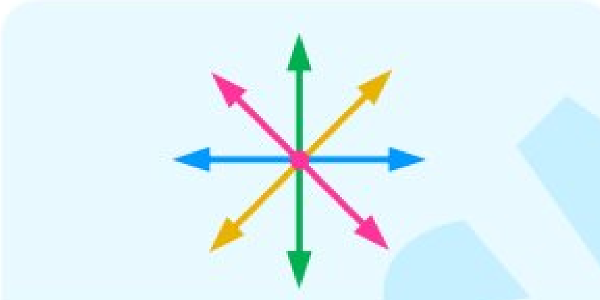
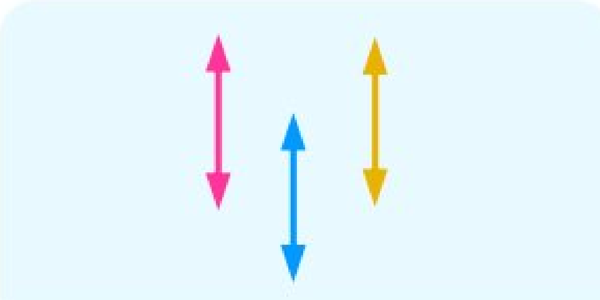
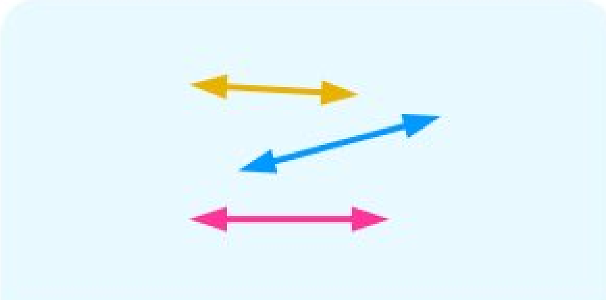
المستقيمات
و المستويات في الفراغ

الخط المستقيم

تحديد الخط المستقيم	نقطة في الفراغ	نقطتين في الفراغ	المستقيمات الرأسية	المستقيمات الأفقية
				
مجموعة غير منتهية من النقاط و يتحدد تحديدًا تامًا بمعرفة نقطتين	أي نقطة فيالفراغ يمر بها عدد لا نهائي من المستقيمات	أي نقطة في الفراغ يمر بها عدد لا نهائي من المستقيمات	جميع المستقيمات الرأسية في الفراغ تكون متوازية	جميع المستقيمات الرأسية في الفراغ تكون متوازية

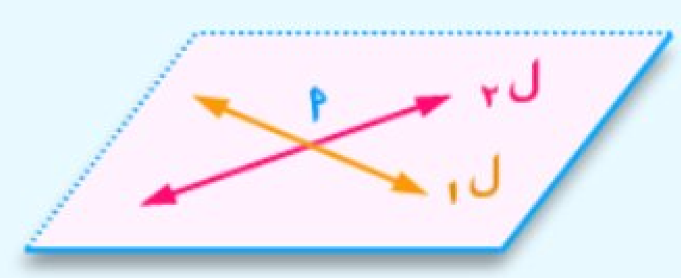
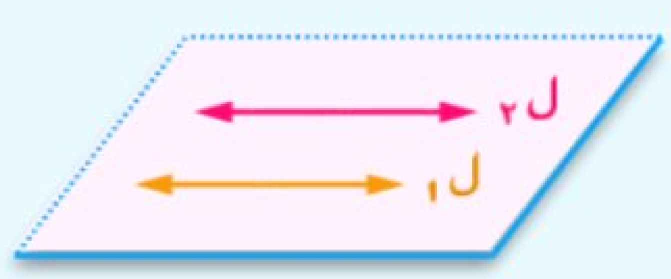
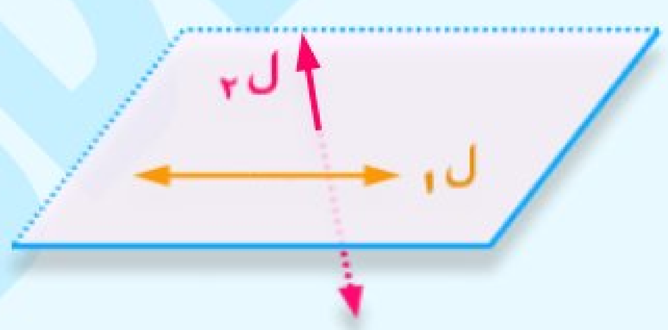
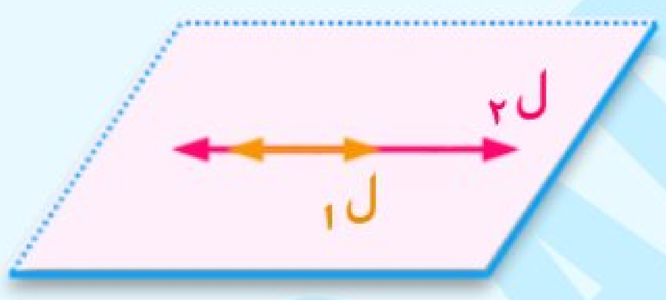
المستوى

- ❋ أي نقطة أو نقطتين أو ثلاث نقاط على استقامة واحدة في الفراغ يمر بهما عدد لا نهائي من المستويات
- ❋ أي خط مستقيم أو « ثلاث نقاط على استقامة واحدة » في الفراغ يحتويه عدد لا نهائي من المستويات

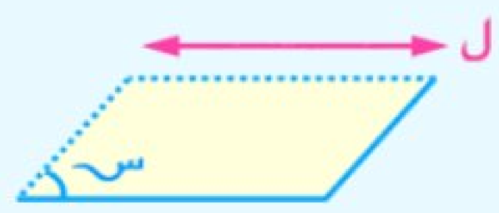
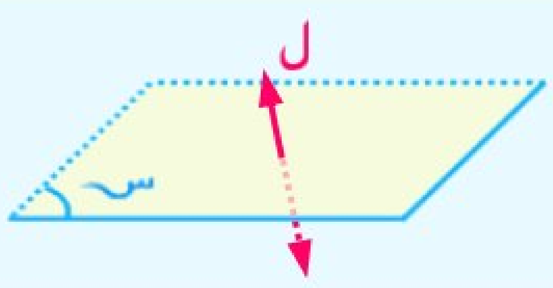
تعيين المستوى

- ❋ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
- ❋ مستقيم و نقطة لا تنتمي إليه.
- ❋ مستقيمان متقاطعان.
- ❋ مستقيمان متوازيان.

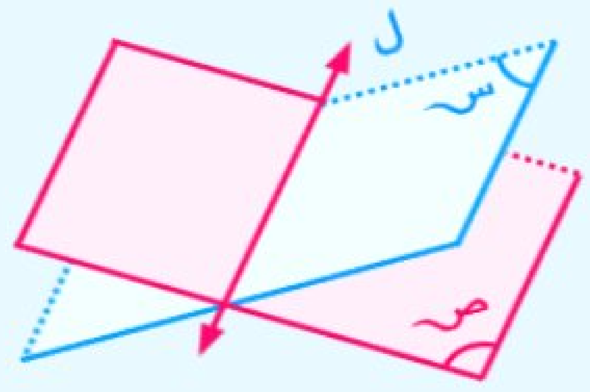
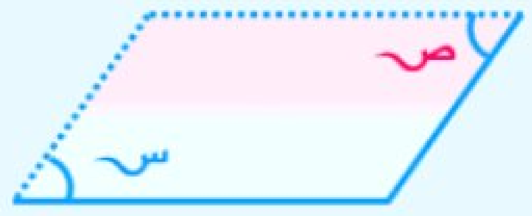
الأضاع النسبية لمستقيمين

المستقيمان المتقاطعان	المستقيمان المتوازيان	المستقيمان المتخالفان	المستقيمان المنطبقان
			
❋ يجمعهما مستوى واحد ❋ يشتركان في نقطة واحدة أي أن : $ل_١ \cap ل_٢ = \{أ\}$	❋ يجمعهما مستوى واحد ❋ لا بشتركان في أي نقاط أي أن : $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$	❋ لا يجمعهما مستوى واحد ❋ لا بشتركان في أي نقاط أي أن : $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$	❋ يجمعهما مستوى واحد ❋ يشتركان في عدد لا نهائي من النقاط

الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى

المستقيم ل // المستوى س	المستقيم ل يقطع المستوى س	المستقيم ل يقع داخل المستوى س
		
المستقيم ل $\cap$ المستوى س $= \phi$	المستقيم ل $\cap$ المستوى س $= \{ أ \}$	المستقيم ل $\cap$ المستوى س = المستقيم ل

الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى

المستويان المتقاطعان	المستويان المتوازيان	المستويان المتوازيان
		
المستوى س ∩ المستوى ص = $\overleftrightarrow{\text{ل}}$	المستوى س ∩ المستوى ص = ϕ	التقاطع = أيًا من المستويين

ملاحظات

- أقل عدد من المستويات التي يمكن أن تحدد سطحًا مجسمًا هو ٤ .
- إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة، فإنهما يشتركان في مستقيم يمر بهذه النقطة.
- المستقيمان الموازيان لثالث يكونان متوازيين
- المستقيمان المتعامدان على ثالث في نفس المستوى يكونان متوازيين
- المستقيمان المتعامدان على ثالث قد يكونان متوازيين أو متخالفين

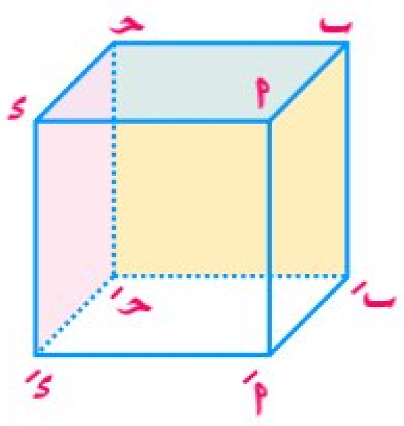
SHEET 1

6

١ جميع الحالات الأتية تعين مستوى ما عدا ....

أ مستقيم و نقطة لا تنتمي إليه
ب مستقيمين متوازيين مختلفين
ج مستقيمين متقاطعين
د مستقيمين متخالفين

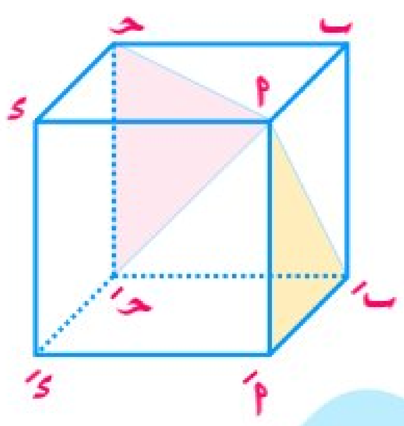
٢ في الشكل المقابل :



المستوى أ ب حـ ء ∩ المستوى ب بَ حـَ حـ ∩ المستوى ء ءَ حـَ حـ = ...

أ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$
ب $\overleftrightarrow{\text{ءَ حـَ}}$
ج $\overleftrightarrow{\text{حـَ حـ}}$
د {ء}

٣ في الشكل المقابل :



المستوى أ أَ ب ∩ المستوى أ حـ حـَ = ...

أ $\overleftrightarrow{\text{أ أَ}}$
ب $\overleftrightarrow{\text{ب بَ}}$
ج $\overleftrightarrow{\text{حـَ حـ}}$
د {أ}

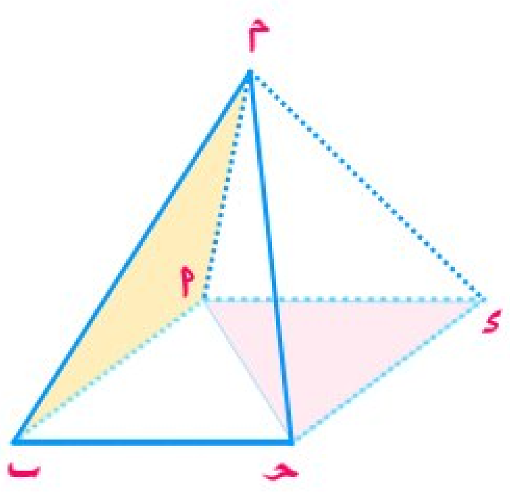
٤ أي ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة تعين ....

أ مستوى واحد
ب مستويين
ج ثلاث مستويات
د أربعة مستويات

٥ المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان ....

أ غير متقاطعين
ب غير متوازيين
ج غير منطبقين
د لا يجمعهما مستوى واحد

٦ في الشكل المقابل :



المستوى أ حـ ء ∩ المستوى أ م ب = ...

أ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$
ب $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$
ج $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$
د {أ}

SHEET 2

١ إذا اشترك مستويان في نقطتين أ ، ب فإنهما ....

أ) متطابقان
ب) يتقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$
جـ) يتقاطعان في المستقيم يوازي $\overleftrightarrow{أب}$
د) يشتركان في نقطة ثالثة لا تقع على $\overleftrightarrow{أب}$

٢ $\overleftrightarrow{أب}$ // المستوى س إذا كان ....

أ) $\overline{أب}$ // المستوى س = ϕ
ب) أ ، ب تقعان في جهتين مختلفتين من س
جـ) أ ، ب على بعدين مختلفتين من المستوى س
د) $\overleftrightarrow{أب}$ // المستوى س = ϕ

٣ المستقيمان ل$_1$ ، ل$_2$ يكونان متوازيان إذا كان ....

أ) ل$_1 \cap$ ل$_2 = \phi$
ب) ل$_1 \cap$ ل$_2 = \phi$ ، ل$_1$ ، ل$_2$ يجمعهما مستوى واحد
جـ) ل$_1$ ، ل$_2$ يقعان في مستوى واحد
د) ل$_1 \cap$ ل$_2 = \phi$ ، ل$_1$ ، ل$_2$ لا يجمعهما مستوى واحد

٤ عدد المستويات التي يمكن أن تمر بأربع نقاط ليست في مستوى واحد ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

٥ إحدى الحالات الآتية تعين بالضرورة مستوى وحيد ....

أ) مستقيم و نقطتان خارجه
ب) مستقيمان غير متوازيين
جـ) مستقيمان متوازيان
د) مستقيمان غير متقاطعين

٦ عدد المستويات التي تمر بثلاث نقاط غير مستقيمة يساوي ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) عدد لا نهائي

٧ يقال لمستقيمين لا يمكن أن يجمعهما مستوى واحد أنهما ....

أ) متوازيان ب) منطبقان جـ) متعامدان د) متخالفان

٨ عدد المستويات التي يمكن أن تمر بنقطتين يساوي ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) عدد لا نهائي

٩ عدد المستويات التي يمكن أن تمر بنقطة واحدة يساوي ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) عدد لا نهائي

١٠ إذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة فإنهما يكونان ....

أ) متطابقين ب) متوازيان جـ) متقاطعان د) كل ما سبق

١١ إذا كان : ل$_1$ ، ل$_2$ مستقيمان غير مستويين و كان : ل$_1 \cap$ ل$_2 = \phi$ ، فإن ل$_1$ ، ل$_2$ يكونان ....

أ) منطبقين ب) متوازيان جـ) متقاطعان د) متخالفين

الهــرم

الهرم – الهرم القائم – الهرم المنتظم – الهرم الثلاثي المنتظم الوجوه

المفاهيم الأساسية للهرم – شبكة الهرم – حساب حجم الهرم

حساب المساحة الجانبية و الكلية للهرم

الهـرم

هو مجسم له قاعدة واحدة على شكل مضلع و جميع أوجهه مثلثات تشترك في رأس واحدة.

و يسمى الهرم ثلاثيًا أو رباعيًا أو خماسيًا تبعًا لعدد أضلاع قاعدته.

لاحظ أن : عدد أحرف الهرم = عدد الأوجه + عدد الرءوس – ٢

الهرم القائم

يكون الهرم قائمًا إذا كان موقع العمود الساقط من رأس الهرم على قاعدته يمر بمركزها الهندسي.

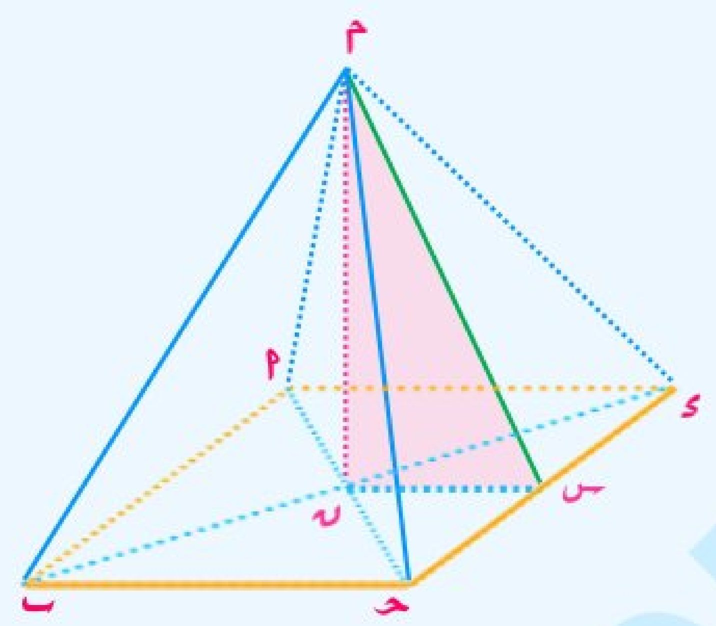
الهرم المنتظم

هو هرم قائم قاعدته مضلع منتظم مثل ((المثلث المتساوي الأضلاع ، المربع ، الخماسي المنتظم ، السداسي المنتظم ، .....))

خواص الهرم المنتظم

- أحرفه الجانبية متساوية في الطول.
- ارتفاعاته الجانبية متساوية في الطول .
- أوجهه الجانبية أسطح مثلثات متساوية الساقين و متطابقة .

المفاهيم الأساسية للهرم



ارتفاع الهرم : هو طول العمود الساقط من رأس الهرم على مستوى قاعدته.

مثل : $\overline{\text{م ن}}$

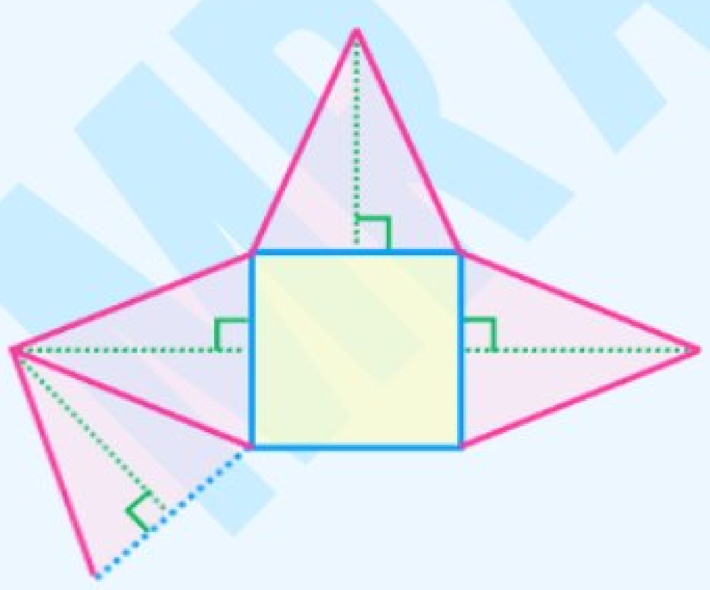
الارتفاع الجانبي : هو طول العمود الساقط من رأس الهرم على أحد أضلاع قاعدته.

مثل : $\overline{\text{م س}}$

الحرف الجانبي : هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس الهرم و أحد رؤوس قاعدته.

مثل : $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{م د}}$

شبكة الهرم الرباعي



- القطع المستقيمة الملونة باللون ■ تمثل أضلاع القاعدة
- القطع المستقيمة الملونة باللون ■ تمثل الأحراف الجانبية
- القطع المستقيمة الملونة باللون ■ تمثل الارتفاعات الجانبية
- المناطق المظللة باللون ■ تمثل الأوجه الجانبية
- المنطقة المظللة باللون ■ تمثل قاعدة الهرم

قوانين الهرم

- **حجم الهرم** = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع
- **المساحة الجانبية** = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي
- **المساحة الكلية** = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

الهرم الثلاثي المنتظم الوجوه

هو هرم ثلاثي جميع أوجهه أسطح مثلثات متساوية الأضلاع و متطابقة.

❊ إذا كان طول حرف الهرم هو ل و ارتفاعه هو ع فـإن :

■ ٢ ل^{2} = ٣ ع^{2} ■ الارتفاع الجانبي أو ارتفاع القاعدة = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل ■ حجم الهرم = $\frac{\sqrt{2}}{12}$ ل^{3}

■ مساحة القاعدة = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل^{2} ■ المساحة الجانبية = $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ل^{2} ■ المساحة الكلية = $\sqrt{3}$ ل^{2}

حساب مساحة المثلث

❊ مساحة المثلث الذي طول قاعدته = ق و ارتفاعه المناظرلها = ع تساوي $\frac{1}{2}$ ق ع

❊ مساحة المثلث الذي طولا ضلعين فيه س ، ص و يحصران بينهما زاوية قياسها θ تساوي $\frac{1}{2}$ س ص حا θ

❊ مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه س ، ص ، ع تساوي $\sqrt{ح(ح-س)(ح-ص)(ح-ع)}$ حيث ح = $\frac{1}{2}$ المحيط

❊ ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ل يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ل ومساحته تساوي $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل^{2}

حساب مساحة متوازي الأضلاع و المستطيل

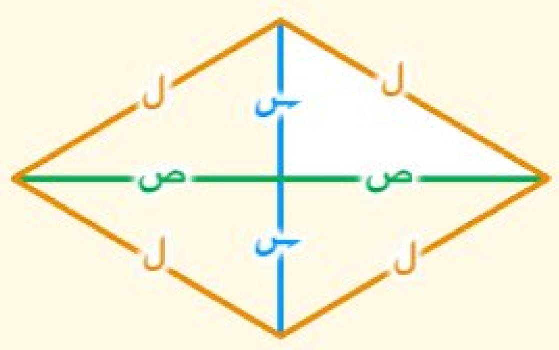
❊ مساحة متوازي الأضلاع الذي طول قاعدته = ق و ارتفاعه المناظرلها = ع تساوي ق ع

❊ مساحة المثلث الذي طولا قطريه س ، ص و يحصران بينهما زاوية قياسها θ تساوي $\frac{1}{2}$ س ص حا θ

❊ مساحة المستطيل الذي بعداه س ، ص تساوي س ص ومحيطه = (س + ص) × ٢

❊ مساحة المستطيل الذي بعداه س ، ص تساوي س ص ومحيطه = (س + ص) × ٢

حساب مساحة المعين

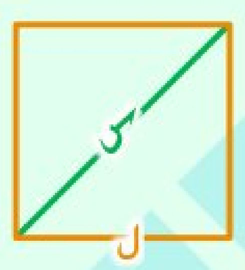


❊ لأي معين طول ضلعه ل و طولا قطريه ٢ س ، ٢ ص

■ محيط المعين = ٤ ل ■ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه

■ س^{2} + ص^{2} = ل^{2}

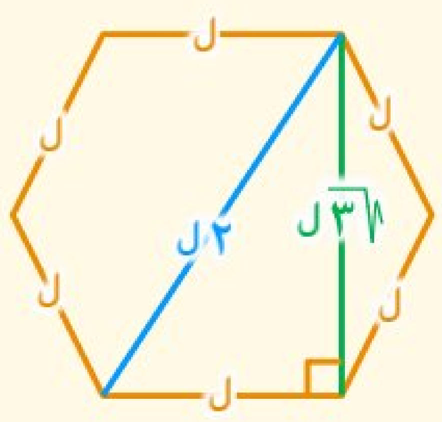
حساب مساحة المربع



❊ لأي مربع طول ضلعه ل و طولا قطره س

■ محيط المربع = ٤ ل ■ مساحة المربع = ل^{2} = $\frac{1}{2}$ س^{2}

حساب مساحة السداسي المنتظم



❊ لأي سداسي منتظم طول ضلعه ل يكون :

■ طول قطره الأكبر = ٢ ل ■ طول قطره الأصغر = $\sqrt{3}$ ل

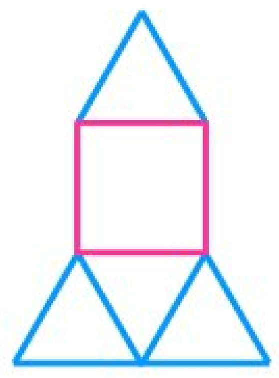
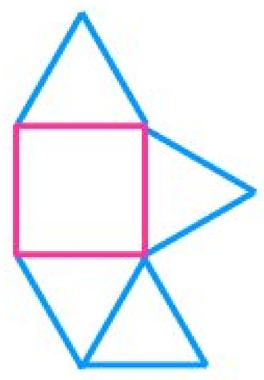
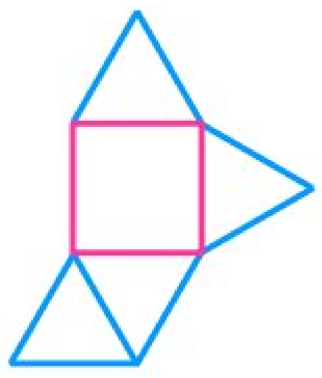
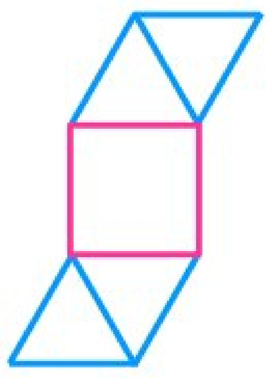
■ محيطه = ٦ ل ■ مساحته = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ل^{2}

حساب مساحة المضلع المنتظم

لأي مضلع منتظم طول ضلعه ل سم ، وعدد أضلاعه ن تكون مساحته = $\frac{ن}{4}$ ل^{2}ظتا $\frac{\pi}{ن}$

SHEET 1

١ أي الشبكات الأتية لا تصلح أن تكون هرمًا رباعيًا عند طيها ؟

أ 
ب 
ج 
د 

٢ النسبة بين طول حرف الهرم الثلاثي المنتظم الوجوه و ارتفاعه الجانبي = ...

أ $\sqrt{٢} : \sqrt{٣}$ ب $\sqrt{٣} : ٢$ ج $\sqrt{٦} : ٢$ د $\sqrt{٣} : ٣$

٣ القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس الهرم و أحد رؤوس قاعدته ....

أ ارتفاع الهرم ب ضلع قاعدة الهرم ج الحرف الجانبي للهرم د الارتفاع الجانبي للهرم

٤ في الهرم المنتظم أي الأتي هو الأكبر ؟

أ الحرف الجانبي ب الارتفاع الجانبي ج ارتفاع الهرم د لا يمكن التحديد

٥ هرم ثلاثي منتظم طول ضلع قاعدته ٦ ل سم ، و ارتفاعه ل سم ، فإن مساحته الجانبية = ...

أ $٢٧\sqrt{٣}$ ل^{٢} ب $٩\sqrt{٣}$ ل^{٢} ج ١٨ ل^{٢} د ٣٦ ل^{٢}

٦ هرم ثلاثي منتظم الوجوه طول حرفه ١٥ سم ، فإن ارتفاعه = ...

أ $٤\sqrt{٥}$ سم ب $٥\sqrt{٦}$ سم ج $٦\sqrt{٥}$ سم د $٥\sqrt{٥}$ سم

٧ هرم رباعي منتظم ارتفاعه الجانبي ١٠ سم ، و طول ضلع قاعدته = ١٢ سم ، فإن حجمه = ... سم^{٣}

أ ٣٤٨ ب ٤٣٨ ج ٤٨٣ د ٣٨٤

٨ هرم ثلاثي منتظم الوجوه مساحته الكلية = $٩\sqrt{٣}$ سم^{٢} ، فإن مجموع أطوال أحرفه = ...

أ ٦ سم ب ١٢ سم ج ١٨ سم د ٣٦ سم

٩ م أ ب حـ هرم ثلاثي ، فإن : $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ مستقيمان ....

أ متقاطعان ب متوازيان ج متخالفان د منطبقان

١٠ هرم رباعي منتظم ارتفاعه الجانبي ١٣ سم ، و مساحة قاعدته ١٠٠ سم^{٢} ، فإن حجمه = ... سم^{٣}

أ ٣٦٠ ب ٤٠٠ ج ١٣٠٠ د ١٣٠

١١ هرم ثلاثي منتظم الوجوه مجموع أطوال أحرفه = ٦ سم ، فإن مساحته الكلية = ... سم^{٢}

أ $٣\sqrt{٣}$ ب $٢\sqrt{٣}$ ج $\sqrt{٣}$ د $٤\sqrt{٣}$

١٢ هرم سداسي منتظم طول ضلع قاعدته = ٨ سم و ارتفاعه = ١٠ سم ، فإن حجمه = ... سم^{٣}

أ $٣٢٠\sqrt{٣}$ ب $٩٦٠\sqrt{٣}$ ج $١٦٠\sqrt{٣}$ د ٥٥٤,٣٥

12

SHEET 2

١ إذا كان عدد أوجه هرم هو ن و عدد رءوسه هو م ، فإن عدد أحرفه = ...

أ) ن + م   ب) ن + م − ٢   جـ) ن + م + ٢   د) ن + م − ١

٢ هرم رباعي قائم قاعدته معين طولا قطريه ٦ سم ، ٤ سم و ارتفاع الهرم ٥ سم ، فإن حجمه = ... سم^{٣}

أ) ٤٠   ب) ٣٠   جـ) ٢٠   د) ٢٥

٣ النسبة بين المساحة الجانبية و الكلية للهرم الثلاثي المنتظم الوجوه = ...

أ) ٣ : ٤   ب) ١ : ٢   جـ) ١ : ٣   د) ١ : ٤

٤ هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته = ٤٠ سم و ارتفاعه = $٢٠\sqrt{٣}$ سم ، فإن المساحة الجانبية للهرم = ... سم^{٢}

أ) ٦٣٠٠   ب) ٣٤٠٠   جـ) ٣٢٠٠   د) ٤٣٠٠

٥ في الهرم الثلاثي المنتظم يكون ارتفاع الهرم .... الارتفاع الجانبي للهرم

أ) $<$ ب) $>$ جـ) $\leq$ د) $=$

٦ المساحة الكلية لهرم رباعي قائم ، قاعدته مضلع منتظم و طول قطر القاعدة $١٠\sqrt{٢}$ سم و ارتفاع الهرم $٥\sqrt{٣}$ سم تساوي .... سم^{٢}

أ) ١٠٠   ب) ٢٠٠   جـ) ٣٠٠   د) ٤٠٠

٧ إذا كان الارتفاع الجانبي لهرم ثلاثي منتظم الوجوه = $٥\sqrt{٣}$ سم ، فإن مجموع مساحات أوجهه = ... سم^{٢}

أ) $\frac{٥٠\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $٢٥\sqrt{٣}$ جـ) $١٠٠\sqrt{٣}$ د) $٥٠\sqrt{٣}$

٨ هرم رباعي منتظم مساحته الكلية = ٧٠ سم^{٢} ، و مساحته الجانبية = ٤٥ سم^{٢} ، فإن ارتفاع الهرم = ... سم

أ) ٢,٥   ب) $\sqrt{١٤}$ جـ) ٥   د) ٤,٥

٩ هرم رباعي منتظم محيط قاعدته = ٣٦ سم ، ارتفاعه ١٠ سم ، فإن حجمه = ... سم^{٣}

أ) ٨١٠   ب) ١٨٠   جـ) ٣٦٠   د) ٢٧٠

١٠ هرم رباعي قائم قاعدته على شكل معين طول ضلعه = طول أحد قطريه = ٦ سم ، فإذا كان ارتفاع الهرم ١٢ سم ، فإن حجمه = ...

أ) $٧٢\sqrt{٣}$ سم^{٣} ب) $١٦\sqrt{٣}$ سم^{٣} جـ) ١٤٤ سم^{٣} د) ٧٢ سم^{٣}

١١ هرم رباعي منتظم طول حرفه الجانبي ١٥ سم و ارتفاعه = $٣\sqrt{٧}$ سم ، فإن ارتفاعه الجانبي = ... سم

أ) ٨   ب) $٩\sqrt{٢}$ جـ) ١٢   د) ٩

١٢ أ ب جـ د أَ بَ جـَ دَ مكعب طول حرفه = ٦ سم ، فإن حجم الهرم بَ أ ب جـ = ... سم^{٢}

أ) $١٨\sqrt{٣}$ ب) $٣٦\sqrt{٣}$ جـ) ٣٦   د) ٧٢

١ م أ ب حـ هرم ثلاثي رأسه م تبعد ١٥ سم عن قاعدته أ ب حـ ، فإذا كانت أطوال أضلاع قاعدته ٥ سم ، ٦ سم ، ٧ سم
فإن حجمه = ... سم^٣

أ ٥٠ √٣ ب ٢٥ √٣ ج ٥٠ د ٢٥

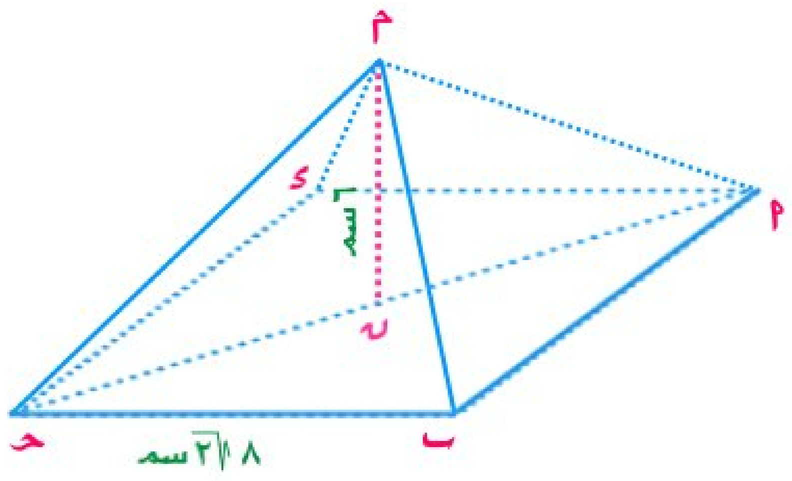
٢ إذا تضاعف طول ضلع قاعدة هرم رباعي منتظم ، فإن حجمه ....

أ يتضاعف ب لا يتغير ج يتضاعف أربع مرات د يتضاعف ثلاث مرات

٣ مقطع هرم رباعي منتظم بمستوى موازٍ لقاعدته هو ....

أ مثلث ب مربع ج مستطيل د معين

٤ **في الشكل المقابل :**



م أ ب حـ ء هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته = ٨ √٢ سم و ارتفاعه = ٦ سم
فإن طول حرفه الجانبي = ... سم

أ ١٠ ب ١٨ ج ٢٤ د ٤٢

٥ هرم ثلاثي منتظم ارتفاعه = ٦ سم ، و حجمه = ٢٠٠ سم^٣ ، فإن طول ضلع قاعدته = ... سم

أ ٥ ب ١٠ ج ١٥ د ٢٠

٦ هرم رباعي منتظم مساحة أي وجه من أوجهه الجانبية تساوي مساحة قاعدته ، فإذا كان طول ضلع قاعدته ٦ سم .
فإن حجم الهرم = ... سم^٣

أ ٣٦ ب ٦ √٣ ج ٣٦ √١٥ د ٢١٦ √١٥

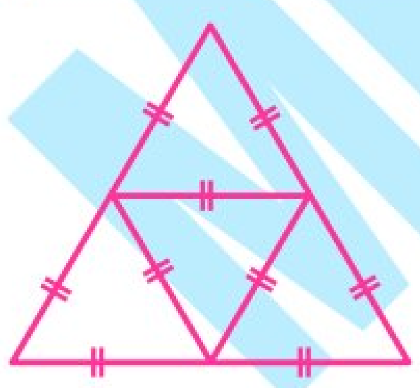
٧ النسبة بين الارتفاع الجانبي للهرم الثلاثي المنتظم الوجوه و ارتفاعه = ...

أ ٢ √٢ : ٣ ب ٣ √٢ : ٢٤ ج ٢ : √٣ د √٣ : √٢

٨ أي الأشكال الأتية يمكن أن تكون قاعدة لهرم منتظم ؟

أ متوازي أضلاع ب مربع ج مستطيل د مثلث

٩ **الشكل المقابل :**



هو شبكة لهرم ....

أ ثلاثي منتظم الوجوه ب سداسي منتظم ج رباعي منتظم د رباعي

١٠ إذا كان حجم هرم سداسي منتظم يساوي ٨ √٣ سم^٣ و ارتفاعه يساوي ٤ سم ، فإن محيط قاعدته = ... سم

أ ٢ ب ٦ ج ١٢ د ٦ √٢

١١ هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته يساوي ارتفاعه الجانبي ، فإن النسبة بين مساحته الجانبية إلى مساحته الكلية ....

أ ١ : ٢ ب ٢ : ٣ ج ٣ : ٤ د ٣ : ٥