل

∵ ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

∴ $\frac{ا}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ ا = ب م ، حـ = ء م

الأيمن = $\frac{ب م}{ب م - ب} = \frac{م}{م - ١}$ ← (١)

الأيسر = $\frac{ء م}{ء م - ء} = \frac{م}{م - ١}$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الطرفان متساويان

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠

مذكرتي Mozkrty.com

١٨ إذا كان ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

فأثبت أن : $\frac{ا^٢ + حـ^٢}{ب^٢ + ء^٢} = \frac{اح}{بء}$

الحل

∵ ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

∴ $\frac{ا}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ ا = ب م ، حـ = ء م

الطرف الأيمن = $\frac{(ب م)^٢ + (ء م)^٢}{ب^٢ + ء^٢}$

$= \frac{ب^٢ م^٢ + ء^٢ م^٢}{ب^٢ + ء^٢} = \frac{م^٢ (ب^٢ + ء^٢)}{(ب^٢ + ء^٢)}$

$= م^٢$ ← (١)

الطرف الأيسر = $\frac{ب م \times ء م}{ب ء} = م^٢$ ← (٢)

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

١٩ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن

$\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢} = ٢س + ص$

الحل

س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

الطرف الأيمن

$= \sqrt{٣ \times (٣م)^٢ + ٣ \times (٤م)^٢ + (٥م)^٢}$

$= \sqrt{٣ \times ٩م^٢ + ٣ \times ١٦م^٢ + ٢٥م^٢}$

$= \sqrt{٢٧م^٢ + ٤٨م^٢ + ٢٥م^٢}$

$= \sqrt{١٠٠م^٢} = ١٠م$ ← (١)

الطرف الأيسر = ٢س + ص

$= ٢ \times ٣م + ٤م = ٦م + ٤م = ١٠م$ ← (٢)

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

٢٠ إذا كان: $\frac{٢١س + ا}{٧س + ب} = \frac{ا}{ب}$ فأوجد قيمة $\frac{ا + ٢ب}{١٢}$

الحل

ا (٧س + ب) = ب (٢١س + ا)

٧اس + اب = ٢١بس + اب

٧اس = ٢١بس

٧ا = ٢١ب

$\frac{ا}{ب} = \frac{٢١}{٧} = \frac{٣}{١}$

∴ ا = ٣م ، ب = م

$\frac{ا + ٢ب}{١٢} = \frac{٣م + ٢م}{٢ \times ٦م} = \frac{٥م}{٦م} = \frac{٥}{٦}$

٢١ إذا كان $\frac{ا}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤} = \frac{٥حـ + ب - ١٢}{٣س}$

فأوجد قيمة س

الحل

بضرب حدى النسبة الأولى × ٢

، ضرب حدى النسبة الثانية × −١

، ضرب حدى النسبة الثالثة × ٥

ونجمع مقدمات وتوالى النسب الناتجة

$= \frac{٢ا - ب + ٥حـ}{٤ - ٣ + ٢٠}$ = إحدى النسب

$= \frac{٢ا - ب + ٥حـ}{٢١} = \frac{٢ا - ب + ٥حـ}{٣س}$

∴ ٣س = ٢١ (÷ ٣)

∴ س = ٧

٢٢ إذا كان $\frac{س}{١٢+ب} = \frac{ص}{٢ب-حـ} = \frac{ع}{٢حـ-١}$

فأثبت أن : $\frac{٢س+ص}{١٤+٤ب-حـ} = \frac{٢س+٢ص+ع}{١٣+٦ب}$

الحل

بضرب طرفي النسبة الأولى × ٢
بضرب طرفي النسبة الثانية × ٣
وجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاثة

$$\frac{٢س+٢ص+ع}{٤٨+٢٤ب-٢حـ+٨-٤ب+٣حـ} = \frac{٢س+٣ص+حـ}{٤٨+٢٤ب-حـ+٣٩+٦ب}$$

= إحدى النسب ← ①

بضرب طرفي النسبة الأولى × ٢
بجمع مقدمات وتوالي النسب الأولى والثانية

$$\frac{٢س+ص}{٤٨+٢٤ب-حـ} = \frac{٢س+ص}{٤٨+٤ب-حـ}$$

= إحدى النسب ← ②

من ① ، ② :- $\frac{٢س+ص}{٤٨+٤ب-حـ} = \frac{٢س+٣ص+ع}{٣٩+٦ب}$

٢٣ إذا كان $\frac{س+ص}{٧} = \frac{ص+ع}{٥} = \frac{ع+س}{٨}$

فأثبت أن : $\frac{س+ص+ع}{س-ع} = ٥$

الحل

بجمع مقدمات وتوالي النسب

$$\frac{٢س+٢ص+٢ع}{٢٠} = \frac{س+ص+ع}{٢٠} = \frac{٢(س+ص+ع)}{٢٠}$$

= إحدى النسب

بضرب طرفي النسبة الثانية × -١
وجمع مقدمات وتوالي النسب الأولى والثانية

$$\frac{س+ص-ص-ع}{٧-٥} = \frac{س-ع}{٢} = \text{إحدى النسب} \leftarrow ③$$

٢٤ إذا كان $\frac{ب+١}{٣} = \frac{ب+حـ}{٦} = \frac{حـ+١}{٥}$

فأثبت أن : $\frac{ب+حـ+١}{١} = ٧$

الحل

بجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاثة

$$\frac{٢حـ+٢ب+٢}{١٤} = \frac{٢+حـ+حـ+ب+ب+٢}{٣+٦+٥}$$

$$= \frac{٢(١+ب+حـ)}{١٤} = \frac{١+ب+حـ}{٧} = \text{إحدى النسب} ①$$

بضرب طرفي النسبة الثانية × -١ وبجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاثة

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢+حـ-حـ-ب+ب+٢}{٣-٦+٥}$$

$$= \frac{٢}{١} = \text{إحدى النسب} ②$$

من ① ، ② :- $\frac{١+ب+حـ}{١} = \frac{٧}{١}$

$$\therefore ⑦ = \frac{١+ب+حـ}{٢}$$

٢٧

إذا كانت ب وسط متناسب بين ا ، حـ اثبت أن

١) $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢ + حـ^٢} = \frac{ا}{حـ}$ ٢) $\frac{ا^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{حـ^٢} = \frac{١٢}{حـ}$

الحل

∵ ب وسط متناسب ⟹ ب = حـ م

∴ $\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$ ⟹ ا = حـ م^٢

① الأيمنة = $\frac{(حـ م^٢)^٢ + (حـ م)^٢}{(حـ م)^٢ + حـ^٢}$

$= \frac{حـ^٢ م^٤ + حـ^٢ م^٢}{حـ^٢ م^٢ + حـ^٢}$

$= \frac{حـ^٢ م^٢ (م^٢ + ١)}{حـ^٢ (م^٢ + ١)} = م^٢$ ①

الأيسرة = $\frac{حـ م^٢}{حـ} = م^٢$ ②

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

② الأيمنة = $\frac{ا^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{حـ^٢}$

$= \frac{(حـ م^٢)^٢}{(حـ م)^٢} + \frac{(حـ م)^٢}{حـ^٢}$

$= \frac{حـ^٤ م^٤}{حـ^٢ م^٢} + \frac{حـ^٢ م^٢}{حـ^٢} = م^٢ + م^٢ = ٢م^٢$ ①

الأيسرة = $\frac{ا ٢}{حـ}$

$= \frac{٢ حـ م^٢}{حـ} = ٢م^٢$ ②

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

٢٨

إذا كان ب وسط متناسب بين ا ، حـ أثبت أن :

١) $\frac{ا - ب}{ب - حـ} = \frac{ا + ٣ب}{٣حـ + ب}$ ٢) $\left(\frac{ب - حـ}{ا - ب}\right)^٢ = \frac{حـ}{ا}$

الحل

∵ ب وسط متناسب ⟹ ب = حـ م

∴ $\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$

ب = حـ م
ا = حـ م^٢

① الأيمنة = $\frac{حـ م^٢ - حـ م}{حـ م - حـ}$

$= \frac{حـ م(م - ١)}{حـ(م - ١)} = م$ ①

الأيسرة = $\frac{حـ م^٢ + ٣حـ م}{٣حـ + حـ م}$

$= \frac{حـ م(م + ٣)}{حـ(٣ + م)} = م$ ②

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

② الأيمنة = $\left(\frac{حـ م - حـ}{حـ م^٢ - حـ م}\right)^٢$

$= \left(\frac{حـ(م - ١)}{حـ م(م - ١)}\right)^٢ = \left(\frac{١}{م}\right)^٢ = \frac{١}{م^٢}$ ①

الأيسرة = $\frac{حـ}{حـ م^٢} = \frac{١}{م^٢}$ ②

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

٢٩

إذا كانت ا، ب، حـ، ء فى تناسب متسلسل اثبت أن

١) $\frac{ا - ٢ب}{ب - ٢حـ} = \frac{٣ب + ٤حـ}{٣حـ + ٤ء}$ ٢) $\frac{حـ^٢ - ء^٢}{ا - حـ} = \frac{بء}{ا}$

الحل ∵ ا، ب، حـ، ء فى تناسب متسلسل

$\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

ا = ب م
ب = حـ م
حـ = ء م
ا = ء م^٣

① الطرف الأيمن

$= \frac{ء م^٣ - ٢ء م^٢}{ء م^٢ - ٢ء م} = \frac{ء م^٢ (م - ٢)}{ء م (م - ٢)}$

$= م$ ← ①

الطرف الأيسر $= \frac{٣ء م^٢ + ٤ء م}{٣ء م + ٤ء}$

$= \frac{ء م (٣م + ٤)}{(٣م + ٤)}$ $= م$ ← ②

من ① ، ② ∴ الطرفان متساويان

② الطرف الأيمن $= \frac{(ء م)^٢ - ء^٢}{ء م^٣ - ء م}$

$= \frac{ء^٢ م^٢ - ء^٢}{ء م^٣ - ء م} = \frac{ء^٢ (م^٢ - ١)}{ء م (م^٢ - ١)}$

$= \frac{ء}{م}$ ← ③

الطرف الأيسر $= \frac{بء}{ب}$

$= \frac{ء م^٢ ء}{ء م^٣} = \frac{ء ء م م}{ء م م م}$

$= \frac{ء}{م}$ ← ③

من ① ، ② ∴ الطرفان متساويان

٣٠

إذا كان $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ + حـ^٢}{حـ^٢}$ أثبت أن

ب وسط متناسب بين ا ، حـ حيث ا كمية موجبة

الحل $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ + حـ^٢}{حـ^٢}$

$ب^٢ (ب^٢ + حـ^٢) = حـ^٢ (ا^٢ + ب^٢)$

$ب^٤ + ب^٢ حـ^٢ = حـ^٢ ا^٢ + حـ^٢ ب^٢$

$ب^٤ = حـ^٢ ا^٢$

نأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$∴ ب^٢ = حـ ا$

∴ ب وسط متناسب بين ا ، حـ.

٣١ إذا كان $\frac{ا}{ب - ا} = \frac{حـ}{ء - حـ}$ فأثبت أن

ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

الحل $\frac{ا}{ب - ا} = \frac{حـ}{ء - حـ}$

$ا (ء - حـ) = حـ (ب - ا)$

$ا ء - ا حـ = حـ ب - حـ ا$

$ا ء = حـ ب$

$∴ \frac{ا}{ب} = \frac{حـ}{ء}$

∴ ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

٣٢ إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧
أوجد العلاقة بين ص ، س وقيمة ص عندما س = ١٤

الحل

∵ ص ∝ س
∴ ص = م س م ≠ ٠
عندما ص = ٢٠ ، س = ٧
∴ ٢٠ = م × ٧
∴ م = ٢٠/٧
∴ العلاقة بين ص ، س هى ص = ٢٠/٧ س
عندما س = ١٤
∴ ص = ٢٠/٧ × ١٤ = [٤٠]

٣٣ إذا كانت ص تتغير طردياً مع س وكانت ص = ١٤
عندما س = ٤٢ أوجد
١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ٦٠

الحل

ص ∝ س
∴ ص = م س م ≠ ٠
عندما ص = ١٤ ، س = ٤٢
∴ ١٤ = م × ٤٢
∴ م = ١٤/٤٢ = ١/٣
∴ العلاقة بين ص ، س هى ص = ١/٣ س
عندما س = ٦٠
∴ ص = ١/٣ × ٦٠ = [٢٠]

٣٤ إذا كانت ص ∝ س^{٣} وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢ أوجد
١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ١/٢

الحل

ص ∝ س^{٣}
∴ ص = م س^{٣} م ≠ ٠
ص = ٦٤ عندما س = ٢
٦٤ = م × (٢)^{٣}
٦٤ = ٨ م
∴ م = ٦٤/٨ = ٨
العلاقة بين ص ، س هى [ص = ٨ س^{٣}]
عندما س = ١/٢
∴ ص = ٨ × (١/٢)^{٣} = [١]

٣٥ إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س كأنت ص = ٣
عندما س = ٢ أوجد
١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

ص ∝ ١/س
∴ ص = م/س م ≠ ٠
٣ = م/٢
∴ م = ٢ × ٣ = ٦
العلاقة بين ص ، س هى ص = ٦/س
عندما س = ١,٥
∴ ص = ٦/١,٥ = [٤]

٣٦ إذا كانت ص ∝ $\frac{1}{\sqrt{س}}$ كانت ص = ٢ عندما س = ١٦

١) أوجد العلاقة بين ص، س ٢) قيمة ص عندما س = ٩

الحل

ص ∝ $\frac{1}{\sqrt{س}}$

∴ ص = $\frac{م}{\sqrt{س}}$ م ≠ ٠

عندما ص = ٢ س = ١٦

∴ ٢ = $\frac{م}{\sqrt{١٦}}$

م = ٢ × $\sqrt{١٦}$ = ٢ × ٤ = ٨

العلاقة بين ص، س هي ص = $\frac{٨}{\sqrt{س}}$

عندما س = ٩

∴ ص = $\frac{٨}{\sqrt{٩}}$ = $\frac{٨}{٣}$

٣٧ إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٦}$ = $\frac{ب + ٣حـ}{٣}$ أثبت أن : أ ∝ حـ

الحل

$\frac{أ + ٢ب}{٦}$ = $\frac{ب + ٣حـ}{٣}$

٣(أ + ٢ب) = ٦(ب + ٣حـ)

٣أ + ٦ب = ٦ب + ١٨حـ

٣أ = ١٨حـ

$\frac{٣أ}{٣}$ = $\frac{١٨حـ}{٣}$

أ = ٦حـ

∴ أ ∝ حـ

٣٨ إذا كان $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع}$ = $\frac{ص}{ع}$ أثبت أن : ص ∝ ع

الحل

$\frac{٢١س - ص}{٧س - ع}$ = $\frac{ص}{ع}$

ص(٧س - ع) = ع(٢١س - ص)

٧س ص - ع ص = ٢١ ع س - ع ص

٧س ص = ٢١ ع س

$\frac{٧ص}{٧}$ = $\frac{٢١ع}{٧}$

∴ ص = ٣ع ∴ ص ∝ ع

٣٩ إذا كان ٤أ^{٢} + ٩ب^{٢} = ١٢أب

أثبت أن : أ تتغير طردياً بتغير ب

الحل

٤أ^{٢} + ٩ب^{٢} = ١٢أب

٤أ^{٢} - ١٢أب + ٩ب^{٢} = ٠

(٢أ - ٣ب)^{٢} = ٠

٢أ - ٣ب = ٠

٢أ = ٣ب

أ = $\frac{٣}{٢}$ب ∴ أ ∝ ب

٤٠ إذا كانت س^{٢}ص^{٢} - ٦ س ص + ٩ = ٠

أثبت أن ص تتغير عكسياً مع س

الحل

(س ص - ٣)^{٢} = ٠

∴ س ص - ٣ = ٠

س ص = ٣

∴ ص ∝ $\frac{١}{س}$

٤١

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

من الجدول السابق أجب عن الأسئلة الآتية

١) بين نوع التغير بين ص ، س

٢) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

٣) أوجد قيمة س عندما ص = $٢\frac{٢}{٥}$

الحل

∴ ص × س = ١٢

∴ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ نوع التغير عكس

عندما س = ٣

∴ ص × ٣ = ١٢

∴ ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

عندما ص = $٢\frac{٢}{٥}$ = $\frac{١٢}{٥}$

$\frac{١٢}{٥}$ × س = ١٢

س = ١٢ ÷ $\frac{١٢}{٥}$

س = ٥

---

٤٢ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كم فى ٦ ساعات فكم كيلومتراً تقطعها فى ١٠ ساعات

الحل بفرض المسافة ف ، الزمن ن

∴ ف ∝ ن

ف = م ن

عندما ف = ١٥٠ ، ن = ٦

∴ ١٥٠ = م × ٦

م = $\frac{١٥٠}{٦}$ = ٢٥

∴ ف = ٢٥ ن

عندما ن = ١٠

∴ ف = ٢٥ × ١٠

ف = ٢٥٠ كم

---

٤٣ إذا كانت ص = ٢ + أ وكانت أ تتغير عكسياً مع س

وكانت أ = ٥ عندما س = ٢ أوجد

١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ٥

الحل

ص = ٢ + م

م ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ م = $\frac{م}{س}$ ، م ≠ ٠

عندما م = ٥ ، س = ٢

٥ = $\frac{م}{٢}$ ∴ م = ٥ × ٢ = ١٠

م = $\frac{١٠}{س}$

∴ ص = ٢ + $\frac{١٠}{س}$ العلاقة بين س ، ص

عندما س = ٥

∴ ص = $\frac{١٠}{٥}$ + ٢ = ٢ + ٢

∴ ص = ٤

---

٤٤ إذا كانت ص = أ + ٧ وكانت أ ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$

وكانت أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد

١) العلاقة بين ص ، س ٢) قيمة ص عندما س = ٢

الحل

ص = م + ٧

أ ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ ، أ = $\frac{م}{س^{٢}}$ ، م ≠ ٠

عندما أ = ١٨ ، س = $\frac{٢}{٣}$

١٨ = $\frac{م}{(\frac{٢}{٣})^{٢}}$ ∴ م = ١٨ × $(\frac{٢}{٣})^{٢}$ = ٨

∴ أ = $\frac{٨}{س^{٢}}$

ص = $\frac{٨}{س^{٢}}$ + ٧

عندما س = ٢ ∴ ص = $\frac{٨}{(٢)^{٢}}$ + ٧ = ٢ + ٧

ص = ٩

٤٤

في الجدول المقابل

س	١	٢	ب	٤	٦
ص	١٢	أ	٣٦	٤٨	٧٢

١) بين نوع التغير بين ص، س ٢) أوجد قيمتى أ، ب

الحل

∵ $\frac{ص}{س} = ١٢$

∴ نوع التغير طردى .

عندما ص = ٣٦

∴ $\frac{٣٦}{س} = \frac{١٢}{١}$

$س = \frac{١ \times ٣٦}{١٢} = [٣]$

عندما س = ٢ ∴ $\frac{ص}{٢} = \frac{١٢}{١} \Rightarrow [ص = ٢٤]$

٤٥ احسب الانحراف المعيارى للقيم

١٦ ، ٢٢ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

الحل

الوسط الحسابى = $\frac{١٦ + ٢٢ + ٣٢ + ٥ + ٢٠ + ٢٧}{٥}$

$\bar{س} = ٢٠$

س	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^٢$
١٦	-٤	١٦
٢٢	١٢	١٤٤
٥	-١٥	٢٢٥
٢٠	٠	٠
٢٧	٧	٤٩
المجموع		٤٣٤

$ع = \sqrt{\frac{مج (س - \bar{س})^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{٤٣٤}{٥}}$

$\simeq ٩٫٣$

٤٦

فيما يلي التوزيع التكراري يبين عدد أطفال بعض الاسر فى احدى المدن الجديدة.
احسب الانحراف المعيارى لعدد الاطفال

عدد الاطفال	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الاسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحل

س	ك	م × ك
٠	٨	٠
١	١٦	١٦
٢	٥٠	١٠٠
٣	٢٠	٦٠
٤	٦	٢٤
المجموع	١٠٠	٢٠٠

الوسط الحسابى = $\frac{مج س \times ك}{مج ك}$

$\bar{س} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = [٢]$

س	ك	$(س - \bar{س})^٢$	$س - \bar{س}$	$س \times ك$	$(س - \bar{س})^٢ \times ك$
٠	٨	٤	-٢	١٦	٣٢
١	١٦	١	-١	١٦	١٦
٢	٥٠	٠	٠	١٠٠	٠
٣	٢٠	١	١	٦٠	٢٠
٤	٦	٤	٢	٢٤	٢٤
المجموع	١٠٠				٩٢

$ع = \sqrt{\frac{مج (س - \bar{س})^٢ \times ك}{مج ك}}$

$= \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}}$

$\simeq ٩٦٫٠$

٤٧

احسب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

الحل

المجموعات	س	ك	س × ك
٥-	١٠	٤	٤٠
١٥-	٢٠	٥	١٠٠
٢٥-	٣٠	٦	١٨٠
٣٥-	٤٠	٣	١٢٠
٤٥	٥٠	٢	١٠٠
المجموع		٢٠	٥٤٠

الوسط الحسابى: $\bar{س} = \frac{مج س × ك}{مج ك} = \frac{٥٤٠}{٢٠}$

$\bar{س} = ٢٧$

س	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^٢$	ك	$(س - \bar{س})^٢ × ك$
١٠	-١٧	٢٨٩	٤	١١٥٦
٢٠	-٧	٤٩	٥	٢٤٥
٣٠	٣	٩	٦	٥٤
٤٠	١٣	١٦٩	٣	٥٠٧
٥٠	٢٣	٥٢٩	٢	١٠٥٨
			٢٠	٣٠٢٠

$ع = \sqrt{\frac{مج (س - \bar{س})^٢ × ك}{مج ك}} = \sqrt{\frac{٣٠٢٠}{٢٠}} = \sqrt{١٥١}$

٤٨

إن كان هناك في إحدى الكليات ٤٠٠٠ طالب بالسنة الأولى ٣٠٠٠ فى الثانية ، ٢٠٠٠ الثالثة ، ١٠٠٠ في الرابعة وأردنا سحب عينة طبقية حجمها ٥٠٠ طالب تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها فأحسب عدد مفردات كل طبقة في العينة

الحل

الأولى : الثانية : الثالثة : الرابعة : المجموع

٤٠٠٠ : ٣٠٠٠ : ٢٠٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠

س : ص : ع : ل : ٥٠٠

$س = \frac{٥٠٠ × ٤٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٢٠٠$

$ص = \frac{٥٠٠ × ٣٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ١٥٠$

$ع = \frac{٥٠٠ × ٢٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ١٠٠$

$ل = \frac{٥٠٠ × ١٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٥٠$

١ إذا كان النسبة بين قياسي زاويتان متتامتان كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منها بالقياس الستينى

الحل

قه الأولى : قه الثانية : المجموع
٣ : ٥ : ٨
س : ص : ٩٠

$س = \frac{٣ \times ٩٠}{٨} = ٣٣^\circ ٤٥'$

$ص = \frac{٥ \times ٩٠}{٨} = ٥٦^\circ ١٥'$

---

٢ Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى حـ
ا ب = ١٣سم ، ب حـ = ١٢سم

أ) أثبت أن : حا أ حتا ب + حتا أ حا ب = ١

ب) أوجد قيمة : ١ + ظا² أ

الحل

ا ب حـ مثلث قائم فى حـ

ا حـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

حا أ حتا ب + حتا أ حا ب

$= \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣}$

$= \frac{١٢٠}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩}$

$= ١$

* ١ + ظا² أ = ١ + $(\frac{١٢}{٥})^٢$

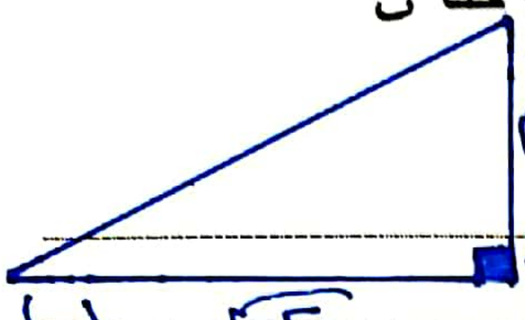
$= ١ + \frac{١٤٤}{٢٥} = \frac{١٦٩}{٢٥}$

---

٣ Δ ا ب حـ فيه ق (∠ ا) = ٩٠° ،
ا حـ = ١٥سم ، ا ب = ٢٠سم

أ) أثبت أن : حتا أ حتا ب − حا أ حا ب = صفر

ب) أوجد قيمة : حا² ب + حتا² ب



الحل

Δ أ ب حـ قائم فى أ

ب حـ = $\sqrt{(١٥)^٢ + (٢٠)^٢}$ = ٢٥سم

حتا أ حتا ب − حا أ حا ب

$= \frac{١٥}{٢٥} \times \frac{٢٠}{٢٥} - \frac{٢٠}{٢٥} \times \frac{١٥}{٢٥}$ = صفر

حا² ب + حتا² ب = $(\frac{١٥}{٢٥})^٢ + (\frac{٢٠}{٢٥})^٢$

$= \frac{٩}{٢٥} + \frac{١٦}{٢٥} = ١$

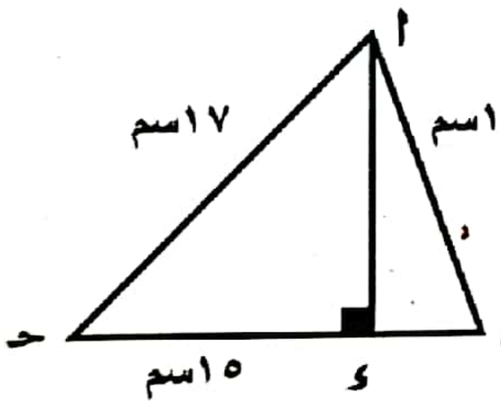
---

٤ فى الشكل المقابل:

أ ء ⊥ ب حـ ، ا حـ = ١٧سم

، ء حـ = ١٥سم ، ا ب = ١٠سم

أوجد قيمة : ٣ ظا حـ + حا ب



الحل

Δ أ ء حـ قائم فى ء

∴ أ ء = $\sqrt{(١٧)^٢ - (١٥)^٢}$ = ٨سم

Δ أ ء ب قائم فى ء

∴ ء ب = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٨)^٢}$ = ٦سم

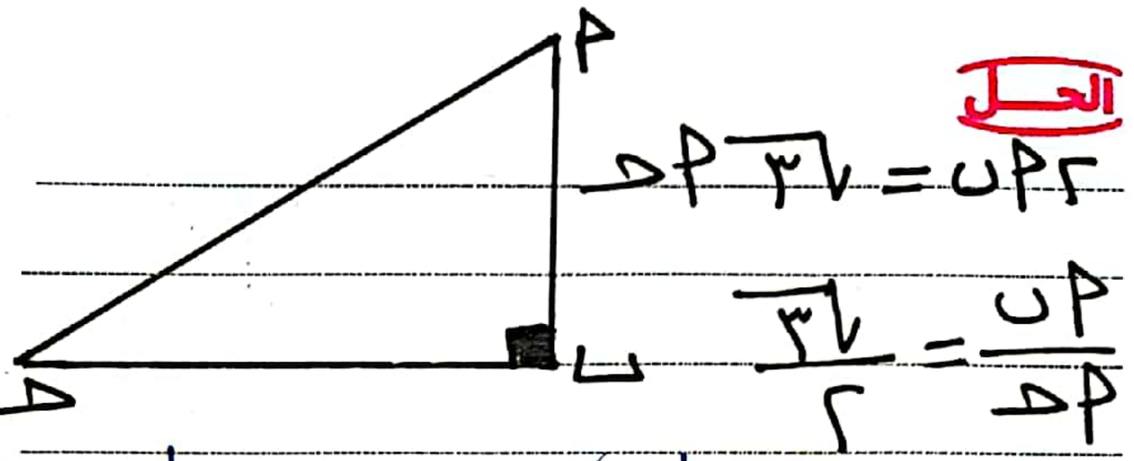
٣ ظا حـ + حا ب

$= ٣ \times \frac{٨}{١٥} + \frac{٨}{١٠}$

$= \frac{٨}{٥} + \frac{٤}{٥} = \boxed{\frac{١٢}{٥}}$

٥

Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ ا ب = ٣ √٢ ا حـ فأوجد النسب المثلثية للزاوية حـ



الحل

ق(∠ب م حـ) = ٣٠°

م ب = √٢ ل ، م حـ = ٢ ل

ب حـ = √(٢ ل)^٢ − (√٢ ل)^٢ = ا ل

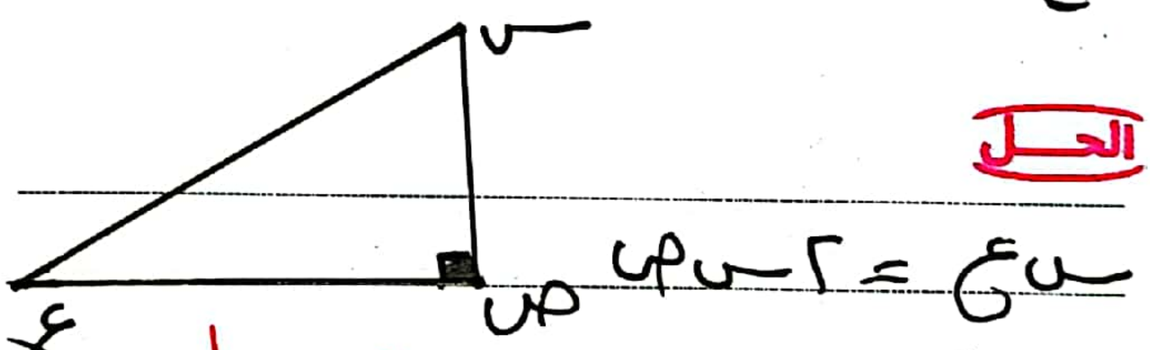
جا حـ = المقابل / الوتر = ١ ل / ٢ ل = ١/٢

جتا حـ = المجاور / الوتر = √٣ ل / ٢ ل = √٣/٢

ظا حـ = المقابل / المجاور = ١ ل / √٣ ل = √٣/٣

٦

Δ س ص ع قائم الزاوية في ص فإذا كان س ع = ٢ س ص فأوجد النسب المثلثية للزاوية س



الحل

س ع = ٢ س ص

س ع / س ص = ٢ / ١

س ع = ٢ ل

س ص = ا ل

ص ع = √(٢ ل)^٢ − (ا ل)^٢ = √٣ ل

جا س = ص ع / س ع = √٣ ل / ٢ ل = √٣/٢

جتا س = س ص / س ع = ا ل / ٢ ل = ١/٢

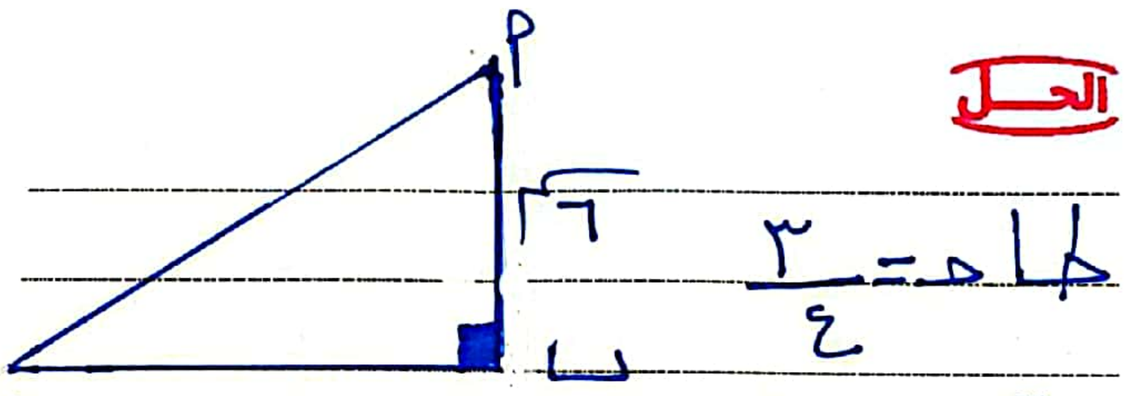
ظا س = ص ع / س ص = √٣ ل / ا ل = √٣

أ/ عصام سعيد

٧

Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب ، ا ب = ٦ سم ، ظا حـ = ٣/٤

أوجد ١) طول ب حـ ، ا حـ ٢) جا ا + جتا ا



الحل

ظا حـ = ٣/٤ = م ب / ب حـ

٦ / ب حـ = ٣/٤ ⇐ ب حـ = ٦ × ٤ / ٣ = ٨ سم

م حـ = √(٦)^٢ + (٨)^٢ = √١٠٠ = ١٠ سم

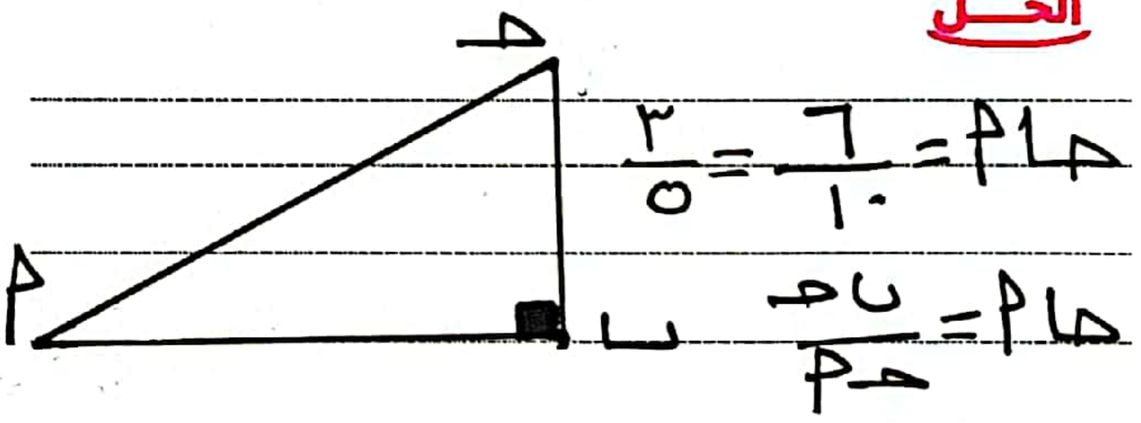
جا ا + جتا م = ٦/١٠ + ٨/١٠

= ٣/٥ + ٤/٥ = **٧/٥**

٨

Δ ا ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان جا ا = ٠,٦ أوجد قيمة جا ا جتا حـ + جتا ا جا حـ

الحل



جا ا = ٦/١٠ = ٣/٥ = م حـ / م ا

جتا ا = ب حـ / م ا

∴ ب حـ = ٣ م ، م حـ = ٥ م

ب م = √(٥ م)^٢ − (٣ م)^٢ = ٤ م

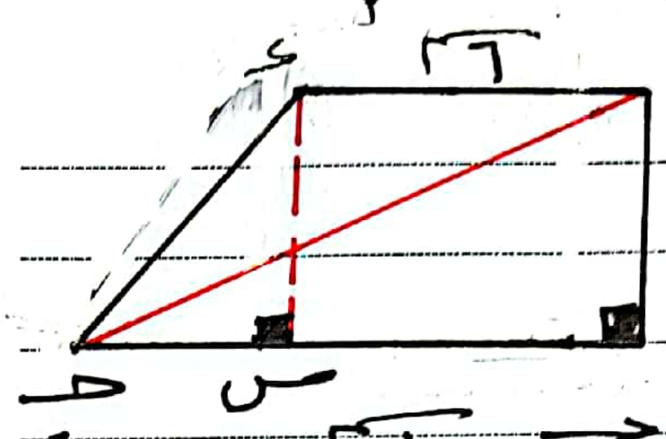
جا ا جتا حـ + جتا ا جا حـ

= ٣/٥ × ٤/٥ + ٤/٥ × ٣/٥

= ٩/٢٥ + ١٦/٢٥ = ٢٥/٢٥ = ١ ①

٩ ا ب ح ء شبه منحرف فيه $\overline{ا ء} \parallel \overline{ب ح}$ ، ق (∠ ا) = ٩٠°
، وكان ا ب = ٣سم ، ا ء = ٦سم، ب ح = ١٠سم أثبت أن:
حتا (∠ ء ح ب) − ظا (∠ ا ح ب) = $\frac{1}{2}$

الحل



العمل :- نرسم ء س ⊥ ا ب ح

∴ م ا ⊥ ب ح ، ء س ⊥ ب ح

∴ م ا // ء س ، م ء // ا س

∴ م ا س ء مستطيل

∴ م ا = ء س = ٣سم ، م ء = ا س = ٦سم

∴ ب س = ب ح − ا س = ١٠ − ٦ = ٤سم

∴ م ب = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥سم

حتا (ء ب̂ ح) − ظا (م ب̂ ح) = $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$ ①

١٠ ا ب ح ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه
$\overline{ا ء} \parallel \overline{ب ح}$ ، ا ء = ٤سم ، ا ب = ٥سم ،
ب ح = ١٢سم ، أثبت أن: $\frac{٥ \text{ظا} \theta \text{حتا} \theta}{\text{جا}^٢ \theta + \text{حتا}^٢ \theta} = ٣$

الحل

العمل نرسم م ص ⊥ ب ح ، ء ص ⊥ ب ح

∴ م س // ء ص

∴ م ء // س ص

∴ م س ص ء مستطيل

∴ م ء = س ص = ٤سم

م س = ء ص

منه نطا عم ∆ م ا س

منه نطا عم ∆ ء ص ح

ينتج ب س = م ا = ٥سم

= ١٢ − ٤ = ٨سم

$\frac{٥ \text{ظا} \theta}{\text{جا}^٢ \theta + \text{حتا}^٢ \theta}$

$= \frac{٥ \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٨}{٤}}{(\frac{٤}{٥})^٢ + (\frac{٣}{٥})^٢}$

$= \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٣$ ③

١١ أوجد قيمة:

١) حتا ٦٠ حا ٣٠ − حا ٦٠ ظا ٦٠ + حتا^٢ ٣٠

٢) $\frac{\text{حتا}^٢ ٦٠ + \text{حتا}^٢ ٣٠ + \text{ظا}^٢ ٤٥}{\text{حا ٦٠ ظا ٦٠ − حا ٣٠}}$

الحل

① حتا ٦٠ حا ٣٠ − حا ٦٠ ظا ٦٠ + حتا ٣٠

$= (\frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢}) - (\frac{\sqrt{٣}}{٢}) \times (\sqrt{٣}) + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$

$= \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٤}$

$= \frac{-١}{٢}$

② $\frac{\text{حتا}^٢ ٦٠ + \text{حتا}^٢ ٣٠ + \text{ظا}^٢ ٤٥}{\text{حا ٦٠ ظا ٦٠ − حا ٣٠}}$

$= \frac{(\frac{١}{٢})^٢ + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (١)^٢}{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} - \frac{١}{٢}} = \frac{\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ١}{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}}$

$= \frac{٢}{١} = ٢$ ②

١٢ برهن أن

١) حا^٢ ٣٠ = ٥ حتا^٢ ٦٠ − ظا^٢ ٤٥

٢) حا^٣ ٣٠ = ٩ حتا^٣ ٦٠ − ظا^٢ ٤٥

الحل

[١] الطرف الأيمن = حا^٢ ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = ٥ حتا^٢ ٦٠ − حا^٢ ٤٥

$= ٥ \times (\frac{١}{٢})^٢ - (١)^٢$

$= \frac{٥}{٤} - ١ = \frac{١}{٤}$

∴ الطرفان متساويان

[٢] الطرف الأيمن = $(\frac{١}{٢})^٣ = \frac{١}{٨}$

الطرف الأيسر = $٩ \times (\frac{١}{٢})^٣ - (١)^٢$

$= \frac{٩}{٨} - ١ = \frac{١}{٨}$

∴ الطرفان متساويان

[٣]

١٣ أوجد قيمة س التي تحقق

(١) س حا٣٠ حتا٢ ٤٥ = حا٢ ٦٠

(٢) ٤س = حتا٢ ٣٠ طا٢ ٣٠ طا٢ ٤٥

(٣) طاس = ٤حتا٦٠ حا٣٠

(٤) ٢حاس = جا٣٠ حتا٦٠ + حتا٣٠ حا٦٠

الحل

[١] $س \times \frac{1}{2} \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2$

$س \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

$س \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$س = \frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ ← $س = 3$

[٢] $4س = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \times (\frac{\sqrt{3}}{3})^2 \times (1)^2$

$4س = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times 1$

$4س = \frac{1}{4}$ ← $س = \frac{1}{4} \div 4$ ← $س = \frac{1}{16}$

[٣] طاس = ٤ × $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$

ظا س = ١

∴ س = ٤٥°

[٤] $2حاس = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2حاس = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$2حاس = 1$

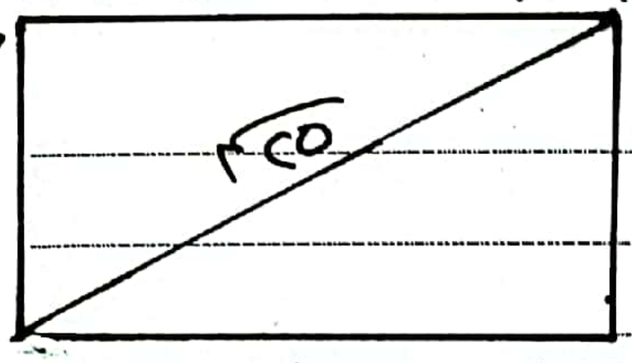
$حاس = \frac{1}{2}$

$س = 30°$

١٤ ا ب ح د مستطيل فيه ا ب = ١٥ سم ، ا د = ٢٥ سم

اوجد : أ) ق (∠ ا ح ب) ب) مساحة المستطيل ا ب ح د

الحل



∵ ا ب ح د مستطيل

∴ ق (∠ ا ب ح) = ٩٠°

ظا (م∠ ا ح ب) = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

∴ م∠ ا ح ب) = ٣٦° ٥٢′ ١٢″

ب ح = $\sqrt{(25)^2 - (15)^2} = \sqrt{400} = 20$ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض

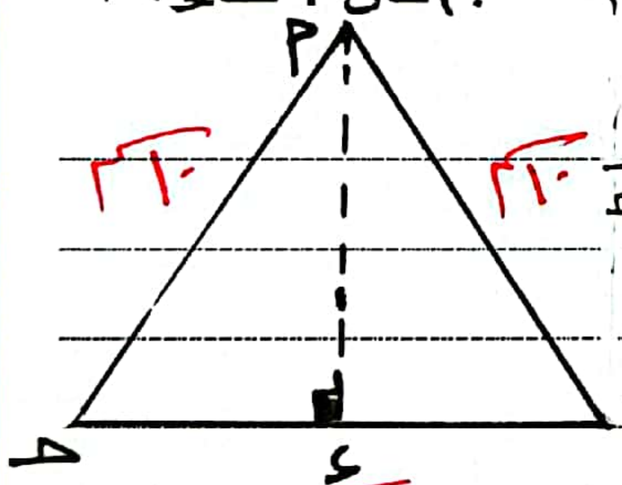
= ٢٠ × ١٥ = ٣٠٠ سم٢

١٤ Δ ا ب ح فيه ا ب = ا ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم

أثبت أن

أ) جا٢ ح + حتا٢ ح = ١ ب) حاب + حتاح > ١

الحل



العمل: نرسم م ء ⊥ ب ح

∵ م ب = م ح

م ء ⊥ ب ح

∴ ب ء = ء ح = ٦

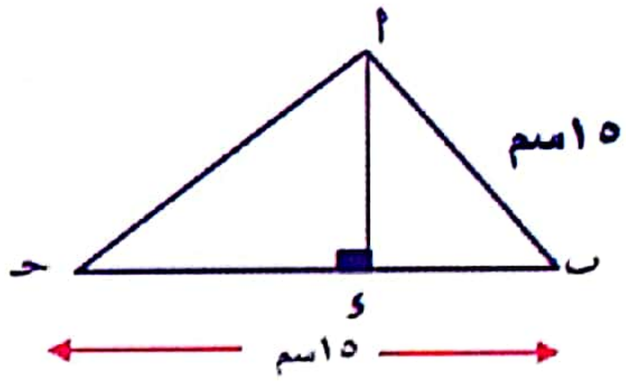
م ء = $\sqrt{(10)^2 - (6)^2} = \sqrt{64} = 8$

* حا٢ ح + حتا٢ ح = $(\frac{8}{10})^2 + (\frac{6}{10})^2 = 1$

* حاب + حتاح = $\frac{8}{10} + \frac{6}{10}$

$= \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5} > 1$

١٥ في الشكل المقابل



$\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$ ، $بحـ = ١٥$سم

اوجد قيمة

ا حتاحـ + ا ب جتاب

الحل

$ا حـ = ا ء + ء حـ$

$= ا ب \times \frac{ء حـ}{ا حـ} + ا ب \times \frac{ء ب}{ا ب}$

$= ١٥$

---

١٦ اوجد قيمة

جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا^{٢} ٣٠ + ظا ٤٥ - ١٠ جتا^{٢} ٤٥

الحل

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} + ١ \times ٥ - ١٠ \times (\frac{\sqrt{٢}}{٢})^{٢}$

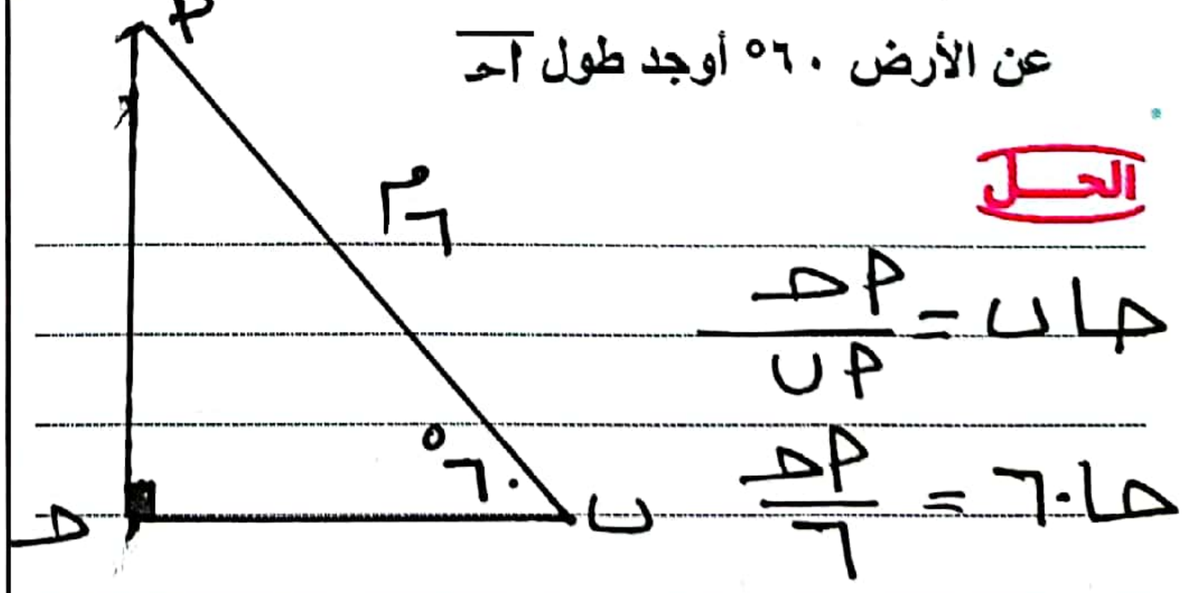
$= \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ٥ - ٥$

$= ١$

---

١٧ سلم $\overline{أب}$ طوله ٦م يستند طرفه العلوى ا على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقيه فإذا كانت حـ هي مسقط ا على الأرض وكانت زاوية ميل السلم عن الأرض ٦٠° أوجد طول $\overline{اح}$

الحل



$جا ب = \frac{ا حـ}{ا ب}$

$جا ٦٠ = \frac{ا حـ}{٦}$

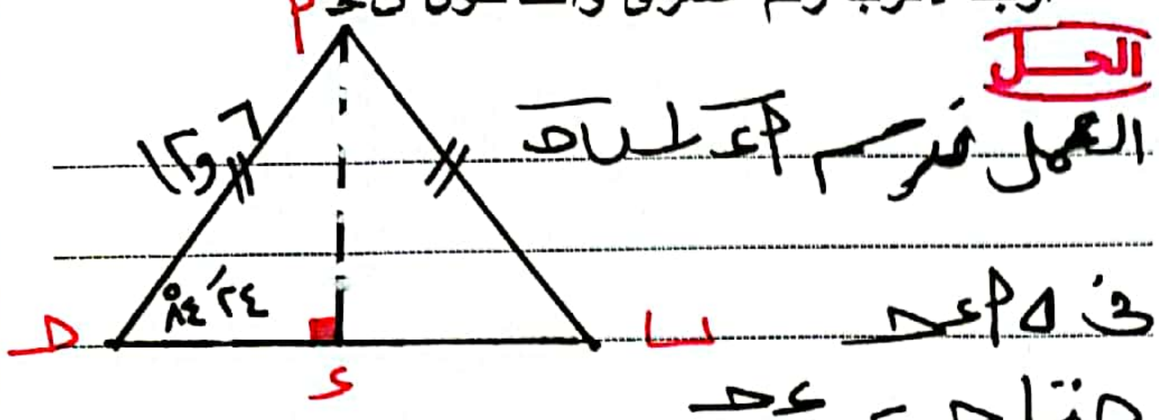
$\therefore ا حـ = ٦ \times جا ٦٠ = ٣\sqrt{٣}$ م.

---

١٨ Δ ا ب حـ فيه ا ب = ا حـ = ٢,٦ سم ، ق(∠ حـ) = ٢٤´ ٨٤°

أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول $\overline{بحـ}$

الحل



العمل عمود $\overline{اء} \perp \overline{بحـ}$

في Δ ا ء حـ

جتا ا حـ = $\frac{ء حـ}{ا حـ}$

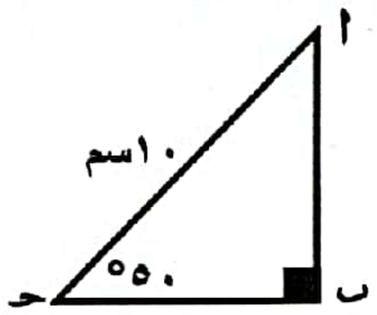
جتا ٨٤°٢٤´ = $\frac{ء حـ}{١٢,٦}$ ⟸ ء حـ = ١٢,٦ × جتا ٨٤°٢٤´

$\because ب ء = ء حـ$

$\therefore ب حـ = ٢ \times ء حـ = ٢ \times ١٢,٦ \times$ جتا ٨٤°٢٤´ $\simeq ٢,٥$

---

١٩ أوجد طول $\overline{أب}$ لأقرب رقم عشرى واحد



الحل

جا ب = $\frac{ا حـ}{ا ب}$

جا ٥٠ = $\frac{ا حـ}{١٠}$

$\therefore ا حـ = ١٠ \times$ جا ٥٠ $\simeq$ ٧,٦ م

---

٢٠ أوجد قيمة: $\frac{\text{جتا}^{٢}٦٠ + \text{جتا}^{٢}٣٠ + \text{ظا}^{٢}٤٥}{\text{جا}٦٠ \text{ظا}٦٠ - \text{جا}٣٠}$

الحل

أ/ ١١٤

٢١ أثبت أن النقط ا(٣ ، -١) ، ب(-٤ ، ٦) ، حـ(٢ ، -٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م(-١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة حيث $\pi = 3,14$

الحل

$أم = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-2)^2} = 5$ وحدة طول

$ب م = \sqrt{(-4+1)^2 + (6-2)^2} = 5$ وحدة طول

$حـ م = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-2)^2} = 5$ وحدة طول

$\therefore أم = ب م = حـ م$ ∴ أ ، ب ، حـ تقع على دائرة مركزها م

محيط الدائرة $= 2\pi نق = 2 \times 3,14 \times 5 = 31,4$ وحدة طول

٢٢ إذا كانت ا(٥ ، ٠) ، ب(٧ ، $3\sqrt{2}$) ، حـ($3 ، 3\sqrt{2}$) ثلاث نقاط في مستوى إحداثي متعامد اثبت أن Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع

الحل

$أب = \sqrt{(5-7)^2 + (0-3\sqrt{2})^2} = 4$ وحدة طول

$ب حـ = \sqrt{(7-3)^2 + (3\sqrt{2}-3\sqrt{2})^2} = 4$ وحدة طول

$أحـ = \sqrt{(5-3)^2 + (0-3\sqrt{2})^2} = 4$ وحدة طول

$\therefore أب = أحـ = ب حـ$

$\therefore$ Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع

٢٣ بين نوع المثلث الذى رؤوسه ا(-٢ ، ٤) ، ب(٣ ، -١) ، حـ(٤ ، ٥) بالنسبة لأضلاعه

الحل

$أب = \sqrt{(-2-3)^2 + (4+1)^2} = 5\sqrt{2}$

$ب حـ = \sqrt{(3-4)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{37}$

$أحـ = \sqrt{(-2-4)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{37}$

$\therefore ب حـ = أحـ$ ∴ Δ ا ب حـ متساوي الساقين

٢٤ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه ا(٥ ، -٥) ب(-١ ، ٧) ، حـ(١٥ ، ١٥) قائم الزاوية في ب ثم احسب مساحته.

الحل

$أب = \sqrt{(5+1)^2 + (-5-7)^2} = 6\sqrt{5}$

$ب حـ = \sqrt{(-1-15)^2 + (7-15)^2} = 8\sqrt{5}$

$أحـ = \sqrt{(5-15)^2 + (-5-15)^2} = 10\sqrt{5}$

$(أب)^2 = (6\sqrt{5})^2 = 180$ ، $(ب حـ)^2 = (8\sqrt{5})^2 = 320$

$(أحـ)^2 = (10\sqrt{5})^2 = 500$

$\therefore (أحـ)^2 = (أب)^2 + (ب حـ)^2$

$\therefore$ Δ ا ب حـ قائم في ب

مساحة Δ ا ب حـ $= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 8\sqrt{5} = 120$ وحدة مربعة

٢٥ ا ب حـ د شكل رباعي فيه ا(٥ ، ٣) ، ب (٦ ، -٢) ، حـ(١ ، -١) ، د(٠ ، ٤) أثبت أن الشكل ا ب حـ د معين ثم أوجد مساحته.

الحل

$أب = \sqrt{(5-6)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{26}$

$ب حـ = \sqrt{(6-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{26}$

$حـ د = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{26}$

$د أ = \sqrt{(0-5)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{26}$

$أحـ = \sqrt{(5-1)^2 + (3+1)^2} = 4\sqrt{2}$

$ب د = \sqrt{(6-0)^2 + (-2-4)^2} = 6\sqrt{2}$

$\therefore أب = ب حـ = حـ د = د أ$

$\therefore$ ا ب حـ د معين

مساحة المعين $= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$

$= 24$ وحدة مربعة

٢٦ أ(٢ ، ٣) ، ب(-١ ، -١) ، حـ(٣ ، -٤) ، د(٦ ، ٠)

أثبت أنها رؤوس مربع وأوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(2+1)^2+(2+1)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

ب حـ = $\sqrt{(-1-3)^2+(-1+4)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

حـ د = $\sqrt{(3-6)^2+(-4-0)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

د أ = $\sqrt{(6-2)^2+(0-3)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

أ حـ = $\sqrt{(3-3)^2+(-4-3)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

ب د = $\sqrt{(6-1-)^2+(0-1-)^2}$ = $\sqrt{25}$ = ٥

∵ أ ب = ب حـ = حـ د = د أ ، أ حـ = ب د

∴ أ ب حـ د مربع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

= ٥ × ٥ = ٢٥ وحدة مربعة

---

٢٧ إذا كانت النقط أ(١ ، ٠) ، ب(-١ ، ٤) ، حـ(٧ ، ٨) ، د(٩ ، ٤) في مستوى إحداثي فأثبت أن أ ب حـ د مستطيل

الحل

أ ب = $\sqrt{(1+1)^2+(0-4)^2}$ = $\sqrt{20}$

ب حـ = $\sqrt{(-1-7)^2+(4-8)^2}$ = $\sqrt{80}$

حـ د = $\sqrt{(7-9)^2+(8-4)^2}$ = $\sqrt{20}$

د أ = $\sqrt{(1-9)^2+(0-4)^2}$ = $\sqrt{80}$

أ حـ = $\sqrt{(1-7)^2+(0-8)^2}$ = $\sqrt{100}$ = ١٠

ب د = $\sqrt{(1-1-)^2+(9-4)^2}$ = $\sqrt{100}$ = ١٠

∵ أ ب = حـ د ، ب حـ = د أ ، أ حـ = ب د

∴ أ ب حـ د مستطيل

---

٢٨ أ(-٢ ، ٥) ، ب(٣ ، ٣) ، حـ(-٤ ، ٢) ، د(-٩ ، ٤)

اثبت أن الشكل أ ب حـ د متوازي أضلاع

الحل

أ ب = $\sqrt{(-2-3)^2+(5-3)^2}$ = $\sqrt{29}$

ب حـ = $\sqrt{(3+4)^2+(3-2)^2}$ = $\sqrt{50}$

حـ د = $\sqrt{(4-9)^2+(2-4)^2}$ = $\sqrt{29}$

د أ = $\sqrt{(5-4)^2+(2+9)^2}$ = $\sqrt{50}$

∵ أ ب = حـ د ، ب حـ = د أ

∴ أ ب حـ د متوازي أضلاع

---

٢٩ أوجد قيمة أ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوى ٥

الحل

البعد بين النقطتين = ٥

$\sqrt{(a+2)^2+(7-3)^2}$ = ٥

بتربيع الطرفين

$(a+2)^2+16$ = ٢٥

$(a+2)^2$ = ٢٥ - ١٦

$(a+2)^2$ = ٩

$a+2$ = $\pm\sqrt{9}$

$a+2$ = ± ٣

$a+2$ = ٣	$a+2$ = -٣
a = ٣ - ٢	a = -٣ - ٢
a = ١	a = -٥

٣٠ إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي $2\sqrt{5}$ فأوجد قيمة س

الحل

البعد $= 2\sqrt{5}$

$\sqrt{(س-٦)^2+(٥-١)^2} = 2\sqrt{5}$

بتربيع الطرفين

$(س-٦)^2 + ١٦ = ٢٠$

$(س-٦)^2 = ٢٠ - ١٦$

$(س-٦)^2 = ٤$ بأخذ $\sqrt{}$

$س - ٦ = \pm ٢$

$س - ٦ = ٢$ ‖ $س - ٦ = -٢$

$س = ٦ + ٢$ ‖ $س = -٢ + ٦$

$س = ٨$ ‖ $س = ٤$

٣١ إذا كانت ا(س ، ٣) ، ب(٣ ، ٢)، حـ(٥ ، ١)

،كانت ا ب = ب حـ فأوجد قيمة س

الحل

ا ب = ب حـ

$\sqrt{(س-٣)^2+(٣-٢)^2} = \sqrt{(٢-٥)^2+(٢-١)^2}$

بتربيع الطرفين

$(س-٣)^2 + ١ = ٥$

$(س-٣)^2 = ٥ - ١$

$(س-٣)^2 = ٤$ بأخذ $\sqrt{}$

$س - ٣ = \pm ٢$

$س - ٣ = ٢$ ‖ $س - ٣ = -٢$

$س = ٢ + ٣$ ‖ $س = -٢ + ٣$

$س = ٥$ ‖ $س = ١$

٣٢ إذا كانت حـ منتصف $\overline{ا ب}$ فأوجد س ، ص

ا(س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) ، حـ(٤ ، ٦)

الحل

ا ——— حـ ——— ب

(س ، ٣) (٤ ، ٦) (٦ ، ص)

∵ حـ منتصف $\overline{ا ب}$

$(٤ ، ٦) = \left(\frac{س+٦}{٢} ، \frac{٣+ص}{٢}\right)$

$\frac{س+٦}{٢} = ٤$ ‖ $\frac{٣+ص}{٢} = ٦$

$س + ٦ = ٨$ ‖ $٣ + ص = ١٢$

$س = ٨ - ٦$ ‖ $ص = ١٢ - ٣$

$س = ٢$ ‖ $ص = ٩$

٣٣ إذا كانت حـ منتصف $\overline{ا ب}$ فأوجد س ، ص

ا(س ، -٦) ، ب(٩ ، -١١) ، حـ(-٣ ، ص)

الحل

ا ——— حـ ——— ب

(س ، -٦) (-٣ ، ص) (٩ ، -١١)

$(-٣ ، ص) = \left(\frac{س+٩}{٢} ، \frac{-٦-١١}{٢}\right)$

$\frac{س+٩}{٢} = -٣$ ‖ $ص = \frac{-٦-١١}{٢}$

$س + ٩ = -٦$ ‖ $ص = \frac{-١٧}{٢}$

$س = -٦ - ٩$ ‖ $ص = -٨,٥$

$س = -١٥$

٣٤ إذا كانت ا(١ ، -٦)، ب(٩ ، ٢) أوجد إحداثيات النقط التي تقسم $\overline{ا ب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية

الحل

ا ——— ء ——— حـ ——— هـ ——— ب

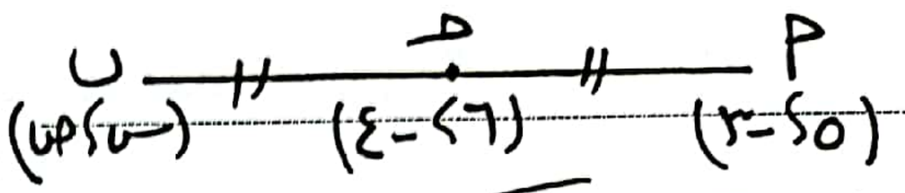
حـ منتصف $\overline{ا ب} = \left(\frac{١+٩}{٢} ، \frac{-٦+٢}{٢}\right) = (٥ ، -٢)$

ء منتصف $\overline{ا حـ} = \left(\frac{١+٥}{٢} ، \frac{-٦-٢}{٢}\right) = (٣ ، -٤)$

هـ منتصف $\overline{حـ ب} = \left(\frac{٥+٩}{٢} ، \frac{-٢+٢}{٢}\right) = (٧ ، ٠)$

٣٥ إذا كانت حـ(٦ ، -٤)هي منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٥ ، -٣) فأوجد إحداثي ب

الحل



∵ حـ منتصف $\overline{أب}$

$\frac{س+٥}{٢} = ٦$ ، $\frac{ص+٣-}{٢} = -٤$

$س+٥ = ١٢$ ، $ص+٣- = -٨$

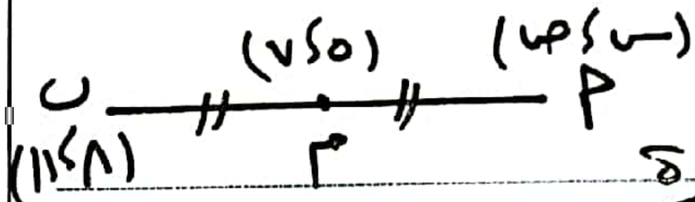
$س = ١٢-٥$ ، $ص = -٨+٣$

$س = ٧$ ، $ص = -٥$

∴ ب = (٧ ، -٥)

٣٦ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م فإذا كانت ب(٨ ، ١١)، م(٥ ، ٧) أوجد إحداثيي أ، محيط الدائرة حيث $\pi = ٣,١٤$

الحل



∵ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة

∴ م منتصف $\overline{أب}$

$(٥ ، ٧) = (\frac{س+٨}{٢} ، \frac{ص+١١}{٢})$

$\frac{س+٨}{٢} = ٥$ ، $\frac{ص+١١}{٢} = ٧$

$س+٨ = ١٠$ ، $ص+١١ = ١٤$

$س = ١٠-٨$ ، $ص = ١٤-١١$

$س = ٢$ ، $ص = ٣$

∴ أ(٢ ، ٣)

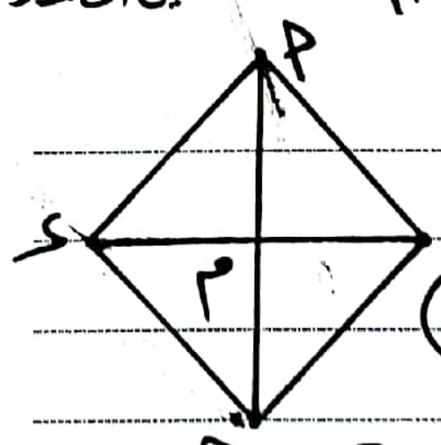
$أب = نق = \sqrt{(٥-٨)^٢ + (٧-١١)^٢} = ٥$

محيط الدائرة $= ٢\pi نق = ٢ \times ٣,١٤ \times ٥ = ٣١,٤$

٣٧ إذا كانت أ(٣ ، ٢) ، ب(٤ ، -٣) ، حـ(-١ ، -٢) ، ء(-٢ ، ٣) هي رؤوس معين أوجد:

١) إحداثي نقطة تقاطع القطرين ٢) مساحة المعين أب حـ ء

الحل



∵ أب حـ ء معين

∴ م منتصف $\overline{أحـ}$

$= (\frac{٣-١}{٢} ، \frac{٢-٢}{٢}) = (١ ، ٠)$

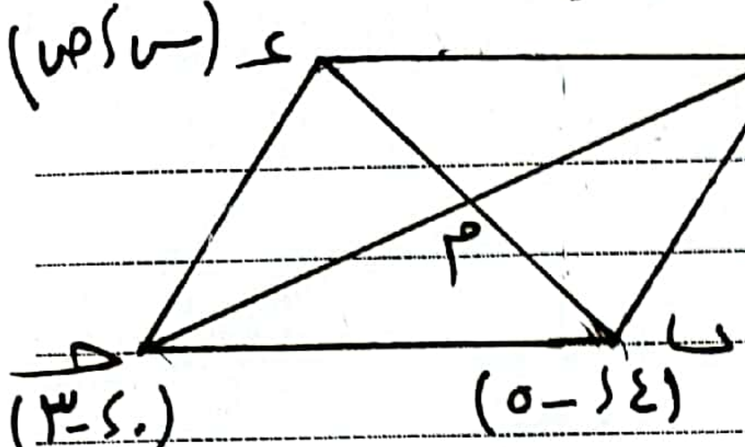
$أحـ = \sqrt{(٢+١)^٢ + (٢+٢)^٢} = ٤\sqrt{٢}$

$ب ء = \sqrt{(٤+٢)^٢ + (-٣-٣)^٢} = ٦\sqrt{٢}$

مساحة المعين $= \frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٢} \times ٦\sqrt{٢} = ٢٤$

٣٨ أب حـ ء متوازي أضلاع فيه أ(٣ ، ٢)، ب(٤ ، -٥)، حـ(٠ ، -٣) أوجد إحداثي ء

الحل



∵ أب حـ ء متوازي أضلاع

∴ م منتصف $\overline{أحـ} = (\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{٢-٣}{٢})$

$= (\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢})$

∵ م منتصف $\overline{ب ء}$

$(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢}) = (\frac{س+٤}{٢} ، \frac{ص+٥-}{٢})$

$\frac{س+٤}{٢} = \frac{٣}{٢}$ ، $\frac{ص+٥-}{٢} = \frac{-١}{٢}$

$س+٤ = ٣$ ، $ص+٥- = -١$

$س = ٣-٤$ ، $ص = -١+٥$

$س = -١$ ، $ص = ٤$

∴ ء (-١ ، ٤)

٣٩ أثبت أن النقط أ(٦ ، ٠) ، ب(٢ ، -٤) ، حـ(-٤ ، ٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ثم أوجد إحداثيي ء التي تجعل الشكل أب حـ ء مستطيل

الحل

$أب = \sqrt{(٦-٢)^٢ + (٠+٤)^٢} = ٤\sqrt{٢}$

$أحـ = \sqrt{(٦+٤)^٢ + (٠-٢)^٢} = ٢\sqrt{٢٦}$

$ب حـ = \sqrt{(٢+٤)^٢ + (-٤-٢)^٢} = ٢\sqrt{١٣}$

$(أب)^٢ = (٤\sqrt{٢})^٢ = ٣٢$ ، $(ب حـ)^٢ = (٢\sqrt{١٣})^٢ = ٧٢$

$(أحـ)^٢ = (٢\sqrt{٢٦})^٢ = ١٠٤$

∵ $(أحـ)^٢ = (أب)^٢ + (ب حـ)^٢$ ∴ Δ أب حـ قائم فى ب

∴ أب حـ ء مستطيل

∴ م منتصف $\overline{أحـ} = (\frac{٦-٤}{٢} ، \frac{٠+٢}{٢})$

$= (١ ، ١)$

م منتصف $\overline{ب ء}$

$(١ ، ١) = (\frac{س+٢}{٢} ، \frac{ص+٤-}{٢})$

$\frac{س+٢}{٢} = ١$ ، $\frac{ص+٤-}{٢} = ١$

$س+٢ = ٢$ ، $ص+٤- = ٢$

$س = ٢-٢$ ، $ص = ٦$

∴ ء (٠ ، ٦)

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠

١ أثبت أن النقط أ(٥ ، ٣) ، ب(٣ ، -٢) ، حـ(-٢ ، -٤) هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية فى ب ثم أوجد إحداثيي نقطة ء التي تجعل الشكل أبحء معين

الحل

عمل ابنتي

٢ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٤ ، ٥) ، (-٣ ، -٢٠) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحل

$م_1 = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{٥+٢}{٤+٣} = ١$

$م_2 = ظا ٤٥ = ١$

$\therefore م_1 = م_2$ ∴ المستقيمان متوازيان

٣ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٤ ، $٣\sqrt{٣}$) ($٥ ، ٢\sqrt{٣}$) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠°

الحل

$م_1 = \frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥ - ٤} = \frac{-\sqrt{٣}}{١} = -\sqrt{٣}$

$م_2 = ظا ٣٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

$م_1 \times م_2 = -\sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} = -١$

∴ المستقيمان متعامدان

٤ أثبت أن المستقيم الذى معادلته ٢س + ٤ص - ٣ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين أ(٣،١)، ب(١،٢)

الحل

$م_1 = \frac{-معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

$م_2 = \frac{٢-١}{١-٣} = \frac{١-}{٢}$

$\therefore م_1 = م_2$ ∴ المستقيمان متوازيان

٥ أثبت أن المستقيم الذى معادلته ٢س + ص + ٨ = ٠ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، ٣)، ب(-١،٢)

الحل

$م_1 = \frac{-معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-٢}{١} = -٢$

$م_2 = \frac{٣-١}{٢+٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

$م_1 \times م_2 = -٢ \times \frac{١}{٢} = -١$ ∴ المستقيمان متعامدان

٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -١) ، (٥ ، ١) يوازى المستقيم الذى معادلته أس + ٣ص + ٥ = ٠ أوجد أ

الحل

$م_1 = \frac{-١-١}{٥-٢} = \frac{-٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

$م_2 = \frac{-أ}{٣}$

∴ المستقيمان متوازيان ∴ $م_1 = م_2$

$\frac{٢}{٣} = \frac{-أ}{٣} \Leftarrow ٢ = -أ \Leftarrow$ **أ = -٢**

٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٢)، (٦ ، -٣) عمودياً على المستقيم الذى معادلته ٥ص - أس + ٣ = ٠ أوجد أ

الحل

$م_1 = \frac{٢+٣}{٦-٥} = \frac{٥}{١} = ٥$

$م_2 = \frac{-أ}{٥}$

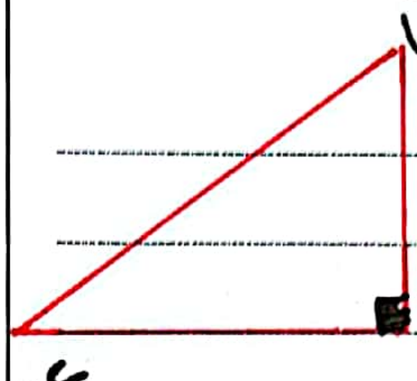
∴ المستقيمان متعامدان

$م_1 \times م_2 = -١$

$٥ \times \frac{-أ}{٥} = -١$

$\frac{أ}{٥} = \frac{١}{٥} \Leftarrow$ **أ = ١**

٨ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط س(٣ ، ٥) ص(٤ ، ٢) ، ع(-٥ ، ١) قائم فى ص أوجد قيمة ١



الحل

ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ = $\frac{٥-٢}{٤-٣}$ = $\frac{٣}{١-}$ = -٣

ميل $\overleftrightarrow{ص ع}$ = $\frac{١-٢}{٢-٥-}$ = $\frac{١-٢}{٩-}$

∵ $\overline{س ص} \perp \overline{ص ع}$

∴ $\frac{١-٢}{٩-} = \frac{١}{٣}$

∴ ١ - ٢ = -٣

١ = -٣ + ٢

١ = -١

٩ إذا كان المستقيم ل١ المار بالنقطتين (٣ ، ١)، (٢ ، ك) و المستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان ل١ ، ل٢

١) متعامدان ٢) متوازيين

الحل

م١ = $\frac{ك-١}{٢-٣}$ = $\frac{ك-١}{١-}$

م٢ = ظا هـ = ظا ٤٥ = ١

① ل١ ⊥ ل٢ متعامدين

∴ $\frac{ك-١}{١-} = \frac{١-}{١}$

ك - ١ = ١ ⇐ ك = ١ + ١

∴ ك = ٢

② ل١ // ل٢ متوازيين

$\frac{ك-١}{١-} = \frac{١}{١}$

ك - ١ = -١

ك = -١ + ١ ⇐ ك = ٠

١٠ إذا كانت ا(٠ ، -١) ، ب(٢ ، ٣) ، حـ(-١ ، -٣) أثبت أن النقط على استقامة واحدة

الحل

ميل $\overleftrightarrow{ا ب}$ = $\frac{-١-٣}{٠-٢}$ = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢

ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = $\frac{٣+٣}{٢+١}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

ميل $\overleftrightarrow{ا حـ}$ = $\frac{-١+٣}{٠+١}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

∴ ميل $\overleftrightarrow{ا ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{ا حـ}$

∴ ا ، ب ، حـ على استقامة واحدة

١١ النقط (٠ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة ١

الحل

م١ = $\frac{٥-١}{٢-٠}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

م٢ = $\frac{٣-١}{٠-١}$ = $\frac{٢}{١}$

∴ النقط على استقامة واحدة

∴ $\frac{٢}{١} = \frac{٢}{١}$

∴ ١ = ١

١٢ مثل بيانياً على الشبكة البيانية المتعامدة النقط ا(٢ ، ٣) ، ب(٦ ، ٢) ، حـ(-٢ ، -٢) ، د(-٢ ، ١) ثم اثبت أن الشكل اب حـ د شبه منحرف

الحل

ميل $\overline{ا ب}$ = $\frac{٣-٢}{٦-٢}$ = $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

ميل $\overline{ب حـ}$ = $\frac{٢+٢}{٢+٦}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

ميل $\overline{حـ د}$ = $\frac{-٢-١}{-٢+٢}$ = $\frac{-٣}{\text{صفر}}$ غير معرف

ميل $\overline{د ا}$ = $\frac{١-٢}{٢+٢}$ = $\frac{-١}{٤}$ = $\frac{-١}{٤}$

∴ ميل $\overline{ب حـ}$ = ميل $\overline{د ا}$ ∴ $\overline{ب حـ} \parallel \overline{د ا}$

∴ ميل $\overline{ا ب}$ ≠ ميل $\overline{حـ د}$ ∴ $\overline{ا ب}$ لا يوازي $\overline{حـ د}$

∴ ا ب حـ د شبه منحرف

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣

١٣ أثبت باستخدام الميل أن النقط أ(-١ ، ٣) ، ب(٥ ، ١) ، حـ(٦ ، ٤) ، ء(٠ ، ٦) هي رؤوس مستطيل

الحل

$$\text{ميل } \overline{أب} = \frac{٢-١}{-١-٥} = \frac{٢}{-٦} = \frac{-١}{٣}$$

$$\text{ميل } \overline{ب حـ} = \frac{١-٤}{٦-٥} = \frac{-٣}{١} = ٣$$

$$\text{ميل } \overline{حـ ء} = \frac{٤-٦}{٠-٦} = \frac{-٢}{٦} = \frac{-١}{٣}$$

$$\text{ميل } \overline{ء أ} = \frac{٣-٦}{٠-(-١)} = \frac{-٣}{١} = -٣$$

$$\text{ميل } \overline{أ ب} \times \text{ميل } \overline{ب حـ} = \frac{-١}{٣} \times ٣ = -١$$

$\therefore \overline{أ ب} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ب} \parallel \overline{حـ ء}$ ، $\overline{ء أ} \perp \overline{ب حـ}$

$\therefore$ أ ب حـ ء مستطيل

١٤ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين أ(-٣، ٤)، حـ(-٣ ، -٢) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين ب(١ ، ٢) ، ء(-٣ ، ٢)

الحل

$$\text{ميل } \overline{أ حـ} = \frac{٤+٢}{-٣+٣} = \frac{٦}{\text{صفر}} \text{ غير معرف}$$

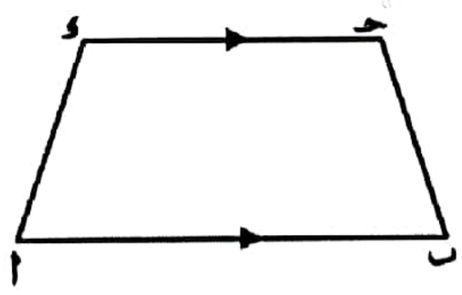
$\therefore \overleftrightarrow{أ حـ} \parallel$ لمحور الصادات ← ①

$$\text{ميل } \overline{ب ء} = \frac{٢-٢}{٣+١} = \frac{\text{صفر}}{٤} = \text{صفر}$$

$\therefore \overleftrightarrow{ب ء} \parallel$ لمحور السينات ← ②

من ① ، ② $\therefore \overleftrightarrow{أ حـ} \perp \overleftrightarrow{ب ء}$

١٥ في الشكل المرسوم



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{أ ب} \parallel \overline{حـ ء}$ بحيث أ(٩ ، -٢) ، ب(٣ ، ٢) ، حـ(س ، -س) ، ء(٤ ، -٣) أوجد إحداثي نقطة حـ

الحل

$\therefore \overline{أ ب} \parallel \overline{حـ ء}$

$\therefore$ ميل $\overline{أ ب}$ = ميل $\overline{حـ ء}$

$$\frac{-٢-٢}{٣-٩} = \frac{-س+٣}{-س-٤}$$

$$\frac{-٤}{٦} = \frac{-س+٣}{-س-٤}$$

$$-٢(-س-٤) = ٣(-س+٣)$$

$$-٢س+٨ = -٣س+٩$$

$$-٢س+٣س = ٩-٨$$

$$س = ١$$

$\therefore$ حـ $= (١ ، -١)$

١٦ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

١) $٢س - ٣ص + ٥ = ٠$ ٢) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

الحل

① ميل المستقيم $= -\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = -\frac{-٢}{-٣}$

$$= \frac{٢}{٣}$$

لإيجاد الجزء المقطوع من محور الصادات نضع س = ٠

$$٢ \times ٠ - ٣ص + ٥ = ٠$$

$$-٣ص = -٥$$

$$ص = \frac{-٥}{-٣} = \frac{٥}{٣}$$

$\therefore$ طول الجزء المقطوع من محور الصادات

$= |\frac{٥}{٣}| = \frac{٥}{٣}$ وحدة طول.

② $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} - ١ = ٠$

$$\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٣}ص - ١ = ٠$$

$$\text{الميل} = \frac{-\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٣}} = \frac{-٣}{٢}$$

نضع س = ٠

$\therefore \frac{١}{٣}ص - ١ = ٠$ ← $\frac{١}{٣}ص = ١$

$\therefore ص = ١ \div \frac{١}{٣} = ٣$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات $= |٣| = ٣$ وحدات طول

١٧ مستقيم ميله = $\frac{١}{٢}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات طوله وحدتين أوجد:
أ) معادلة المستقيم ب) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل
معادلة المستقيم ص = م س + حـ
∴ م = $\frac{١}{٢}$ ، حـ = ٢
∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢
نضع ص = ٠ ∴ $\frac{١}{٢}$ س + ٢ = ٠
$\frac{١}{٢}$ س = −٢ ⇐ س = −٢ ÷ $\frac{١}{٢}$
س = −٤
∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هى (−٤، ٠)

١٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، −١) وميله ٢

الحل
معادلة المستقيم ص = م س + حـ
∴ م = ٢ ∴ ص = ٢ س + حـ
∴ (٢، −١) تحقق المعادلة
∴ −١ = ٢ × ٢ + حـ
−١ = ٤ + حـ
حـ = −١ − ٤ = −٥
∴ المعادلة هى ص = ٢ س − ٥

١٩ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، −٥) ويوازي المستقيم س + ٢ ص − ٧ = ٠

الحل
ص = م س + حـ
ميل المستقيم المعطى = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-١}{٢}$
ميل المطلوب "الموازى" = $\frac{-١}{٢}$
∴ ص = $\frac{-١}{٢}$ س + حـ
∴ (٣، −٥) تحقق المعادلة
∴ −٥ = $\frac{-١}{٢}$ × ٣ + حـ
−٥ = $\frac{-٣}{٢}$ + حـ
∴ حـ = −٥ + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{-٧}{٢}$
∴ المعادلة هى ص = $\frac{-١}{٢}$ س − $\frac{٧}{٢}$

٢٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٦) ، (−١، ٢)

الحل
المعادلة هى ص = م س + حـ
ميل المعطى = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٦-٢}{١+٥}$ = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$
ميل المطلوب "الموازى" = $\frac{٢}{٣}$
∴ ص = $\frac{٢}{٣}$ س + حـ
∴ (٣، ٢) تحقق المعادلة
∴ ٢ = $\frac{٢}{٣}$ × ٣ + حـ
٢ = ٢ + حـ ∴ المعادلة هى
حـ = ٢ − ٢ = ٠ ص = $\frac{٢}{٣}$ س

٢١ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (−٢، ٣) وعمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٥

الحل
ص = م س + حـ
ميل المعطى = $\frac{١}{٢}$ ص − $\frac{١}{٢}$ س + ٥ = ٠
ميل المطلوب "العمودى" = $\frac{-٢}{١}$ = −٢
∴ ص = −٢ س + حـ
∴ (−٢، ٣) تحقق المعادلة
∴ ٣ = −٢ × −٢ + حـ
٣ = ٤ + حـ
حـ = ٣ − ٤
حـ = −١
∴ المعادلة هى ص = −٢ س − ١

٢٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وعمودي على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، −٣) ، ب (٥، −٤)

الحل
ص = م س + حـ
ميل المعطى = $\frac{-٣+٤}{٥-٢}$ = $\frac{١}{٣}$
ميل المطلوب "العمودى" = ٣
∴ ص = ٣ س + حـ
(١، ٢) تحقق المعادلة
∴ ٢ = ٣ × ١ + حـ
٢ = ٣ + حـ ⇐ حـ = ٢ − ٣ = −١
∴ المعادلة ص = ٣ س − ١

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠

٢٣ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

ص = م س + حـ

م = $\frac{٢+١}{٢+٤} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

(٤ ، ٢) تحقق المعادلة

٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ + حـ ∴ ٢ = ٢ + حـ

∴ حـ = ٢ - ٢ ∴ حـ = ٠

∴ المعادلة هي ص = $\frac{١}{٢}$ س

∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل .

٢٤ أوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ١) ، (٢ ، ٧) ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله ٥ وحدات

الحل

ص = م س + حـ

ميل المعطى = $\frac{١-٧}{-٢-٢} = \frac{-٦}{-٤}$

= $\frac{٣}{٢}$

∴ ميل (طلوب "العمودي") = $\frac{-٢}{٣}$

∴ ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٥

٢٦ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

راجع (٢٣)

٢٧ أوجد معادلة المستقيم على المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

الحل

راجع (٢٣)

٢٨ أ(-٣ ، ٤) ، ب(٥ ، -١) ، حـ(٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة أ وينصف $\overline{ب حـ}$

الحل

د منتصف $\overline{ب حـ}$ = ($\frac{٥+٣}{٢}$ ، $\frac{-١+٥}{٢}$) = (٤ ، ٢)

ميل $\overline{أ د}$ = $\frac{٤-٢}{-٣-٤} = \frac{٢}{-٧} = \frac{-٢}{٧}$

∴ ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + حـ

(-٣ ، ٤) تحقق المعادلة

٤ = $\frac{-٢}{٧}$ × ٣ + حـ

٤ = $\frac{-٦}{٧}$ + حـ

حـ = ٤ + $\frac{٦}{٧}$ = $\frac{٣٤}{٧}$

∴ المعادلة هي ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٣٤}{٧}$

٢٩ أوجد معادلة المستقيم العمودي على $\overline{أب}$ من نقطة منتصفها حيث أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)
"أوجد معادلة محور تماثل $\overline{أب}$"

الحل

ص = م س + حـ

ميل $\overline{أب}$ = $\frac{٥-٣}{٣-١}$ = $\frac{٢}{٢}$ = ١

ميل العمودى = -١

∴ ص = -س + حـ

منتصف $\overline{أب}$ ($\frac{١+٣}{٢}$ ، $\frac{٣+٥}{٢}$) = (٢ ، ٤)

تحقق المعادلة

∴ ٤ = -٢ + حـ

∴ حـ = ٤ + ٢

حـ = ٦

∴ المعادلة هى ص = -س + ٦

٣٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محوري الإحداثيات جزءين موجبين طولهما ٤، ٩ على الترتيب

الحل

∵ الجزء المقطوع من محور السينات = ٤

∴ (٤ ، ٠) ∈ للمستقيم

∵ الجزء المقطوع من محور الصادات = ٩

∴ (٠ ، ٩) ∈ للمستقيم

∴ ميل المستقيم = $\frac{٩-٠}{٠-٤}$ = $\frac{-٩}{٤}$

∴ معادلة المستقيم هى

ص = $-\frac{٩}{٤}$ س + ٩

٣١ الجدول المقابل يمثل علاقة خطية

س	١	٢	٣
ص	١	٣	أ

١) أوجد معادلة الخط المستقيم
٢) أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات
٣) أوجد أ

الحل

ص = م س + حـ

(١ ، ١) ، (٢ ، ٣)

الميل = $\frac{٣-١}{٢-١}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

∴ ص = ٢س + حـ

(١ ، ١) تحقق المعادلة

١ = ٢ × ١ + حـ

١ = ٢ + حـ

∴ حـ = ١ - ٢ = -١

∴ المعادلة هى ص = ٢س - ١

عندما س = ٣

∴ أ = ٢ × ٣ - ١ = ٥

٣٢ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{س-١}{ص} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

الحل

$\frac{س-١}{ص} = \frac{١}{٣}$

٣(س - ١) = ص

٣س - ص - ٣ = ٠

∴ ميل المطلوب = ٣

∴ المعادلة هى

ص = ٣س - ٣

٣٣ إذا كانت معادلتى المستقيمين ل١ ، ل٢ ، هما ٢س − ٣ص + ١ = ٠ ، ٣س + ب ص − ٦ = ٠ فاوجد

ا) قيمة ب التي تجعل ل١ ، ل٢ متوازيان

ب) قيمة ب التي تجعل ل١ ، ل٢ متعامدان

جـ) النقطة (١ ، ٣) تقع على ل١ ، أوجد قيمة ا

الحل

$م_1 = \frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$ ، $م_2 = \frac{-٣}{ب}$

① $ل_1 \parallel ل_2$ متوازيان

$\frac{٢}{٣} = \frac{-٣}{ب}$

$\therefore ب = \frac{-٣ \times ٣}{٢} = \frac{-٩}{٢}$

② $ل_1 \perp ل_2$ متعامدان

$\therefore \frac{-٣}{ب} = \frac{-٣}{٢}$

$\therefore \boxed{ب = ٢}$

② $(١ ، ٣)$ تقع على $ل_1$

∴ تحقق معادلته

$\therefore ٢ \times ١ - ٣ \times ٣ + ا = ٠$

$٢ - ٩ + ا = ٠$

$ا - ٧ = ٠$

$\boxed{ا = ٧}$

٣٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (-١ ، ٢)

الحل

ا ع ⓒ

٣٥ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى $\frac{س - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

الحل

ا ع ⓒ

٣٦ اوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين (-٢ , ٥) , (٤ , -١)

الحل

ميل المعطى $= \frac{١ + ٥}{٤ - ٢-} = \frac{٦}{٦-} = -١$

ميل المطلوب الهندسى $= ١$

$\therefore ظا هـ = ١$

$\therefore ق(هـ) = ٤٥°$

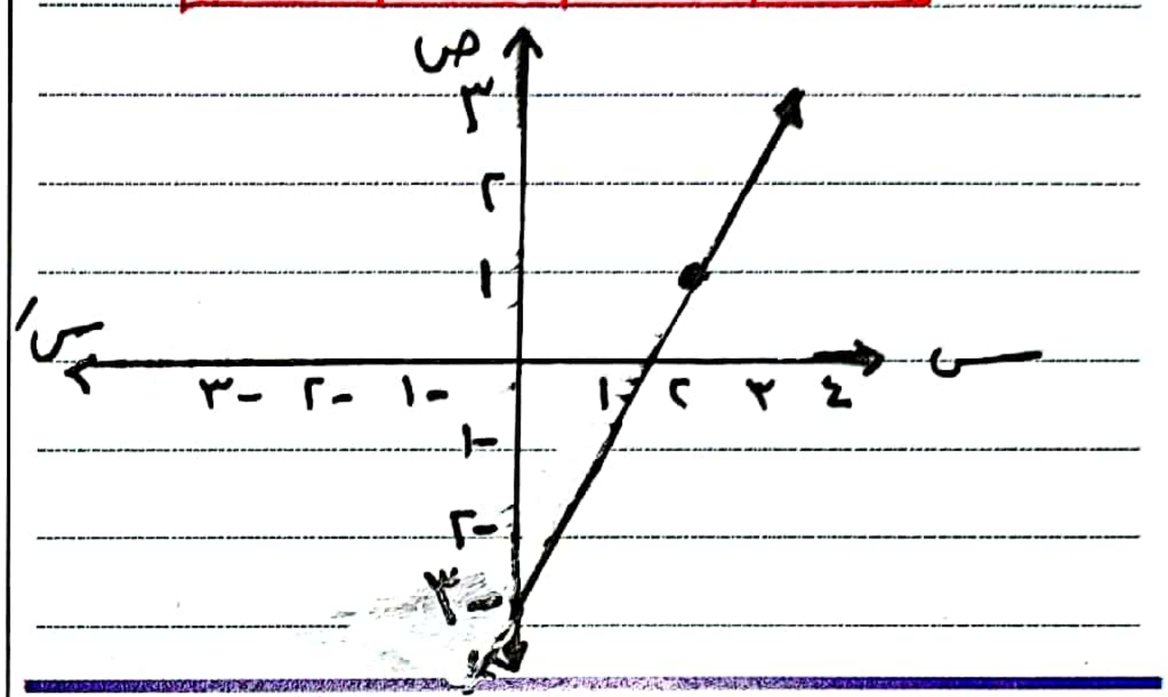
٣٧ إرسم الخط المستقيم الذي ميله يساوى ٢ ويقطع جزءا من الاتجاه السالب لمحور الصادات يساوى ٣ وحدات

الحل

ص = م س + حـ

ص = ٢ س - ٣

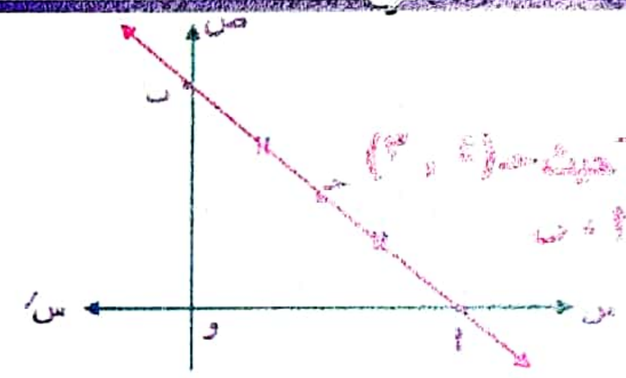
س	٠	١	٢
ص	-٣	-١	١



٣٨ في الشكل المقابل

النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث حـ (٤ ، ٣)

اوجد إحداثى كل من أ ، ب



الحل

∵ أ ∈ محور السينات ∴ أ (س ، ٠)

∵ ب ∈ محور الصادات ∴ ب (٠ ، ص)

∵ حـ منتصف $\overline{أب}$

∴ (٤ ، ٣) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

$\frac{س}{٢} = ٤$	$\frac{ص}{٢} = ٣$
س = ٨	ص = ٦

∴ أ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٦)

٣٩ أ ب حـ د مربع فيه أ (٥ ، ٤) ، حـ (-١ ، ٦) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{ح د}$

الحل

ميل $\overline{أحـ}$ = $\frac{٦ - ٤}{-١ - ٥} = \frac{٢}{-٦} = -\frac{١}{٣}$

∵ أ ب حـ د مربع ∴ $\overline{أحـ} \perp \overleftrightarrow{ح د}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ح د}$ = ٣

∴ ص = ٣ س + حـ

منتصف $\overline{أحـ}$ = $\left(\frac{٥ - ١}{٢} ، \frac{٦ + ٤}{٢}\right)$ = (٢ ، ٥)

∵ (٢ ، ٥) ∈ $\overleftrightarrow{ح د}$ ∴ تحقق المعادلة

٥ = ٣ × ٢ + حـ

٥ = ٦ + حـ

∴ حـ = ٥ - ٦

∴ حـ = -١

∴ معادلة $\overleftrightarrow{ح د}$ هى

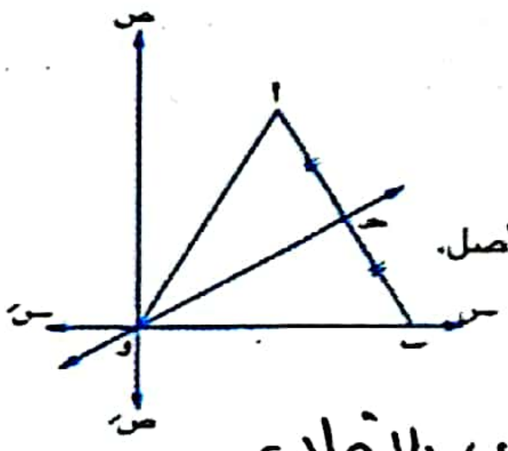
ص = ٣ س - ١

٤٠ فى الشكل المقابل :

أ ب و مثلث متساوى الأضلاع

، حـ منتصف $\overline{أب}$

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{وحـ}$ حيث و نقطة الأصل.



الحل

∵ Δ أ ب و متساوى الأضلاع

، وحـ متوسط

∴ وحـ ينصف (ب و̂ أ)

∴ ق (أ و̂ حـ) = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠°

∴ ميل $\overleftrightarrow{وحـ}$ = ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∵ المستقيم وحـ يمر بنقطة الأصل

∴ حـ = ٠

∴ معادلة المستقيم وحـ هى

ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س