ملخص هندسة فراغية

① أنواع المستقيمات في الفراغ:

- المستقيمان المتوازيان: (هما في مستوى واحد ولا يتقاطعان)
- المستقيمان المتقاطعان: (هما في مستوى واحد ويتقاطعان)
- المستقيمان المتخالفان: (هما ليسا في مستوى واحد ولا يتقاطعان)

② موقع النقطة بالنسبة لمستوى:

- النقطة $(س_1، ص_1، ع_1)$ تقع في المستوى $أس + ب ص + جـ ع = د$ إذا وفقط إذا $أس_1 + ب ص_1 + جـ ع_1 = د$
- النقطة $(س_1، ص_1، ع_1)$ تقع في الجهة الموجبة للمستوى $أس + ب ص + جـ ع = د$ إذا وفقط إذا $أس_1 + ب ص_1 + جـ ع_1 > د$
- النقطة $(س_1، ص_1، ع_1)$ تقع في الجهة السالبة للمستوى $أس + ب ص + جـ ع = د$ إذا وفقط إذا $أس_1 + ب ص_1 + جـ ع_1 < د$

③ بعد نقطة عن مستوى:

$$ب = \frac{|أس_1 + ب ص_1 + جـ ع_1 - د|}{\sqrt{أ^2 + ب^2 + جـ^2}}$$

$(س_1، ص_1، ع_1)$

- بعد النقطة عن المحور السيني: $\sqrt{ص^2 + ع^2}$
- بعد النقطة عن المحور الصادي: $\sqrt{س^2 + ع^2}$
- بعد النقطة عن المحور العمودي: $\sqrt{س^2 + ص^2}$

- بعد النقطة عن المستوى $س = أ$: $|س_1 - أ|$
- بعد النقطة عن المستوى $ص = ب$: $|ص_1 - ب|$
- بعد النقطة عن المستوى $ع = جـ$: $|ع_1 - جـ|$

- بعد نقطة عن نقطة الأصل: $\sqrt{س_1^2 + ص_1^2 + ع_1^2}$
- بعد نقطة عن نقطة ثابتة: $\sqrt{(س_1 - س_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2 + (ع_1 - ع_2)^2}$
- بعد نقطة عن مستقيم: $\frac{|ص_1 - ص_2|}{\sqrt{1 + م^2}}$

- نقطة تقسم بنسبة $ن : م$ من الداخل: $\left(\frac{ن س_2 + م س_1}{ن + م}، \frac{ن ص_2 + م ص_1}{ن + م}، \frac{ن ع_2 + م ع_1}{ن + م}\right)$
- نقطة تقسم بنسبة $ن : م$ من الخارج: $\left(\frac{ن س_2 - م س_1}{ن - م}، \frac{ن ص_2 - م ص_1}{ن - م}، \frac{ن ع_2 - م ع_1}{ن - م}\right)$
- نقطة منتصف القطعة المستقيمة: $\left(\frac{س_1 + س_2}{2}، \frac{ص_1 + ص_2}{2}، \frac{ع_1 + ع_2}{2}\right)$
- نقطة تلاقي متوسطات المثلث: $\left(\frac{س_1 + س_2 + س_3}{3}، \frac{ص_1 + ص_2 + ص_3}{3}، \frac{ع_1 + ع_2 + ع_3}{3}\right)$

④ تحديد بعد نقطة عن مستوى (طريقة أولى):

- نحدد المثلث الذي أحد أضلاعه هو البعد المطلوب
- نحدد مساحة المثلث ونحدد طول الضلع الذي يقابل الزاوية القائمة
- نحدد مساحة المثلث بطريقة أخرى ونحدد طول الضلع الآخر
- نحدد البعد المطلوب

⑤ تحديد بعد نقطة عن مستوى (طريقة ثانية):

- نحدد المثلث الذي أحد أضلاعه هو البعد المطلوب
- نحدد مساحة المثلث ونحدد طول الضلع الذي يقابل الزاوية القائمة
- نحدد مساحة المثلث بطريقة أخرى ونحدد طول الضلع الآخر
- نحدد البعد المطلوب

⑥ مساحة المثلث في الفراغ:

- المساحة $= \frac{1}{2} |أ_1 ب_2 - أ_2 ب_1|$
- المساحة $= \frac{1}{2} \sqrt{أ^2 + ب^2 + جـ^2}$
- المساحة $= \frac{1}{2} \sqrt{أ_1^2 + أ_2^2 + أ_3^2}$

⑦ المسافة بين مستقيمين متخالفين:

- المسافة $= \frac{|أ_1 ب_2 - أ_2 ب_1|}{\sqrt{أ_1^2 + أ_2^2}}$
- المسافة $= \frac{|أ_1 ب_2 - أ_2 ب_1|}{\sqrt{أ_1^2 + أ_2^2 + أ_3^2}}$

⑧ الزاوية بين مستقيمين:

- $جتا\theta = \frac{|أ_1 أ_2 + ب_1 ب_2|}{\sqrt{أ_1^2 + ب_1^2} \sqrt{أ_2^2 + ب_2^2}}$

⑨ الزاوية بين مستقيم ومستوى:

- $جتا\theta = \frac{|أ_1 أ_2 + ب_1 ب_2 + جـ_1 جـ_2|}{\sqrt{أ_1^2 + ب_1^2 + جـ_1^2} \sqrt{أ_2^2 + ب_2^2 + جـ_2^2}}$

⑩ طول العمود المرسوم من نقطة على مستوى:

- طول العمود $= \frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ ع_1 + د|}{\sqrt{أ^2 + ب^2 + جـ^2}}$

⑪ تعريف القوى الجبرية:

- مساحة الدائرة $= \pi$ نق^2
- محيط الدائرة $= 2\pi$ نق
- مساحة الكرة $= 4\pi$ نق^2
- محيط الكرة $= \frac{4}{3}\pi$ نق^3

⑫ الكرة التي مركزها نقطة الأصل:

يكون مركزها هو نقطة $(\pm نق، \pm نق، \pm نق)$

⑬ الكرة التي مركزها على محاور الإحداثيات:

يكون مركزها هو نقطة $(\pm نق، \pm نق، \pm نق)$

- مركز الكرة على محور السينات: $(س_1، 0، 0)$
- مركز الكرة على محور الصادات: $(0، ص_1، 0)$
- مركز الكرة على محور العمودي: $(0، 0، ع_1)$

⑭ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

⑮ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

⑯ مساحة سطح الكرة:

- مساحة سطح الكرة $= 4\pi$ نق^2
- مساحة سطح الكرة $= 4\pi$ نق^2
- مساحة سطح الكرة $= 4\pi$ نق^2

⑰ حجم الكرة:

- حجم الكرة $= \frac{4}{3}\pi$ نق^3
- حجم الكرة $= \frac{4}{3}\pi$ نق^3
- حجم الكرة $= \frac{4}{3}\pi$ نق^3

⑱ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

⑲ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

⑳ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉑ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉒ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉓ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉔ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉕ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉖ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉗ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉘ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉙ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉚ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉛ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉜ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉝ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉞ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㉟ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊱ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊲ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊳ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊴ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊵ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊶ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊷ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊸ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊹ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊺ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊻ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊼ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊽ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊾ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها

㊿ تحديد مركز الكرة ونصف قطرها:

- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها
- نحدد مركز الكرة ونصف قطرها