



مراجعة ليلة الامتحان

في الهندسة

الصف الثالث الإعدادي
الفصل الدراسي الثاني

2025

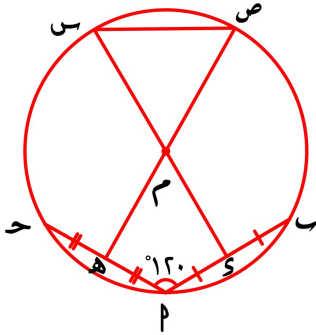
إعداد

أسرة كتاب اليمني في الرياضيات



أولاً: الأسئلة المقالية

★ أولاً: الدائرة:



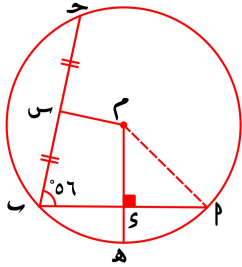
١ في الشكل المقابل:

\overline{PM} ، \overline{SM} وتران في الدائرة M يحصران بينهما زاوية قياسها 120° ، S ، P منتصفا \overline{BC} ، \overline{AC} علي الترتيب ، رسم \overline{SM} ، \overline{PM} فقطعا الدائرة في S ، P علي الترتيب **أثبت أن: ΔSPM متساوي الأضلاع**

البرهان:

$\therefore S$ منتصف \overline{BC} $\therefore \overline{PM} \perp \overline{BC}$ $\therefore \angle SPM = 90^\circ$
 $\therefore P$ منتصف \overline{AC} $\therefore \overline{SM} \perp \overline{AC}$ $\therefore \angle SMP = 90^\circ$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360°
 $\therefore \angle SPM = \angle SMP = 90^\circ$ ، $\angle PMS = 120^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 360^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle SPM = \angle SMP = \angle PMS = 90^\circ$ ، بالتقابل بالرأس ، $\therefore MS = SM$ (أنصاف أقطار)
 $\therefore \Delta SPM$ متساوي الأضلاع

٢ في الشكل المقابل:



\overline{PM} ، \overline{SM} وتران في الدائرة M

التي طول نصف قطرها 5 سم ، $\overline{PM} \perp \overline{BC}$ ،

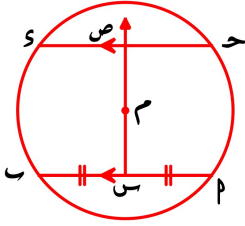
، $\angle SPM = 56^\circ$ ، S منتصف \overline{BC} ، $PM = 8$ سم

أوجد: ١) $\angle SPM$ ٢) طول SM

البرهان:

$\therefore S$ منتصف \overline{BC} $\therefore \overline{PM} \perp \overline{BC}$ $\therefore \angle SPM = 90^\circ$
 $\therefore \overline{PM} \perp \overline{SM}$ $\therefore \angle SPM = 90^\circ$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360°
 $\therefore \angle SPM = \angle SMP = 90^\circ$ ، $\angle PMS = 56^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 360^\circ = 124^\circ$
 $\therefore \overline{PM} \perp \overline{SM}$ $\therefore S$ منتصف \overline{BC} $\therefore SM = SP = 4$ سم
 $\therefore \Delta SPM$ قائم الزاوية في S
 $\therefore SM = \sqrt{4^2 - 3^2} = 5$ سم $\therefore SM = 5 = 3 - 2$

٣ في الشكل المقابل :



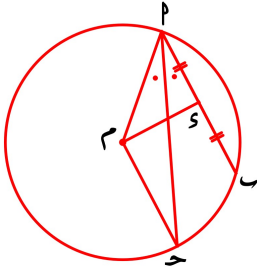
م دائرة ، $\overline{MS} \parallel \overline{PQ}$ ، \overline{MS} منتصف \overline{AB} ،
رسم \overline{MS} فقطع \overline{PQ} في S ،
أثبت أن : S منتصف \overline{PQ}

البرهان :

$\therefore S$ منتصف \overline{PQ} $\because \overline{MS} \perp \overline{PQ}$
 $\therefore \overline{MS} \parallel \overline{PQ}$ $\because \overline{MS} \perp \overline{AB}$

$\therefore S$ منتصف \overline{PQ}

٤ في الشكل المقابل :



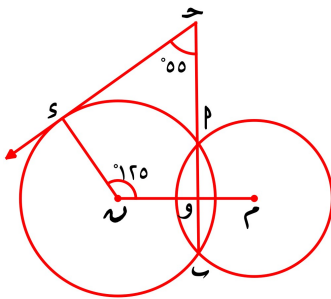
\overline{MS} وتر في الدائرة م ، \overline{MS} ينصف $(\triangle PAB)$
ويقطع الدائرة م في ح ، إذا كان S منتصف \overline{AB}
أثبت أن : $\overline{MS} \perp \overline{CH}$

البرهان :

$\therefore MS = CH = PM$ $\because MS = CH = PM$
 $\therefore \overline{MS}$ ينصف $(\triangle PAB)$ $\because MS = CH = PM$

من ١ ، ٢ : $\therefore MS = CH = PM$ وهما في وضع التبادل $\therefore \overline{MS} \parallel \overline{CH}$
 $\therefore MS \perp CH$ $\because MS \perp AB$

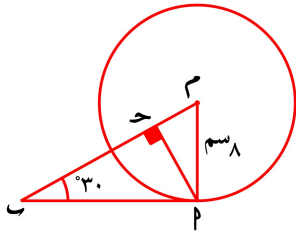
٥ في الشكل المقابل :



م ، S دائرتان متقاطعتان في P ، S ، M ، $\overline{MS} \perp \overline{SP}$
 $\therefore S$ ، $\angle MSP = 125^\circ$ ،
 $\therefore S$ ، $\angle SPS = 55^\circ$ ،
أثبت أن : $\overline{MS} \perp \overline{SP}$ مماساً للدائرة S عند S

البرهان :

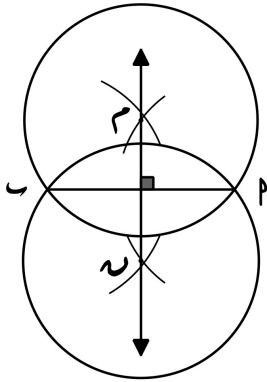
$\therefore MS \perp SP$ خط المركزين ، $\overline{MS} \perp \overline{SP}$ الوتر المشترك
 $\therefore MS \perp SP$ $\because \angle MSP = 90^\circ$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $= 360^\circ$
 $\therefore \angle MSP = (125^\circ + 55^\circ + 90^\circ) - 360^\circ = 90^\circ$
 $\therefore MS \perp SP$ مماساً للدائرة S عند S



٦ في الشكل المقابل :

 \overline{PM} مماس للدائرة م عند P، $PM = 8$ سم ، $\angle C = 30^\circ$ ، $PC = 16$ سمأوجد : طول كل من \overline{PM} ، \overline{PC} ، \overline{CH}

البرهان :

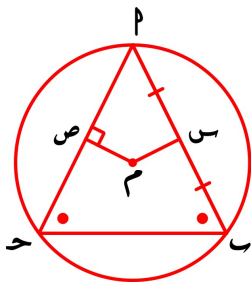
 \overline{PM} مماس للدائرة م عند P $\therefore \overline{PM} \perp \overline{PC}$ $\therefore \angle CPM = 90^\circ$ $\therefore \angle C = 30^\circ$ $\therefore \angle CPM = 60^\circ$ $\therefore \angle CPM = 2 \times \angle C$ $\therefore PM = 8$ سم $\therefore PC = 16$ سم $\therefore CH = \frac{1}{2} PC = 8$ سم $\therefore PM = 8$ سم $\therefore PM = 8$ سم $\therefore PM = 8$ سم٧ باستخدام الأدوات الهندسية : ارسم \overline{PM} طولها ٤ سم

ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين P ، B وطول نصف قطرها ٣ سم

كم عدد الحلول الممكنة ؟ (لا تمح الأقواس)

الجل :

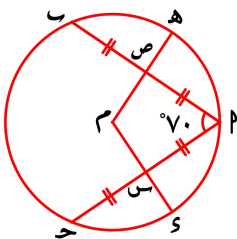
عدد الحلول الممكنة ٢



٨ في الشكل المقابل :

 \overline{PM} مثلث مرسوم داخل دائرة مفيه $\angle C = 30^\circ$ ، \overline{PM} منتصف \overline{AB} ، $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم

البرهان :

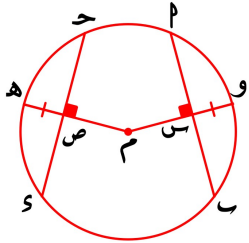
 $\therefore \angle C = 30^\circ$ $\therefore \angle CPM = 60^\circ$ $\therefore \angle CPM = 2 \times \angle C$ $\therefore PM = 3$ سم $\therefore \overline{PM} \perp \overline{AB}$ $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم $\therefore PM = 3$ سم

٩ في الشكل المقابل :

 \overline{PM} وتران متساويان في الطول في الدائرة م، \overline{PM} منتصف \overline{AB} ، \overline{PM} منتصف \overline{CD} ١ أوجد : $\angle CPM$ $\therefore \angle CPM = 70^\circ$ $\therefore \angle CPM = 70^\circ$ ٢ أثبت أن : $PM = 3$ سم

البرهان:

\therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$
 \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$
 \therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360°
 \therefore $(\angle م س ب) = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 90^\circ$
 \therefore $\overline{ب م} = \overline{ب م}$ (أوتار) \therefore $\overline{س م} = \overline{س م}$ (أبعاد) \therefore $\overline{س م} = \overline{س م}$
 \therefore $\overline{س م} = \overline{س م}$



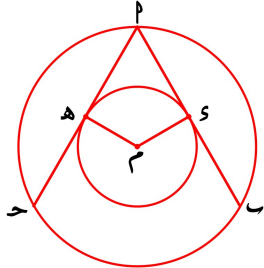
10 في الشكل المقابل:

$\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{ح د}$ ، $\overline{س م} = \overline{س م}$
أثبت أن: $\overline{ب م} = \overline{ب م}$

البرهان:

\therefore $\overline{ب م} = \overline{ب م}$ (أوتار)

\therefore $\overline{س م} = \overline{س م}$ (أبعاد) \therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{ح د}$

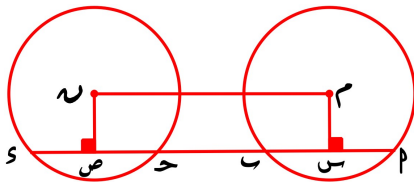


11 في الشكل المقابل:

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{ب م}$ ، $\overline{م ح}$ وتران في
 الدائرة الكبرى يمسان الدائرة الصغرى في س ، هـ
أثبت أن: $\overline{ب م} = \overline{ب م}$

البرهان:

\therefore في الدائرة الصغرى: $\overline{ب م}$ مماس للدائرة عند س
 \therefore في الدائرة الكبرى: $\overline{م ح}$ مماس للدائرة عند هـ
 \therefore $\overline{س م} = \overline{س م}$ (أنصاف أقطار) ٣ من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن: $\overline{ب م} = \overline{ب م}$



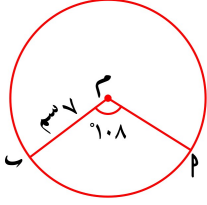
12 في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متطابقتان ، $\overline{ب م} = \overline{ب م}$
 $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{ح د}$
أثبت أن: الشكل $\overline{س م س م}$ مستطيل

البرهان:

\therefore $\overline{س م} \perp \overline{ب م}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{ح د}$ ، $\overline{ب م} = \overline{ب م}$ (أوتار)
 \therefore $\overline{س م} = \overline{ن ص}$ (أبعاد) ، $\overline{س م} \parallel \overline{ن ص}$ \therefore الشكل $\overline{س م س م}$ متوازي أضلاع
 \therefore الشكل $\overline{س م س م}$ مستطيل \therefore $90^\circ = (\angle م س س)$

★ ثانيًا : الزوايا والأقواس في الدائرة :



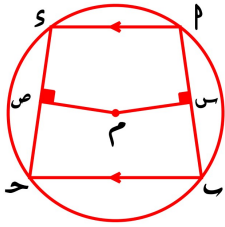
١٣ في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، $\angle POQ = 108^\circ$ ،
 أوجد : طول \widehat{PQ} ($\frac{22}{7} \approx \pi$)

البرهان :

$\angle POQ = 108^\circ$ $\therefore \angle POQ = \widehat{PQ}$ $\therefore \widehat{PQ} = 108^\circ$
 \therefore محيط الدائرة = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ سم
 \therefore طول $\widehat{PQ} = \frac{108 \times 44}{360} = 13,2$ سم

\therefore طول القوس = قياس القوس / محيط الدائرة = قياس القوس / قياس الدائرة

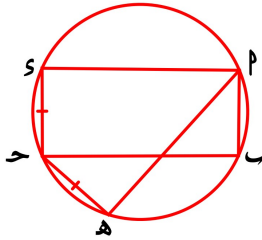


١٤ في الشكل المقابل :

دائرة م ، $\overline{SP} \parallel \overline{QR}$ ،
 $\overline{MS} \perp \overline{PQ}$ ، $\overline{MS} \perp \overline{QR}$ ،
 أثبت أن : $MS = MS$

البرهان :

$\overline{SP} \parallel \overline{QR} \therefore \angle SPQ = \angle RQP$ $\therefore \widehat{SP} = \widehat{QR}$
 \therefore $MS \perp \overline{PQ}$ ، $MS \perp \overline{QR}$ $\therefore MS = MS$ (أبعاد)

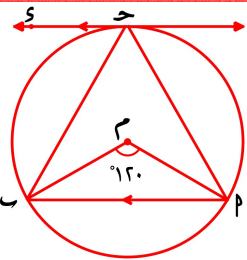


١٥ في الشكل المقابل :

$PQRS$ مستطيل مرسوم داخل دائرة
 ، رسم الوتر \overline{QH} بحيث $\overline{QH} \perp \overline{SR}$
 أثبت أن : $PS = QH$

البرهان :

$\therefore PS = QH$ مستطيل $\therefore PS = QR$ $\therefore \widehat{PS} = \widehat{QR}$
 $\therefore PS = QH$ $\therefore \widehat{PS} = \widehat{QH}$ بإضافة \widehat{PQ} للطرفين :
 $\therefore \widehat{PS} = \widehat{QH}$ $\therefore \widehat{PS} = \widehat{QH}$



١٦ في الشكل المقابل :

$\overline{QR} \parallel \overline{ST}$ مماس للدائرة عند ح ، $\overline{QR} \parallel \overline{ST}$
 $\angle POQ = 120^\circ$ ،
 أثبت أن : $\triangle PQR$ متساوي الأضلاع

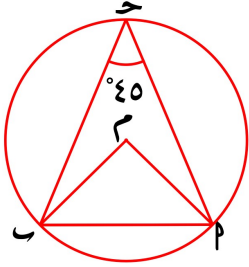
البرهان: $\therefore \cup (\widehat{PM}) = 120^\circ$

$\therefore \cup (\widehat{PM})$ المحيطية $= \frac{1}{4} \cup (\widehat{PM})$ المركزية $= 60^\circ \leftarrow$ ①

$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{PM} \quad \therefore \cup (\widehat{PM}) = \cup (\widehat{PS}) \quad \therefore \widehat{PM} = \widehat{PS} \leftarrow$ ②

من ① ، ② ينتج أن ΔPM متساوي الأضلاع

17 في الشكل المقابل :



م دائرة ، $M = H$ مثلث ، $\cup (\widehat{PM}) = 45^\circ$

أوجد بالبرهان : $\cup (\widehat{PM})$

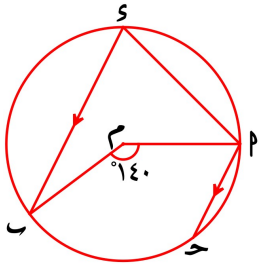
البرهان:

$\therefore \cup (\widehat{PM}) = 45^\circ$

$\therefore \cup (\widehat{PM})$ المركزية $= 2 \cup (\widehat{PM})$ المحيطية $= 90^\circ$ (يشتركان في \widehat{PM})

$\therefore M = H$ (أنصاف أقطار) $\therefore \cup (\widehat{PM}) = \frac{90^\circ - 180^\circ}{2} = 45^\circ$

18 في الشكل المقابل :



م دائرة ، $\overline{PS} \parallel \overline{PM}$ ، $\cup (\widehat{PM}) = 140^\circ$

أوجد بالبرهان : $\cup (\widehat{PS})$

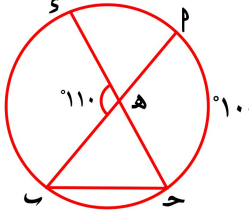
البرهان:

$\therefore \cup (\widehat{PM}) = 140^\circ$

$\therefore \cup (\widehat{PS})$ المحيطية $= \frac{1}{4} \cup (\widehat{PM})$ المركزية $= 70^\circ$ (يشتركان في \widehat{PM})

$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{PM} \quad \therefore \cup (\widehat{PS}) = \cup (\widehat{PM}) = 140^\circ - 70^\circ = 70^\circ$ بالتداخل

19 في الشكل المقابل :



$\cup (\widehat{PM}) = 110^\circ$ ، $\cup (\widehat{SH}) = 110^\circ$ ، $\cup (\widehat{PS}) = 110^\circ$

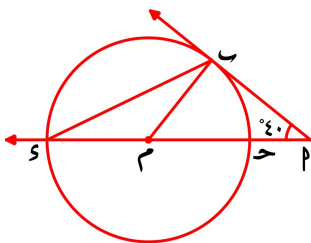
أوجد : $\cup (\widehat{PS})$

البرهان:

$\therefore \cup (\widehat{PM}) = 110^\circ$ ، $\cup (\widehat{PS})$ المحيطية $= \frac{1}{4} \cup (\widehat{PS}) = 50^\circ$

$\therefore \cup (\widehat{PS})$ خارجة عن $\Delta SHM = 110^\circ - 50^\circ = 60^\circ$

20 في الشكل المقابل :



M نقطة خارج الدائرة M ، \overline{MP} مماس للدائرة عند P

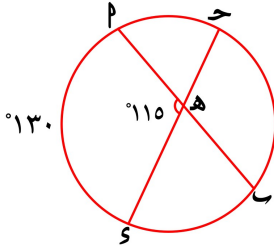
، \overline{MP} قطع الدائرة M في H ، S علي الترتيب

، $\cup (\widehat{PM}) = 40^\circ$ **أوجد:** $\cup (\widehat{PS})$ ، $\cup (\widehat{SH})$

البرهان:

$$\begin{aligned} \overline{PM} \perp \overline{AB} &\therefore \overline{PM} \perp \overline{AB} \therefore \angle PMA = 90^\circ \\ \angle PMA &= 90^\circ : \angle PMA = 90^\circ = (40^\circ + 90^\circ) - 180^\circ = 50^\circ \\ \angle PMA &= 50^\circ : \angle PMA = 50^\circ = \frac{1}{2} \text{ المحيطية } (\widehat{AB}) \\ \angle PMA &= 50^\circ = \text{المركزية } (\widehat{AB}) \end{aligned}$$

٢١ في الشكل المقابل:

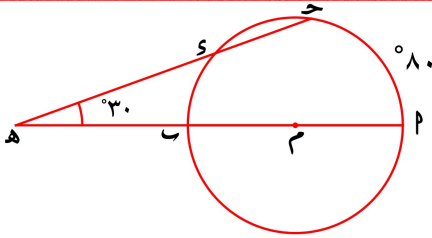


$$\begin{aligned} \angle AHC &= 130^\circ, \{H\} = \overline{AC} \cap \overline{BD} \\ \angle AHC &= 130^\circ : \text{أوجد بالبرهان } \angle AOB \end{aligned}$$

البرهان:

$$\begin{aligned} \frac{\angle AHC + \widehat{AC}}{2} &= 115^\circ \therefore \frac{\angle AOB + \widehat{AB}}{2} = \angle AHC \\ \angle AOB &= 130^\circ - 230^\circ = 110^\circ \therefore \angle AOB = 130^\circ + \widehat{AB} \end{aligned}$$

٢٢ في الشكل المقابل:

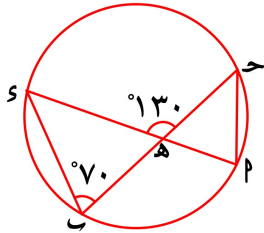


$$\begin{aligned} \overline{AB} &\text{ قطر في الدائرة م} \\ \text{أوجد } &\angle ASB \end{aligned}$$

البرهان:

$$\begin{aligned} \frac{\angle ASB - 80^\circ}{2} &= 30^\circ \therefore \frac{\angle ASB - \widehat{AB}}{2} = \angle H \\ \angle ASB &= 20^\circ \therefore \angle ASB = 20^\circ - 80^\circ = 60^\circ \\ \angle ASB &= 60^\circ = (20^\circ + 80^\circ) - 180^\circ = 80^\circ \therefore \angle ASB = 60^\circ \end{aligned}$$

٢٣ في الشكل المقابل:

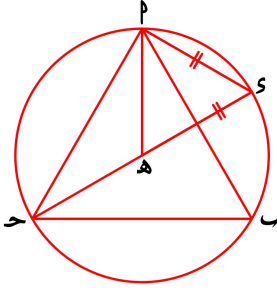


$$\begin{aligned} \angle AHC &= 70^\circ, \angle AOB = 130^\circ \\ \text{أوجد } &\angle AOC \end{aligned}$$

البرهان:

$$\begin{aligned} \angle AHC &= 70^\circ \therefore \angle AHC = 70^\circ = \frac{1}{2} \text{ المحيطية } (\widehat{AB}) \\ \angle AHC &= 70^\circ = \text{المركزية } (\widehat{AB}) \\ \angle AHC &= 70^\circ = 130^\circ - \angle AOC \therefore \angle AOC = 70^\circ - 130^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

٢٤ في الشكل المقابل :



ΔPBC متساوي الأضلاع ، $PS = SB$

أثبت أن : ΔPSB متساوي الأضلاع

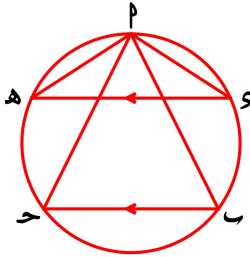
البرهان :

ΔPBC متساوي الأضلاع $\therefore \angle C = \angle B = 60^\circ$

$\angle PSB = \angle PCB = 60^\circ$ (المحيطية = $\angle PSB$)

$\therefore PS = SB$ متساوي الأضلاع ΔPSB

٢٥ في الشكل المقابل :



$\overline{BC} \parallel \overline{PS}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{PS}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{PS}$

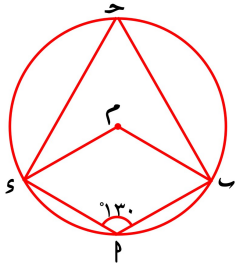
أثبت أن : $\angle PSB = \angle PCB$

البرهان : $\overline{BC} \parallel \overline{PS} \therefore \angle PSB = \angle PCB$

$\angle PSB = \angle PCB$ (المحيطية = $\angle PSB$)

بإضافة $\angle PSB = \angle PCB$ للطرفين : $\angle PSB = \angle PCB$

★ ثانياً : الشكل الرباعي الدائري :



٢٦ في الشكل المقابل :

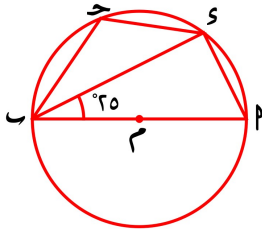
$\angle BMS = 130^\circ$ أوجد : $\angle BCS$

البرهان : الشكل $PBCS$ رباعي دائري

$\therefore \angle C = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\therefore \angle BCS = 2 \times \angle C = 100^\circ$ (المركزية = $\angle BCS$)

٢٧ في الشكل المقابل :



\overline{PM} قطر في الدائرة م ، $\angle BMS = 25^\circ$

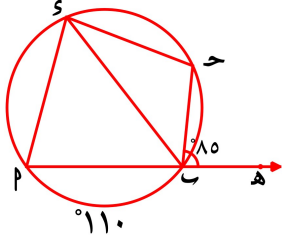
أوجد : $\angle C$

البرهان :

\overline{PM} قطر في الدائرة م $\therefore \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle C = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$ (المركزية = $\angle C$)

$\therefore \angle C = 115^\circ - 180^\circ = 65^\circ$ (المركزية = $\angle C$)



٢٨ في الشكل المقابل :

$$\overset{\circ}{110} = (\widehat{PC}) \cup \overline{PC} \neq \overline{PC} \supseteq \overline{PC} \supseteq \overline{PC}$$

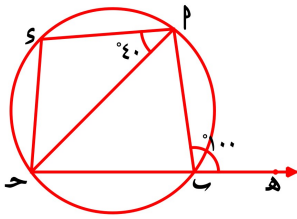
$$\cup (\widehat{CH}) = \overset{\circ}{85} \text{ أوجد : } \cup (\widehat{CS})$$

البرهان : الشكل P C H S رباعي دائري

$$\cup (\widehat{CH}) = \overset{\circ}{85} \text{ الخارجية } = \cup (\widehat{CS}) \text{ المقابلة للمجاورة لها } = \overset{\circ}{85}$$

$$\cup (\widehat{PC}) = \overset{\circ}{110} \text{ : } \cup (\widehat{CS}) \text{ المحيطية } = \frac{1}{4} \cup (\widehat{PC}) = \overset{\circ}{55}$$

$$\cup (\widehat{CS}) = \overset{\circ}{30} = \overset{\circ}{55} - \overset{\circ}{85}$$



٢٩ في الشكل المقابل :

$$\cup (\widehat{PS}) = \overset{\circ}{40} \text{ ، } \cup (\widehat{PH}) = \overset{\circ}{100}$$

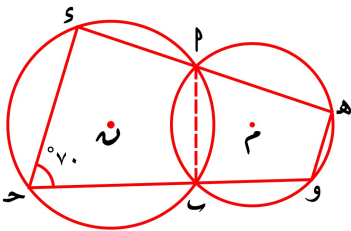
$$\cup (\widehat{SP}) = \cup (\widehat{CS}) \text{ : أثبت أن :}$$

البرهان : الشكل P C H S رباعي دائري

$$\cup (\widehat{PH}) = \overset{\circ}{100} \text{ الخارجية } = \cup (\widehat{CS}) \text{ المقابلة للمجاورة لها } = \overset{\circ}{100}$$

$$\cup (\widehat{PS}) = \overset{\circ}{40} = (\overset{\circ}{40} + \overset{\circ}{100}) - \overset{\circ}{180} = \cup (\widehat{CS}) \text{ : } \cup (\widehat{PS}) = \cup (\widehat{CS})$$

$$\cup (\widehat{SP}) = \cup (\widehat{CS}) \text{ : } \cup (\widehat{PS}) = \cup (\widehat{CS})$$



٣٠ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في P ، C

رسم \overline{PS} ، \overline{CH} يقطعان الدائرة ن في S ، C ،الدائرة م في H ، و على الترتيب ، $\cup (\widehat{CS}) = \overset{\circ}{70}$

$$\text{① أوجد : } \cup (\widehat{CH}) \text{ و ② برهن أن : } \overline{CS} \parallel \overline{HW}$$

البرهان : الشكل P C H S رباعي دائري

$$\cup (\widehat{CH}) = \overset{\circ}{70} \text{ الخارجية } = \cup (\widehat{CS}) \text{ المقابلة للمجاورة لها } = \overset{\circ}{70}$$

$$\cup (\widehat{PS}) = \overset{\circ}{110} = \overset{\circ}{70} - \overset{\circ}{180} = \cup (\widehat{CH}) \text{ : } \cup (\widehat{PS}) = \cup (\widehat{CH})$$

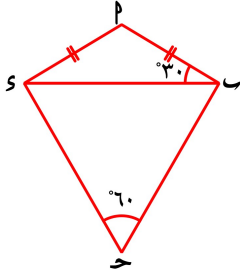
$$\cup (\widehat{CH}) + \cup (\widehat{CS}) = \overset{\circ}{180} \text{ وهما في تداخل : } \overline{CS} \parallel \overline{HW}$$

٣١ اذكر حالات يكون فيهما الشكل الرباعي دائرياً.

الحل : ① إذا وجدت زاويتان متقابلتان ومتكاملتان.

② إذا وجدت قياس زاوية خارجية عند أحد رؤوسه = قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

③ إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس ومرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها.



٣٢ في الشكل المقابل :

$$PS = PC, \text{ و } \angle P = \angle C = 30^\circ$$

$$\angle H = 60^\circ$$

برهن أن : الشكل P ح و رباعي دائري

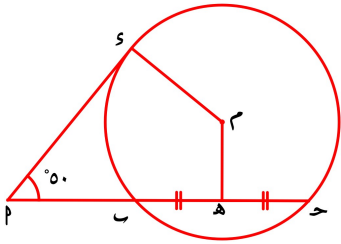
البرهان :

$$\angle P = \angle C = 30^\circ \therefore \angle P + \angle C = 60^\circ$$

$$\angle S + \angle H = 180^\circ - (\angle P + \angle C) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle S + \angle H = 180^\circ \text{ (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)}$$

∴ الشكل P ح و رباعي دائري



٣٣ في الشكل المقابل :

PS مماس للدائرة م ، CH يقطع الدائرة في ب ، ح

$$\angle P = 50^\circ, \text{ و } PS = CH$$

١ أثبت أن : الشكل P ه م و رباعي دائري

٢ أوجد : $\angle S$ (ه م س)

البرهان :

$$\angle P = 50^\circ \therefore \angle S + \angle H = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle S + \angle H = 180^\circ \text{ (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)}$$

$$\angle S + \angle H = 130^\circ \therefore \angle S = 130^\circ - \angle H$$

$$\angle S + \angle H = 180^\circ \therefore 130^\circ - \angle H + \angle H = 180^\circ \therefore \angle H = 50^\circ$$

$$\angle S = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

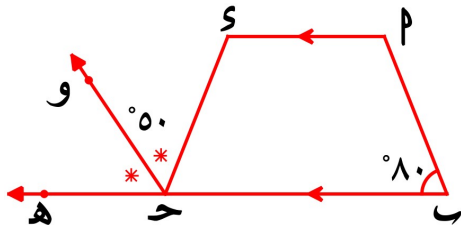
٣٤ في الشكل المقابل :

$$PS \parallel CH, \text{ و } \angle P = 80^\circ$$

$$\angle S = 50^\circ$$

أثبت أن : الشكل P ح و رباعي دائري

البرهان :



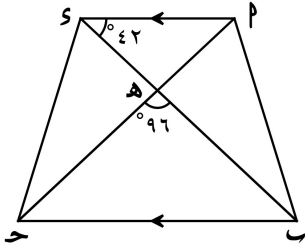
$$\angle P = 80^\circ \therefore \angle S + \angle H = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle S + \angle H = 100^\circ \therefore \angle S = 100^\circ - \angle H$$

$$\angle S + \angle H = 180^\circ \therefore 100^\circ - \angle H + \angle H = 180^\circ \therefore \angle H = 80^\circ$$

$$\angle S = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

∴ الشكل P ح و رباعي دائري



٣٥ في الشكل المقابل :

$$\overline{PS} \parallel \overline{CH} ، \angle PSH = 42^\circ$$

$$\angle PCH = 96^\circ ،$$

أثبت أن : الشكل PCH رباعي دائري

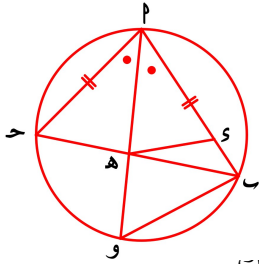
البرهان :

$$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{CH} \quad \therefore \angle PSH = 42^\circ = \angle PCH = 96^\circ \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore \Delta PCH : \angle PCH = 96^\circ = 180^\circ - (42^\circ + 96^\circ)$$

$$\therefore \angle PSH = 42^\circ = \angle PCH = 96^\circ \text{ وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة } \overline{PC}$$

∴ الشكل PCH رباعي دائري



٣٦ في الشكل المقابل :

$$\overline{PC} = \overline{SW} ، \overline{PC} \text{ و } \overline{SW} \text{ ينصف } \overline{PS}$$

أثبت أن : الشكل PCHW رباعي دائري

البرهان : ∴ ∠PCH = ∠PWH ، ∠PCH = ∠PWH

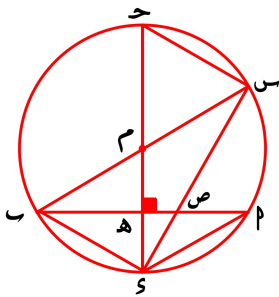
فيهما : $\overline{PC} = \overline{SW} ، \angle PCH = \angle PWH ، \angle PCH = \angle PWH$ ضلع مشترك

$$\therefore \Delta PCH \equiv \Delta PWH \text{ وينتج أن : } \angle PCH = \angle PWH \text{ (١)}$$

$$\therefore \angle PCH = \angle PWH \text{ المحيطية } = \angle PCH \text{ المحيطية (٢)}$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\angle PCH = \angle PWH$ الخارجة = $\angle PCH = \angle PWH$ المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل PCHW رباعي دائري



٣٧ في الشكل المقابل :

$$\overline{PC} \text{ وتر في الدائرة } M ، \overline{CW} \text{ قطر فيها عمودي على } \overline{PC}$$

$$\{ص\} = \overline{PC} \cap \overline{SW} ،$$

برهن أن : (١) الشكل PCHW رباعي دائري

$$(٢) \angle PCH = \angle PWH$$

البرهان :

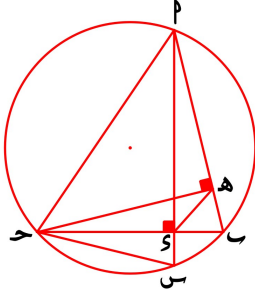
$$\therefore \overline{CW} \text{ قطر في الدائرة } M \quad \therefore \angle PCH = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{CW} \perp \overline{PC} \quad \therefore \angle PCH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PCH = 90^\circ = \angle PWH + \angle PCH = 180^\circ \text{ وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان}$$

∴ الشكل PCHW رباعي دائري

١. $\angle (P, \text{الخارجة}) = \angle (P, \text{المقابلة للمجاورة})$ ١
 ٢. $\angle (P, \text{المحيطة}) = \angle (P, \text{المحيطة})$ ٢
 من ١، ٢ ينتج أن: $\angle (P, \text{الخارجة}) = \angle (P, \text{المحيطة})$



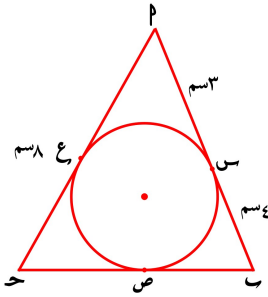
٣٨ في الشكل المقابل :

- $\overline{CH} \perp \overline{PM}$ ، $\overline{CP} \perp \overline{SM}$ ويقطع الدائرة في س
 البرهن أن : ١ الشكل P ه س ح رباعي دائري
 ٢ \overline{CH} ينصف $\overline{(S, H)}$

البرهان :

- $\overline{CH} \perp \overline{PM}$ $\therefore \angle (H, P, S) = 90^\circ$
 $\overline{CP} \perp \overline{SM}$ $\therefore \angle (C, P, S) = 90^\circ$
 $\angle (H, P, S) = \angle (C, P, S) = 90^\circ$ وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة \overline{CH}
 \therefore الشكل P ه س ح رباعي دائري

- ١ $\angle (S, H, P) = \angle (S, C, P)$ لأنهما مرسومتان على القاعدة \overline{HS} ١
 ٢ $\angle (P, H, S) = \angle (P, C, S)$ المحيطة = $\angle (P, H, S)$ المحيطة ٢
 من ١، ٢ ينتج أن: $\angle (P, H, S) = \angle (P, C, S)$
 $\therefore \overline{CH}$ ينصف $\overline{(S, H)}$



★ رابعاً : العلاقة بين مماسات الدائرة :

٣٩ في الشكل المقابل :

- دائرة داخل المثلث P ه ح ، وتمس أضلاعه من الداخل
 عند س ، ص ، ع ، فإذا كان : $PM = 3$ سم
 $SB = 4$ سم ، $MA = 8$ سم أوجد : طول \overline{CH}

البرهان :

- $\overline{PS} = \overline{PV}$ ، $\overline{SV} = \overline{PV}$ قطعتان مماستان $\therefore PS = SV = 4$ سم
 $\overline{PE} = \overline{PM}$ ، $\overline{EM} = \overline{PM}$ قطعتان مماستان $\therefore PE = PM = 3$ سم
 $\overline{MA} = \overline{MV}$ ، $\overline{VA} = \overline{MV}$ قطعتان مماستان $\therefore MA = MV = 8$ سم
 $\overline{CV} = \overline{CV}$ ، $\overline{AV} = \overline{CV}$ قطعتان مماستان $\therefore CV = AV = 5$ سم
 $\therefore CH = 4 + 3 + 5 = 12$ سم

البرهان:

$\vec{PM} \perp \vec{PM}$ ، \vec{PM} مماسان للدائرة عند P ، $\therefore \vec{PM} = \vec{PM}$ ح

$$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

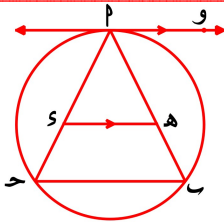
$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = 65^\circ$ (مشاركتان في \vec{PM})

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = 65^\circ = 115^\circ - 50^\circ$ الشكل $P \text{ ح } \vec{PM}$ رباعي دائري

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = 65^\circ$ \vec{PM} ينصف \vec{PM}

$\therefore \triangle P \text{ ح } \vec{PM}$ فيه : $\angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = 65^\circ$ $\therefore \vec{PM} = \vec{PM}$

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = 65^\circ$ وهما في وضع التبادل $\vec{PM} \parallel \vec{PM}$



٤٣ في الشكل المقابل :

\vec{PM} و \vec{PM} مماسان للدائرة عند P ، $\vec{PM} \parallel \vec{SM}$

برهن أن : الشكل $P \text{ ح } \vec{PM}$ رباعي دائري

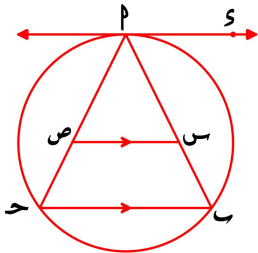
البرهان :

$\vec{PM} \parallel \vec{SM}$ $\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM})$ ١

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$ \vec{PM} مماس للدائرة عند P $\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$ ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن : $\angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$ المقابلة للمجاورة

\therefore الشكل $P \text{ ح } \vec{PM}$ رباعي دائري



٤٤ في الشكل المقابل :

$P \text{ ح } \vec{PM}$ مثلث مرسوم داخل دائرة ، \vec{PM} مماس للدائرة عند P

$\vec{PM} \parallel \vec{SM}$ ، $\vec{PM} \parallel \vec{SM}$ حيث $\vec{PM} \parallel \vec{SM}$ $\vec{PM} \parallel \vec{SM}$

أثبت أن : \vec{PM} مماس للدائرة التي تمر بالنقط P ، S ، V

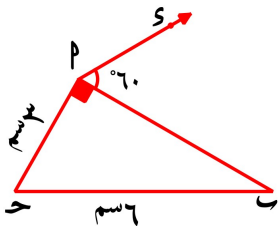
$\therefore \vec{PM}$ مماس للدائرة عند P **البرهان :**

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$ ١

$\therefore \angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$ ٢ بالتناظر

من ١ ، ٢ ينتج أن : $\angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 65^\circ$

$\therefore \vec{PM}$ مماس للدائرة المارة التي تمر بالنقط P ، S ، V



٤٥ في الشكل المقابل :

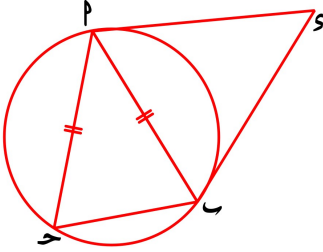
$P \text{ ح } \vec{PM}$ مثلث قائم الزاوية عند P ، $\vec{PM} = \vec{SM} = 3$

$\angle (P \text{ ح } \vec{PM}) = \angle (P \text{ ح } \vec{SM}) = 60^\circ$ ، $\vec{PM} = \vec{SM} = 6$

أثبت أن : \vec{PM} مماس للدائرة التي تمر برؤوس $P \text{ ح } \vec{PM}$

البرهان:

$$\begin{aligned} \Delta P \text{ ح} & \text{ قائم الزاوية في } P, \text{ ح} \text{ ح} = \frac{1}{2} \text{ ح} \text{ ح} \\ \therefore \text{ ح} \text{ ح} & = (\text{ح} \text{ ح}) = 90^\circ \\ \therefore \text{ ح} \text{ ح} & = (\text{ح} \text{ ح}) = 90^\circ \\ \therefore \text{ ح} \text{ ح} & = (\text{ح} \text{ ح}) = 90^\circ \end{aligned}$$



٤٦ في الشكل المقابل:

\overline{PS} ، $\overline{S ح}$ قطعتان مماستان للدائرة عند $م$ ، $ح$
 $ح = م$ ،
أثبت أن: \overline{PS} مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث $م س ح$

البرهان:

$\therefore \overline{PS}$ ، $\overline{S ح}$ قطعتان مماستان للدائرة عند $م$ ، $ح$

$$\text{①} \quad \text{ح} = م \quad \therefore \text{ح} = م$$

$$\text{②} \quad \text{ح} = م \quad \therefore \text{ح} = م$$

$$\text{③} \quad \text{ح} = م \quad \therefore \text{ح} = م$$

من ① ، ② ، ③ ينتج أن: $\text{ح} = م$

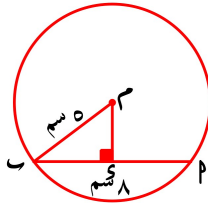
$\therefore \overline{PS}$ مماس للدائرة المارة برؤوس $\Delta م س ح$

ثانياً: الأسئلة الاختيار من متعدد

★ أولاً: الدائرة:

① عدد محاور التماثل لأي دائرة هو

① صفر ② ١ ③ ٢ ④ عدد لا نهائي



② في الشكل المقابل:

$\overline{PM} \perp \overline{SM}$ ، وتر في الدائرة $م$ ،

$$م = م = م$$

فإن: $م = م = م$

① ٥ ② ٣ ③ ٤ ④ ٢

③ إذا كانت $م$ دائرة طول قطرها ٧ سم ، $م$ نقطة في مستوي الدائرة ، وكان $م = م = م$

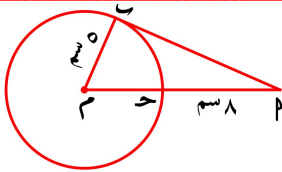
فإن: النقطة $م$ تقع الدائرة.

① علي ② داخل ③ خارج ④ على مركز

- ٤) إذا كان : المستقيم ل \cap الدائرة م = \emptyset فإن : المستقيم ل يكون الدائرة
- Ⓐ خارج Ⓑ قاطع Ⓒ مماس Ⓓ محور تماثل

- ٥) دائرة محيطها ٦ π سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم
- فإن : المستقيم ل يكون
- Ⓐ مماساً للدائرة Ⓑ قاطعاً للدائرة Ⓒ خارج للدائرة Ⓓ قطرًا للدائرة

- ٦) إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار سم
- Ⓐ ٣ Ⓑ ٤ Ⓒ ٦ Ⓓ ٨



- ٧) في الشكل المقابل :
- \overline{MP} مماس للدائرة م عند ب ، فإذا كان م ب = ٥ سم
- ، م ح = ٨ سم فإن : م ب = سم
- Ⓐ ٥ Ⓑ ١٠ Ⓒ ١٢ Ⓓ ١٣

- ٨) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على وينصفه.
- Ⓐ القطر Ⓑ الوتر Ⓒ الوتر المشترك Ⓓ المماس

- ٩) محور تماثل للوتر المشترك \overline{MP} لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو
- Ⓐ \overline{MP} Ⓑ \overleftrightarrow{MP} Ⓒ \overleftrightarrow{MN} Ⓓ \overline{MN}

- ١٠) إذا كانت الدائرة م \cap الدائرة ن = { ب ، م } فإن : الدائرتين
- Ⓐ متباعدتان Ⓑ متقاطعتان Ⓒ متحدتا المركز Ⓓ متماستان

- ١١) دائرتان م ، ن طولاً نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ، فإذا كان م ن = ٥ سم
- فإن : الدائرتين تكونان

- Ⓐ متماستان من الخارج Ⓑ متماستان من الداخل
- Ⓒ متقاطعتان Ⓓ متباعدتان

- ١٢) إذا كان سطح الدائرة م \cap سطح الدائرة ن = { م } ، وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم
- ، م ن = ٨ سم فإن : طول نصف قطر الدائرة الأخرى = سم

- Ⓐ ٥ Ⓑ ٦ Ⓒ ١١ Ⓓ ١٦

- ١٣) م ، ن دائرتان متقاطعتان ، طولاً نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن : م ن \supseteq
- Ⓐ] ٨ ، ٢ [Ⓑ] ٢ ، ٠ [Ⓒ] ٥ ، ٢ [Ⓓ] ٥ ، ٨ [

١٤) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي

- ١) ١ ٢) ٢ ٣) ٣ ٤) ٤

١٥) مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين M ، N تقع جميعًا على

- ١) محور \overline{MN} ٢) \overline{MN}
٣) العمود المقام على \overline{MN} ٤) منتصف \overline{MN}

١٦) إذا كانت \overline{MN} قطعة مستقيمة طولها ٤ سم

فإن : طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين M ، N يساوي

- ١) ٢ ٢) ٣ ٣) ٤ ٤) ٥

١٧) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط تقع على استقامة واحدة هو

- ١) صفر ٢) ١ ٣) ٢ ٤) عدد لا نهائي

١٨) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو

- ١) صفر ٢) ١ ٣) ٢ ٤) عدد لا نهائي

١٩) مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

- ١) منصفات زواياه الداخلة ٢) منصفات زواياه الخارجة
٣) ارتفاعاته ٤) محاور تماثل أضلاعه

★ ثانيًا : الزوايا والأقواس في الدائرة :

٢٠) قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة يساوي

- ١) ١٨٠° ٢) ٩٠° ٣) ١٢٠° ٤) ٢٤٠°

٢١) طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي

- ١) 4π ٢) 2π ٣) π ٤) $\frac{1}{4}\pi$

٢٢) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}\pi$ يقابل زاوية مركزية قياسها =

- ١) ٣٠° ٢) ٦٠° ٣) ١٢٠° ٤) ٢٤٠°

٢٣) قياس الزاوية المحيطية يساوي قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.

- ١) نصف ٢) ضعف ٣) ربع ٤) ثلث

٢٤) الزاوية المحيطية التي تقابل قوسًا أصغر في الدائرة تكون

- ١) منعكسة ٢) منفرجة ٣) قائمة ٤) حادة

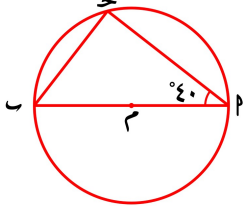
٢٥) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة =

- ٥٤٥ (ب) ٥٩٠ (د) ٥١٢٠ (ج) ٥١٨٠ (س)

٢٦) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة =

- ٥٤٥ (ب) ٥٩٠ (د) ٥١٣٥ (ج) ٥١٨٠ (س)

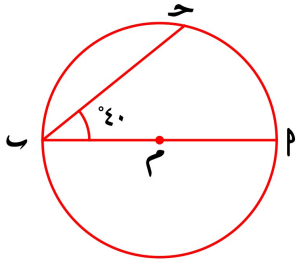
٢٧) في الشكل المقابل: \overline{PM} قطر للدائرة م، $\angle P = 40^\circ$



فإن: $\angle H =$

- ٥٩٠ (د) ٥١٤٠ (ب) ٥٥٠ (س) ٥٤٠ (ج)

٢٨) في الشكل المقابل:

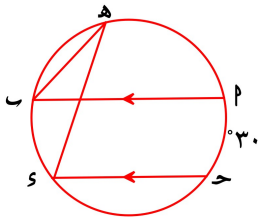


\overline{PM} قطر في الدائرة م، $\angle P = 40^\circ$

فإن: $\angle H =$

- ٥١٠٠ (د) ٥٨٠ (ب) ٥١٤٠ (س) ٥٥٠ (ج)

٢٩) في الشكل المقابل:

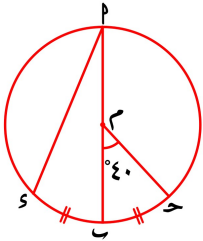


\overline{PM} ، \overline{HS} وتران متوازيان

، $\angle P = 30^\circ$ فإن: $\angle H =$

- ٥١٠ (د) ٥١٥ (ب) ٥٦٠ (س) ٥٣٠ (ج)

٣٠) في الشكل المقابل:

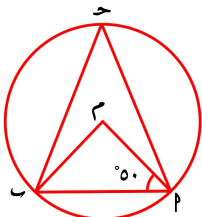


ب منتصف \widehat{HS} ، فإذا كان $\angle P = 40^\circ$

فإن: $\angle H =$

- ٥٢٠ (د) ٥٤٠ (ب) ٥٦٠ (س) ٥٨٠ (ج)

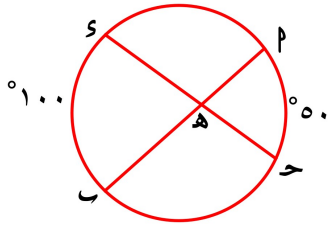
٣١) في الشكل المقابل:



إذا كان: $\angle P = 50^\circ$

فإن: $\angle H =$

- ٥٨٠ (د) ٥٤٠ (ب) ٥١٦٠ (س) ٥١٠٠ (ج)

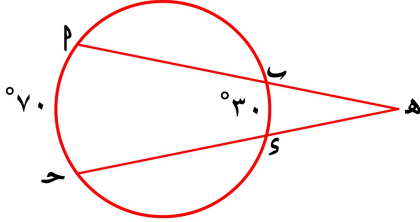


٣٢ في الشكل المقابل : $\widehat{PS} = 50^\circ$ ، $\widehat{P} = 100^\circ$ ،

فإن : $\widehat{P} = \dots\dots\dots$

١٠٠ (ب) ٥٠ (د)

٧٥ (س) ١٦٠ (ج)



٣٣ في الشكل المقابل :

$\widehat{PS} = 30^\circ$ ، $\widehat{P} = 70^\circ$ ،

فإن : $\widehat{S} = \dots\dots\dots$

٤٠ (ب) ٢٠ (د)

١٠٠ (س) ٥٠ (ج)

★ اثباتا : الشكل الرباعي الدائري :

٣٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين

متبادلتان (س)

متكاملتان (ج)

متساويتان (ب) متتامتان (د)

٣٥ P, S, C, M شكل رباعي دائري فيه : $\widehat{M} = 70^\circ$ ، فإن : $\widehat{C} = \dots\dots\dots$

١٠٠ (س)

١١٠ (ج)

٢٠ (ب)

٢٥ (د)

٣٦ P, S, C, M شكل رباعي دائري فيه : $\widehat{M} = 3^\circ$ ، فإن : $\widehat{C} = \dots\dots\dots$

١٣٥ (س)

١٢٠ (ج)

٦٠ (ب)

٤٥ (د)

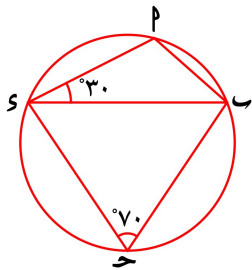
٣٧ أي من الأشكال الآتية يسمى رباعياً دائرياً ؟

شبه المنحرف (س)

متوازي الأضلاع (ج)

المربع (ب)

المعين (د)



٣٨ في الشكل المقابل :

$\widehat{PS} = 30^\circ$ ، $\widehat{P} = 70^\circ$ ،

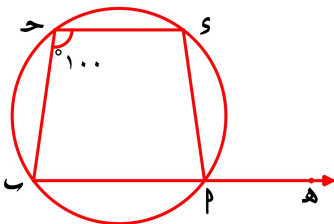
فإن : $\widehat{S} = \dots\dots\dots$

٤٠ (ب)

٣٠ (د)

١٠٠ (س)

٧٠ (ج)



٣٩ في الشكل المقابل : $\widehat{P} = 100^\circ$ ، $\widehat{S} = \dots\dots\dots$ ،

فإن : $\widehat{S} = \dots\dots\dots$

٦٠ (ب)

٨٠ (د)

٢٠٠ (س)

١٠٠ (ج)

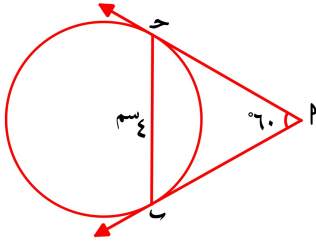
★ رابعاً : العلاقة بين مماسات الدائرة :

- ٤٠) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة
 ١) متساويان في الطول ٢) متوازيان ٣) متقاطعان ٤) متعامدان

- ٤١) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة
 ١) متساويتان في الطول ٢) غير متساويتان في الطول
 ٣) متعامدتان ٤) متوازيتان

- ٤٢) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين
 ١) وترين ٢) مماسين ٣) وتر ومماس ٤) وتر وقطر

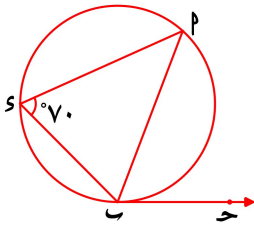
- ٤٣) مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع
 ١) متوسطاته ٢) ارتفاعاته
 ٣) منصفات زواياه الداخلة ٤) محاور تماثل أضلاعه



- ٤٤) في الشكل المقابل :
 إذا كان : \vec{PA} مماسان ، \vec{PB} مماسان ، \vec{PE} مماس ،

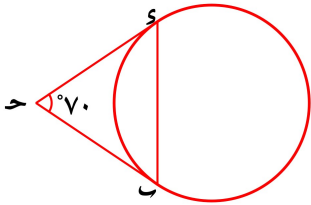
فإن : محيط $\triangle PAB = \dots\dots\dots$ سم

- ١) ٤ ٢) ٨
 ٣) ١٠ ٤) ١٢



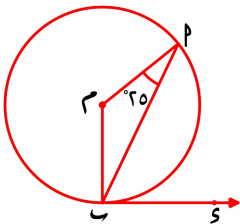
- ٤٥) في الشكل المقابل : \vec{PA} مماس للدائرة م عند ب ،
 $\angle APO = 70^\circ$ ، فإن : $\angle AOB = \dots\dots\dots$

- ١) 35° ٢) 70°
 ٣) 110° ٤) 140°



- ٤٦) في الشكل المقابل : \vec{PA} مماسان للدائرة في ب ، ح ،
 $\angle APO = 70^\circ$ ، فإن : $\angle AOB = \dots\dots\dots$

- ١) 70° ٢) 140°
 ٣) 55° ٤) 110°



- ٤٧) في الشكل المقابل : \vec{PA} مماس للدائرة م عند ب ،
 $\angle APO = 25^\circ$ ، فإن : $\angle AOB = \dots\dots\dots$

- ١) 25° ٢) 50°
 ٣) 65° ٤) 130°